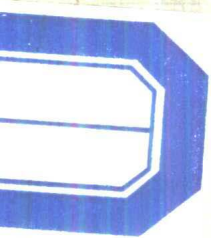


高等学校房屋建筑专业系列教材

理论力学

张曙红 张宝中 主编



重庆大学出版社

内 容 提 要

本书系房屋建筑类专科系列教材之一。全书分为静力学、运动学和动力学三篇共十二章。第一篇静力学,从第一章至第四章,具体内容包括静力学基础、平面汇交力系、平面力偶系、平面任意力系和空间力系。第二篇运动学,从第五章至第八章,具体内容包括点的运动、刚体的基本运动、点的合成运动和刚体的平面运动。第三篇动力学,从第九章至第十二章,具体内容包括动力学基本定律、动量定理、动量矩定理、动能定理、动静法和虚位移原理。

理论力学

张曙红 张宝中 主编

责任编辑 梁 涛

*

重庆大学出版社出版发行

新华书店经销

重庆建筑大学印刷厂印刷

*

开本:787×1092 1/16 印张:17 字数: 424 千

1998年8月第1版 1998年8月第1次印刷

印数:1—6000

ISBN 7-5624-1791-1/O·163 定价:19.00元

前 言

本书是根据国家教委制订的高等学校工程专科《理论力学课程教学基本要求》编写而成的。全书按 70 学时编写,根据房屋建筑工程类专业的需要,书中偏重静力学部分,所以静力学部分的内容按 31 学时编写,运动学部分的内容按 15 学时编写,动力学部分的内容按 24 学时编写。本书也可以用作其他专科或本科专业学时相近的理论力学课程的教材。

本书的编写,力求贯彻专科教材以“适用为主,够用为度”的编写原则,内容安排力求基本概念表述准确,理论分析条理清楚,数学推导简明扼要。每篇开头有简介,简述本部分的学习重点,与前、后内容的联系等。每章末附小结、思考题、习题,以便引导学生反复学习和理解。思考题的题型以正误判断、选择和填空题为主,侧重基本概念方面训练,习题多为计算题,在对基本概念理解的基础上,侧重基本分析方法和基本计算方面的训练。通过不同题型的练习,旨在既加强对基本概念、基本理论和基本方法的理解及应用,又减轻学生课下抄题和教师批改作业负担。书末附习题答案。书中的各种物理量一律采用国际单位制。

本书由张曙红任主编,并编写绪论、第一章和第二章,负责全书的统稿及图形绘制工作;张宝中任副主编,并编写动力学部分;郑辉中编写第三章和第四章;胡文绩编写运动学部分。重庆大学的徐铭陶教授任本书的主审,在此谨表示衷心的感谢。

限于编者水平,书中定有欠妥之处,恳请批评指正。

编 者

1998 年元月

目 录

绪论	1
第一篇 静力学	4
第一章 静力学基础	5
§ 1-1 静力学的基本概念	5
§ 1-2 静力学公理	10
§ 1-3 约束与约束反力	13
§ 1-4 物体的受力分析与受力图	20
小结	24
思考题	26
习题	29
第二章 平面基本力系	31
§ 2-1 平面汇交力系及其简化	31
§ 2-2 平面汇交力系的平衡	35
§ 2-3 平面力偶系的简化及其平衡条件	38
小结	40
思考题	42
习题	43
第三章 平面任意力系	46
§ 3-1 力向一点平移	46
§ 3-2 平面任意力系的简化	48
§ 3-3 平面任意力系的平衡条件及平衡方程	52
§ 3-4 刚体系统的平衡	58
§ 3-5 考虑摩擦的平衡问题	64
小结	69
思考题	71
习题	74
第四章 空间力系	80
§ 4-1 力对轴的矩和力对点的矩	80
§ 4-2 空间力系的简化	83
§ 4-3 空间力系的平衡条件及其应用	87
§ 4-4 物体的重心	93
小结	99
思考题	101
习题	104
第二篇 运动学	108
第五章 点的运动	109

§ 5-1 点运动的矢量表示法	109
§ 5-2 点运动的直角坐标表示法	110
§ 5-3 点运动的自然坐标表示法	114
小结	118
思考题	119
习题	120
第六章 刚体的基本运动	122
§ 6-1 刚体的平动	122
§ 6-2 刚体的定轴转动	123
§ 6-3 转动刚体内各点的速度和加速度	125
小结	128
思考题	128
习题	129
第七章 点的合成运动	131
§ 7-1 运动合成和分解的基本概念	131
§ 7-2 点的速度合成定理	133
§ 7-3 牵连运动为平动时点的加速度合成定理	137
小结	141
思考题	142
习题	144
第八章 刚体的平面运动	147
§ 8-1 刚体的平面运动及其分解与合成	147
§ 8-2 平面图形内各点的速度	149
§ 8-3 平面图形内各点的加速度	157
小结	159
思考题	160
习题	162
第三篇 动力学	165
第九章 动力学基本方程	166
§ 9-1 动力学基本定律	166
§ 9-2 质点运动微分方程	167
§ 9-3 质点动力学的两类问题	167
小结	175
思考题	176
习题	177
第十章 动力学普遍定理	180
§ 10-1 动力学普遍定理概述	180
§ 10-2 动量定理	181
§ 10-3 动量矩定理	190
§ 10-4 动能定理	203
§ 10-5 动力学普遍定理的综合应用	213
小结	218

