

8
6
高 等 学 校 教 材

化工机械测试技术

岑汉钊 主编

张康达 审定

1
化 学 工 业 出 版 社

内 容 提 要

本书根据全国高等学校化工设备与机械专业教学指导委员会1986年11月的《化工机械测试技术》教材编写要求而编写。

本书共十二章、分别介绍了：测试仪器的静、动态特性；数据处理和误差分析；化工机械中常用的量值如应力、振动参数、噪声、转速、转矩、温度、压力和流量等的测量原理、测量传感器及显示记录仪表的应用；测试中微机应用基础。

本书作为高等院校化工设备与机械专业的教材，也可供有关的工程技术人员参考。

高等学校教材
化工机械测试技术

岑汉钊 主编

张康达 审定

责任编辑：孙世斌

封面设计：张长军

化学工业出版社出版

(北京和平里七区十六号楼)

化学工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

开本787×1092¹/₁₆印张12字数296千字

1989年5月第1版 1989年5月北京第1次印刷

印 数 1—8,000

ISBN 7-5025-0469-9/G·125 (课)

定 价2.50元

前 言

本书是根据全国高等学校化工设备与机械专业教学指导委员会的教材建设规划,及1986年11月实验课程小组按专业教学指导委员会意见而决定的《化工机械测试技术》教材编写要求而编写的。

本书主要介绍了化工机械专业常用的物理量的测量原理和方法,使用仪器的基本结构和特性,测试数据的基本处理方法和微机应用的一些基本知识。

本书共十二章。编写时,重点对测量装置的静、动态特性和误差分析及数据整理等章节中的部分共同性问题适当地归纳,以便加强学生的一些基础知识。对应力、振动、噪声、转速和转矩、温度、压力、流量测量和记录显示仪表等章节,是以一定的理论分析为基础,以实际测试中的应用问题为中心。对微机在测试中