思考题	220
习题	224
第十一章 动静法	230
§ 11-1 达朗伯原理	230
§ 11-2 刚体惯性力系的简化	233
小结	238
思考题	239
习题	241
第十二章 虚位移原理	243
§ 12-1 约束 自由度 广义坐标	243
§ 12-2 虚位移及虚位移原理	245
小结	251
思考题	251
习题	252
习题参考答案	255
主要参考文献	262

绪 论

一、理论力学的研究对象和内容

理论力学研究物体机械运动的一般规律。

运动是物质的存在形式和根本属性,它可表现为位置的移动、形态的变化、发声、发光、发热、发电、化学过程、思维活动等,运动包括了宇宙间各种各样事物的一切变化和过程。在物质运动的各种形式中,机械运动是最简单的一种。机械运动指物体在空间的位置随时间的变化。水的流动、天体的运行、车辆的行驶、各种机器的运转、建筑物的振动等,都属于机械运动。对机械运动的研究,不仅可以用于解释周围与机械运动有关的现象和解决与机械运动有关的问题,也是进一步研究物质其他运动形式的基础。平衡是物体机械运动的一种特殊情况,同时又是与运动相对的一个概念,运动是相对平衡而言的,所以理论力学除研究运动外也研究平衡。

每一门学科的研究体系,都有它的局限性。理论力学的研究体系是以伽利略和牛顿总结的物体机械运动的基本定律为基础,在15~17世纪中逐步形成、完善和发展起来的,因此这门学科仅适用于研究速度远小于光速的宏观物体的机械运动,属于古典力学的范畴。所谓“古典”是相对于近代出现和发展起来的相对论力学和量子力学而言的。相对论力学研究物体速度可与光速($3.0 \times 10^8 \text{ km/s}$)相比较的运动;量子力学研究微观粒子的运动。由于在一般工程实际中,我们碰到的绝大多数是宏观物体,其运动速度远小于光速,所以解决这类物体机械运动中的力学问题,仍必须采用古典力学的原理。也就是说,古典力学在现代工程技术中仍具有十分重要的价值和现实意义。

研究物体的机械运动,必然要研究机械运动的基本形式及其传递和变换的规律,从而不可避免地要研究机械运动的传递和变换中物体相互之间的作用——力。所以理论力学的内容与力分不开。按照对问题的理解和认识特点,理论力学的内容一般分为静力学、运动学和动力学三个部分。静力学研究力的基本性质、力系的简化方法及力系平衡的理论;运动学从几何角度研究物体机械运动的规律,不考虑引起运动的原因;动力学研究物体机械运动与作用于物体上的力之间的关系。

二、理论力学的研究方法

理论力学的产生和发展,与其他科学一样,经历了实践、理论、再实践的循环往复过程。所以理论力学的研究方法也将遵循这一认识规律。

观察和实践是理论力学理论发展的基础。正是在长期认识自然、征服自然的生活、生产实践中,人们通过对各种自然现象的观察以及对杠杆、斜面、滑轮、车等工具的使用,积累了大量关于物体机械运动的感性认识,再以这些物体的机械运动为研究基础,才逐渐形成了理论力学这门学科。所以在学习过程中,我们应该注意观察物体的各种机械运动现象,但若只是停留在这样的认识水平却不够,还要在观察与实验的基础上,抓住客观事物的共性进行抽象和数学演绎,才能形成理论力学的概念和理论体系。

抽象化的方法是在研究复杂的客观事物的过程中,根据研究问题的性质和重点,抓住起决定作用的主要因素,撇开次要的、偶然的因素,深入现象的本质,找出事物之间的内在联系。对力学问题的研究,通常有两方面的内容需要进行抽象。一方面是对研究结果进行抽象,将对各种现象的具体观察结果和对各种工具的使用感受和认识,经过分析、归纳和综合,抽象化为普遍的公理或定律,上升为理论,再用于指导实际问题的分析和研究。事实上,理论力学的整个理论体系就是建立在为数不多的几条公理和定律之上的,它们成为理论力学中一切定理和推论的前提。在学习理论力学的具体内容时,虽然可以不必再去重复理解这些公理或定律的形成过程,但是深刻理解、熟练掌握这些公理和定律却是学好理论力学的关键。抽象化的另一重要内容是对研究对象即运动物体的抽象,只有将研究对象抽象化为合适的力学模型,才能应用有关的理论进行分析。因此这里产生的问题是怎样抽象研究对象?什么是合适的力学模型?我们认为,这取决于研究对象的特性和对问题研究的侧重点。从工程应用的角度,抽象化后的力学模型,既要能反映物体的主要特性和突出求解问题的主要方面,又要便于分析和计算,所以一般采用能够将物体的物理性能和主要特征合理地表示出来的最简模型,这是一种对实际物体科学的抽象。例如,若要研究的问题是星体的运行轨道,则无论星体自身的尺寸有多大,与其运行轨道比较起来是微小的,可以忽略,这时将星体抽象化为质点是合理的;但若研究的问题是星体自身的旋转运动,尺寸的影响就不能忽略了,这时应将星体抽象化为刚体才是合理的。同样,在研究建筑结构或其他构件的力学问题时,若分析的是结构或构件外部作用力之间的关系时,则因结构或构件变形引起的尺寸变化很小,对计算结果的精度影响甚微,可以将它们抽象化为刚体;但如果研究的是因外部力作用引起的内部力与变形之间的关系时,变形就是一个不能忽略的因素了,这时只能将它们抽象为变形体。针对研究问题的不同性质和重点,将研究对象抽象化为不同的力学模型,不仅是理论力学,也是其他力学学科研究问题的重要方法,在学习过程中,应注意学习和掌握这种抽象方法。

工程实际中的问题是复杂的,仅靠几条公理和定律尚不能直接用于解决具体问题,还必须应用数学理论进行演绎和推理,根据公理或定律建立起研究的问题中各力学量之间的数学关系,再进行求解。所以数学是求解力学问题的重要工具,必要的数学知识是学好理论力学的基础。另外,在求解具体问题时,哪个力学公理或定律最合适应用,初学者常常感到困惑,要作出正确的选择,只有加深对公理或定律理解,并通过一定数量的习题练习和多次反复的学习才能做到。

三、学习理论力学的目的

理论力学和其他学科一样,是随着人类社会的发展和生产发展的需要逐步形成和发展起来的。工程实践是理论力学形成的基础,而力学理论与工程实践经验的结合,又使各种工程逐渐由经验发展成为与之相关的科学,并进而指导和促进工程的发展与进步。就以建筑结构的学科为例来看,人类社会的发展,必然形成对建筑结构不断的、新的需求,而要满足这些需求,就必须有新的材料、新的机械设备以及能源技术作为保证,这些都与力学息息相关,因而促进了理论力学的发展和其他力学学科的分枝诸如材料力学、结构力学、流体力学、岩体力学、弹性力学、计算力学等的形成和发展。安全可靠、经济合理、造型精美,是人们对建造工程设施的追求,无论历史上还是现代的优秀建筑结构,无一不体现着力与美的和谐与统一。其中安全性的保证,就取决于对结构正确的受力分析和计算,对材料力学性能的正确认识和使用。因此要成为

一名合格的工程技术人员,在学习专业知识的过程中,必须学习力学知识,它是学习其他专业课程必须具备的基础。理论力学作为一门理论性较强的技术基础课,又是基础的基础。学习理论力学课程,主要有以下目的:

1)日常生活和工程实际中的机械运动现象十分普遍,学习理论力学,掌握机械运动规律,对提高工程技术人员的科学素质是必不可少的。这一方面可以为解决较复杂的工程实际问题打下一定的基础;另一方面也可以直接应用理论力学的理论解决一些较简单的工程问题。

2)作为一门理论性较强的技术基础课,在建筑工程类专业的课程中,它是材料力学、结构力学、土力学及地基基础、钢结构、钢筋混凝土结构及砌体结构、建筑结构抗震等一系列课程的基础,是学好这些课程的基本保证。

3)理论力学的研究方法与其他学科的研究方法有许多相通之处,充分理解理论力学的研究方法,不仅可以深入掌握这门学科,而且有助于后续其他学科内容的学习。同时,因为理论力学具有研究内容涉及面广,系统性和逻辑性强,既抽象又联系实际等特点,所以通过这门课的学习,对培养辩证唯物主义的世界观,培养逻辑思维能力、抽象化能力、正确分析和解决问题的能力都有十分重要的作用。

第一篇 静力学

理论力学研究物体的机械运动。平衡是物体机械运动的一种特殊情况。因为物体机械运动的传递和变换是通过物体间的相互作用力来实现的,所以作为理论力学的首篇,静力学首先建立理论力学中最重要的概念——力,并研究力的性质,在此基础上进一步研究物体和物体系统平衡时作用力之间的平衡条件。具体地说,静力学在介绍刚体、力、力矩、力偶、平衡等基本概念和静力学公理的基础上,研究力系的简化方法及力系平衡的理论,并用于对物体和物体系统进行受力和计算。静力学中研究力的矢量方法,可应用于运动学中运动矢量的分析研究;静力学中关于力的概念、有关的分析理论和分析方法,在动力学部分的研究中还将用到,所以它也是研究运动学和动力学内容的基础。同时,静力学的内容也是后续的材料力学、结构力学等课程的重要基础。由于建筑结构及其相关设施多数首先是作为静止物体受平衡力系作用来处理的,所以静力学的理论与方法本身在工程技术中也有着广泛的应用。本篇内容在理论力学课程中占有十分重要的地位,对房屋建筑工程类专业来说,静力学是学习理论力学的重点,所以学习一开始就应给予足够的重视。

第一章 静力学基础

§ 1-1 静力学的基本概念

在学习过程和工程实际中,常常要接触到一些十分重要的概念。本节首先介绍几个最常用又十分重要的静力学基本概念,包括它们的名称定义、主要特征、表达方式、计算方法、单位等。而涉及这些概念的基本性质,将在后面的有关章节详细讨论。

一、刚体的概念

刚体指在力的作用下其大小和形状都保持不变的物体。事实上,任何物体在力的作用下都会产生或多或少的变形,因此绝对的刚体并不存在,刚体只是种抽象化的力学模型。建立这种模型的依据,主要是因为许多物体受力后,其变形非常小,这对研究其平衡或运动的结果,影响微乎其微,可以忽略。

静力学研究的物体只限于刚体,或由若干个刚体组成的刚体系统。也就是说,静力学研究刚体或刚体系统的平衡问题,所以也称为刚体静力学。

若在研究的问题中,刚体的尺寸对问题的研究不起主要作用,则可以将其抽象化为**质点**。质点定义为只计质量不计尺寸的几何点,也是一种抽象化的力学模型。

二、力的概念

力是物体间相互的机械作用。其作用效应是使物体的运动状态发生改变和使物体产生变形。力使物体运动状态发生改变的效应称为力的**外效应**或**运动效应**;力使物体产生变形的效应称为力的**内效应**或**变形效应**。因为静力学只限于研究刚体,不考虑物体的变形,所以只涉及力的外效应,力的内效应将在后续的材料力学等学科中研究。

物体间因各种各样的机械作用形式而产生的力,一般可分为两类:一类是由于两个物体相互接触而产生的力,如拉力、压力、摩擦力等;另一类是由于物体和场之间相互作用产生的力,如重力、电磁力等。

力对物体作用的效应取决于力的大小、方向和作用点,通常称为力的**三要素**。需要特别指出的是:力的方向包括**方位**和**指向**两个因素。由于力的大小和方向具有矢量的特征,力的合成又服从矢量合成规则,所以**力是一种矢量**。

在力学分析中,力矢量一般用几何图形和字符两种方式表达。力矢量的几何图形表达用有向线段,如图 1-1 所示。线段 AB 的长度可以按一定比例尺表示力的大小,线段的方位和箭头

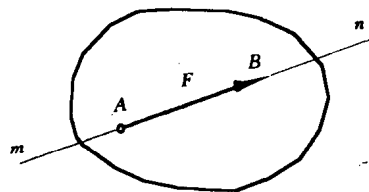


图 1-1

的指向表示力的方向,线段的起点 A 表示力的作用点。沿力的作用方位并通过力的作用点 A 画的直线 mn 称为力的作用线。力矢量的字符表达一般用粗斜体英文字母如 F, P, T 等表示(作业中书写时,由于字母的粗体和普通体不便区别表达,所以要求在所用字符的顶上加一小箭头如 $\vec{F}$ 或一小横如 $\bar{F}$ 来表示一个力矢量),当只表达力矢量的大小时,通常用同一字母的普通斜体如 F, P, T 表示(作业中书写时,用不加任何顶标的字母表示)。表示力矢量与仅表示力的大小是不同的,这点初学者很容易混淆,需要特别注意。

力的单位在国际单位制(SI)中是个有专门名称的导出单位,用 N(牛顿)或 kN(千牛顿)表示, $1\text{kN}=1000\text{N}$ 。

同时作用于物体上的若干个力称为力系。若两个力系分别作用于同一物体而效果相同,则称这两个力系为等效力系或互等力系。如果一个力与一个力系等效,则称该力为此力系的合力,而此力系中的各力称为合力的分力。求力系的合力称为力的合成;将一个力分解成两个或两个以上的分力,称为力的分解。

力的分解中最常用的就是将一个力沿直角坐标轴 x, y, z 方向进行分解。例如,空间力 F 沿直角坐标轴 x, y, z 的分解公式为

$$F = F_x + F_y + F_z = Xi + Yj + Zk \quad (1-1)$$

见图 1-2(a)。式中的 F_x, F_y 和 F_z 分别是力矢量 F 沿坐标轴 x, y 和 z 方向的分力,而 X, Y, Z 则分别表示力 F 在 x, y 和 z 轴上的投影, i, j 和 k 分别是沿坐标轴 x, y 和 z 正向的单位矢量。如果 x, y 坐标与力 F 所在的平面平行,则 F_z 和 Z 恒为零,这时力 F 沿坐标轴的分解公式为

$$F = F_x + F_y = Xi + Yj \quad (1-2)$$

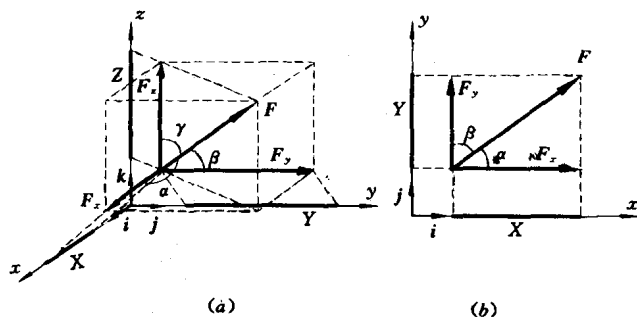


图 1-2

成为平面力,见图 1-2(b)。值得注意的是:力在坐标轴上的投影是代数量,而力沿坐标轴的分力是矢量,投影乘以单位矢量表示矢量。在直角坐标系中,力沿坐标轴方向分力的大小和力在坐标轴上投影的值相同。也就是说,在这种条件下,有 $X=F_x, Y=F_y, Z=F_z$ 。一般情况下,力在坐标轴上的投影,等于力的大小乘以力矢量与坐标轴正向之间夹角的余弦,即

$$\begin{aligned} \text{空间力投影} \quad & \begin{cases} X = F\cos\alpha \\ Y = F\cos\beta \\ Z = F\cos\gamma \end{cases} \\ \text{平面力投影} \quad & \begin{cases} X = F\cos\alpha \\ Y = F\cos\beta = F\sin\alpha \end{cases} \end{aligned} \quad (1-3)$$

投影值的正负取决于力矢量与坐标轴正向之间夹角的大小。而力沿坐标轴的分力,则由力的平

行四边形法则确定。力在直角坐标轴上投影的计算,在力学问题的计算中用得非常普遍,必须熟练掌握。式(1-3)中,空间力在坐标轴上投影的计算,要以已知力与三个坐标轴的夹角为条件,这时只需对力进行一次投影计算便可求出其投影值,所以这组公式也称为直接投影法。但在某些实际问题中,力与坐标轴的夹角不全知道或不易求得,这时可先将力投影到某一坐标平面,然后再进一步投影到坐标轴上。如图 1-3 所示,已知条件是力 F 与 xy 平面的夹角 φ 和力在 xy 平面的投影与 x 轴的夹角 θ ,这时可先将力 F 投影到 Oxy 平面,得分力 F_{xy} (力在平面上的投影是矢量,因为它的方向不能像力在轴上的投影那样用正负号表示),显然

$$F_{xy} = F \cos \varphi$$

再将 F_{xy} 投影到 x 、 y 轴上,得力 F 在三个坐标轴上的投影计算式为

$$\begin{cases} X = F \cos \varphi \cos \theta \\ Y = F \cos \varphi \sin \theta \\ Z = F \sin \varphi \end{cases} \quad (1-4)$$

用式(1-4)求力在坐标轴上的投影,要经过两次投影才能得到,所以这组公式也称为二次投影法。

如果已知力 F 在坐标轴上的投影,反过来由几何关系也可以确定力 F 的大小和方向,计算公式为

$$\text{空间力} \quad \begin{cases} F = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} \\ \cos \alpha = \frac{X}{F} \quad \cos \beta = \frac{Y}{F} \quad \cos \gamma = \frac{Z}{F} \end{cases} \quad (1-5a)$$

$$\text{平面力} \quad \begin{cases} F = \sqrt{X^2 + Y^2} \\ \cos \alpha = \frac{X}{F} \quad \cos \beta = \frac{Y}{F} \end{cases} \quad (1-5b)$$

力的方向一般用力与坐标轴夹角的余弦表示。

实际的工程结构,其上作用的力系往往比较复杂,为了分析方便起见,常常首先要进行简化。将作用于物体上的某个复杂力系变换为与之等效但较简单的力系,称之为力系的简化或合成。力系简化或合成的目的,是要通过对简单力系的分析,了解原复杂力系对物体作用的效应,并作进一步的研究。

三、平衡的概念

平衡是物体机械运动的一种特殊形式。工程上,将物体相对地面保持静止或作匀速直线运动的状态称为平衡。例如,静止在地面上的房屋、桥梁等建筑物,在直线轨道上作匀速运动的火车车箱等都处于平衡状态。

宇宙间的任何物体都处在永恒的运动中,所以平衡是个相对概念,说某个物体平衡只有相对于所选作参考的物体而言才有意义。如上面提到的物体,它们的静止或作匀速直线运动都是

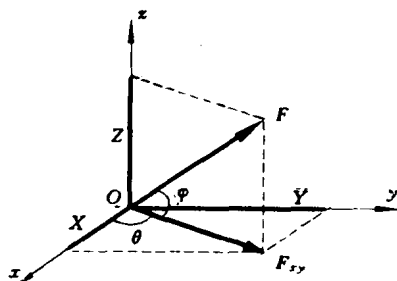


图 1-3

相对地面而言的。对绝大多数工程问题,取地球为参考物体,把坐标系固定在地球表面来研究平衡问题,所得结果能很好地与实际情况吻合。

平衡只是物体机械运动的一种特殊情况,物体并不是在任何力系作用下都能处于平衡状态,只有当作用于物体上的力系满足一定条件时,物体才能平衡。若某物体在力系的作用下处于平衡,则使该物体平衡的力系称为**平衡力系**,作为平衡力系必须满足的条件就是力系的平衡条件。力系的平衡条件是设计构件、结构和机械零件时进行静力计算的基础。

四、力矩的概念

力对物体作用的外效应可分为平移和转动两种。平移效应由力的大小和方向决定,转动效应则取决于力矩。**力矩是力使物体转动效应的度量**。力使物体的转动效应可分为力使物体绕点转动和绕轴转动两种,分别称为**力对点之矩**和**力对轴之矩**。这里通过介绍平面上的力对点之矩引入力矩的概念,至于空间力对点之矩和力对轴之矩将在第四章详细讨论。

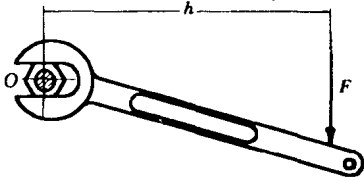


图 1-4

实践中,用扳手拧动螺钉,见图 1-4,则作用于扳手一端的力 F 使扳手绕螺钉的中心点 O 转动。由经验可知,如果沿扳手手柄方向施力或在扳头处施力,则无论力多大都不能使扳手转动。因此要拧动螺钉,力的作用方向和扳手手柄的长度十分重要,力使扳手绕点 O 转动,最有效的是作用方向与扳手手柄垂直并距扳头一段距离。若转动扳手的力不够时,通常可以用加套管以加长扳手手柄的办法解决。可见,力使物体绕某点转动的效应不仅与力的大小和方向有关,而且与力的作用线到转动中心的垂直距离有关,而且是成正比关系。这种关系可表示如图 1-5(a)所示,转动点 O 称为**矩心**,矩心到力作用线的垂直距离 d 称为**力臂**,力 F 的大小与力臂 d 的乘积称为平面力 F 对同平面内点 O 之矩,在不会引起混淆的情况下简称力矩,用 $m_o(F)$ 表示,即

$$m_o(F) = \pm Fd \quad (1-6)$$

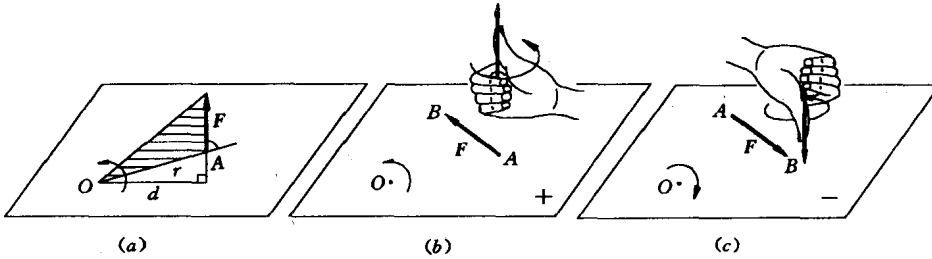


图 1-5

式(1-6)中 m 的脚标 O 表示矩心在点 O 处。正负号规定为:如果力使物体转动的方向或说力矩的转向是逆时针向时,取正号;反之取负号。也可用右手螺旋法则判定[如图 1-5(b)、(c)];右手四个手指沿力矩转向弯曲,大拇指与四指垂直(即与力矩作用平面垂直),若大拇指的指向背离力矩作用平面,力矩为正;若大拇指指向力矩作用平面,力矩为负。由公式可见,若力矩的值不变,则力臂值大(力臂长),力就小;力臂值小(力臂短),力就得大,这就是扳手加套管可以省力

的原因。在平面问题中,力对点之矩用力矩的大小和力矩的转向足以完整表达,也就是说,用代数量就可以表达平面力矩的作用效果。所以如果不考虑力矩所在平面本身的方位时,平面力矩是代数量,式(1-6)定义的也正是代数量。

在国际单位制中,力矩的单位由力与长度的单位相乘引出,即是 $\text{N} \cdot \text{m}$ (牛·米) 或 $\text{kN} \cdot \text{m}$ (千牛·米)。

由图 1-5(a) 也可以看出,力矩的大小可用以力 F 为底边,矩心为顶点所构成的三角形面积的两倍表示,计算公式为

$$m_o(F) = \pm 2\Delta OAB = \pm Fr\sin\theta = \pm Fd \quad (1-7)$$

另外,还要注意的是:力矩必须与矩心对应,也就是说:力矩的大小和转向与矩心的位置有关,不指明矩心谈力矩是没有意义的。在前面的讨论中,虽然力矩和矩心的概念是通过讨论力使物体绕某固定点转动而引出的,但形成抽象化概念后,具体应用时,对矩心位置的选择却没有任何限制,作用于物体上的力可以取任意点为矩心计算力矩。

五、力偶的概念

大小相等,方向相反,作用线相互平行但不在同一直线上的两个力组成的力系称为力偶。见图 1-6(a),力偶中两个力作用线之间的距离 d 称为力偶臂,力偶所在的平面称为力偶作用面,力偶常用符号 (F, F') 表示。

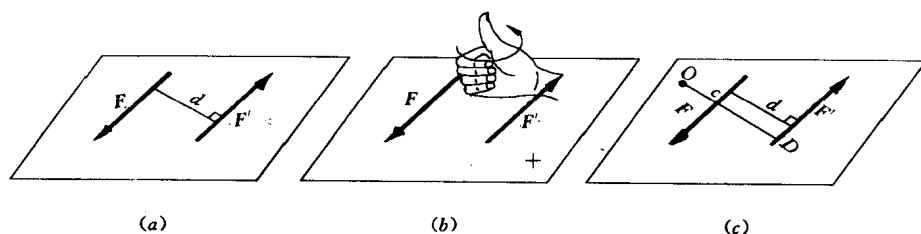


图 1-6

力偶对物体的作用效果,实际是组成力偶的两个力作用效果的叠加。由于这两个力大小相等,方向相反,所以它们在任意轴或任意方向的投影之和恒等于零,其作用效果是力使物体平移的运动效应相互抵消,但使物体转动的效应却一致。因而,力偶对物体作用的外效应是仅使物体发生转动。例如,图 1-7 所示用绞板绞管子的螺纹,将管子夹在台钳上,操作者在绞板套杆的两端各施大小相等,方向相反的平行力 P 和 P' ,这两个力组成一个力偶,使绞板转动。由于力偶的合力恒为零,所以不能用一个力与力偶等效,也不能用一个力去与力偶平衡,力偶只能与力偶等效,因而也需要用力偶去与之平衡。力偶和力一样,是一种物体间相互机械作用的基本形式。

力偶使物体转动的效应用力偶矩度量。力偶矩表示为 $m(F, F')$,也可以简写为 m ,它等于力偶中力的大小与

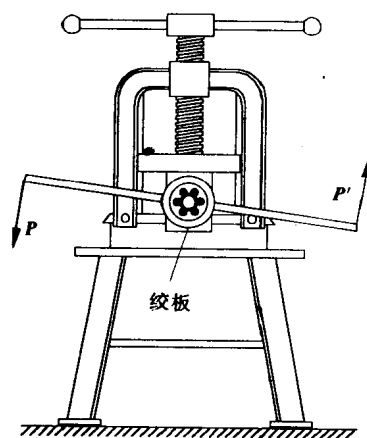


图 1-7

力偶臂长的乘积,即

$$m(F, F') = m = \pm Fd \quad (1-8)$$

式中的正负号表示力偶在其作用面内的转向,规定与力矩的相同,即逆时针转向时为正,反之为负。也可以用右手螺旋法则确定,见图 1-6(b)。图 1-6(c)所示为求力偶中的两个力对力偶作用面内任一点 O 的矩,可以发现:力偶对其作用面内任一点的矩与矩心 O 的位置无关。也就是说,力偶对其作用面内任一点的矩都等于力与力偶臂的乘积,这是力偶与力矩的主要区别。力偶矩的单位与力矩的单位相同,即 $N \cdot m$ 或 $kN \cdot m$ 。

六、国际单位制

国际单位制(Système International d'Units)是 1960 年国际计量大会制定的单位制,简称 SI。已为全世界的国际组织和绝大多数国家所采用。SI 单位包括基本单位、辅助单位和导出单位。

在 SI 单位制中,与力学有关的基本单位是长度、时间和质量。长度的单位是 m (米),时间的单位是 s (秒),质量的单位是 kg (千克)。力的单位 N (牛顿)是 SI 制中具有专门名称的导出单位,力偶和力矩的单位是没有专门名称的导出单位。目前我国使用的力学量法定计量单位是 SI 制。

§ 1-2 静力学公理

理论力学的研究方法,其特点之一就是要把在观察和实验等实践过程中经反复验证的正确结果,提炼成具有普遍意义的公理。所谓公理就是指符合客观实际,不能用更简单的原理去代替,也无需证明而为大家所公认的普遍规律。下面将要介绍的静力学公理,是人们关于力的基本性质的概括和总结,它们构成了静力学全部理论的基础,静力学的所有定理都是借助数学工具,从这些公理中推导出来的。学习中不要求去重复理解这些公理的形成过程,但是理解、掌握和熟练应用这些公理,对于学好理论力学却是十分重要的。

公理一 (二力平衡公理)

作用在同一刚体上的二个力,使刚体平衡的必要与充分条件是:这二个力大小相等,方向相反,作用在同一直线上。

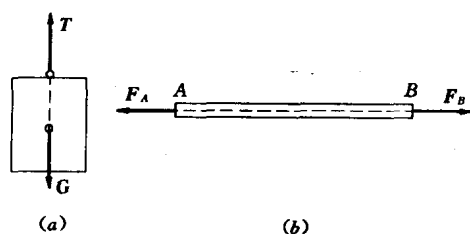


图 1-8

如图 1-8 所示。公理一揭示了作用在物体上的最简单的力系平衡时必须满足的条件,这也是推导复杂力系平衡条件的基础。对于刚体,公理一的条件是必要与充分的;但对于变形体,这却只是个必要但不充分的条件。也就是说,受两个力作用的变形体,如果要平衡则必须满足这个条件,但满足了此条件的变形体却不一定能平衡。如:一根软绳受两个等值反向的拉力作用可以平衡,但受两个等值反向的压力作用却不能平衡。

由公理一可以得出如下推论：

如果一个力系有合力，则其平衡力与合力的大小相等，方向相反，作用在同一直线上。

工程结构中，常遇到只有两点受力而处于平衡的构件，这类构件称为二力构件或二力杆。

如图 1-9 所示。根据公理一，作用在构件 A 点的合力 F_A 与作用在 B 点的合力 F_B 必须大小相等，方向相反，且作用在这两个力作用点的连线上。掌握了二力构件的这种受力特征，以后对物体进行受力分析时是很有用的。

公理二 加减平衡力系公理

在作用于刚体的任意力系中加上或减去任何平衡力系，不改变原力系对刚体的作用效应。

公理二是对力系进行简化的重要理论依据。根据这一公理也可以得出一个推论（力的可传性原理）：

作用于刚体上的力，可以沿其作用线移到同一刚体内的任一点，不改变它对刚体的作用效果。

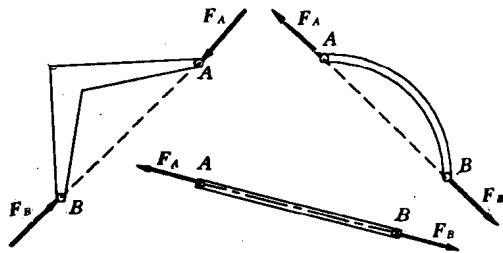


图 1-9

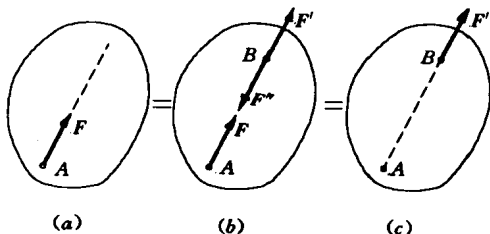


图 1-10

例如，图 1-10(a) 中所示任意刚体，力 F 作用在 A 点处，如果在 F 作用线上的任一点 B 处，加一对力 F' 、 F'' ，并使 $F' = -F'' = F$ ，图 1-10(b) 所示，根据公理二， F' 、 F'' 是一对平衡力，加上它们不会影响力 F 对该刚体的作用效果，所以由 F 、 F' 、 F'' 组成的力系与力 F 等效。显然 F 和 F'' 同样也是一对平衡力，根据公理二，把它们去掉也不影响原力系对该刚体的作用效果，如图 1-10(c)，也就是说，力 F' 与

由 F 、 F' 、 F'' 组成的力系等效。图 1-10 所示的等效关系说明了力 F 与 F' 等效。可见，力 F 沿其作用线移到了任意点 B ，对刚体的作用效果没变。

由此可知，对于刚体，在力的三要素中，作用点可由它的作用线代替，所以对作用在刚体上的力，三要素变为：大小、方向和作用线。

在应用力的可传性原理时，需要正确理解“移到同一刚体内任一点”的含意，也就是说，不能将力沿其作用线移到别的刚体上。另外，这一原理对一般的物体而言，只在考虑其运动效应时适用，研究力对物体的变形效应时将不再成立。例如图 1-11(a) 中所示的可变形杆 AB ，当两端受一对等值、反向、共线的拉力作用时，杆被拉长。如果把这对力沿其作用线分别移到杆的另一端，如图 1-11(b) 所示，则拉力变为压力，杆被压短。显然，这两种情况，力的作用效果是不相同的。

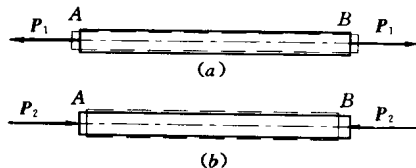


图 1-11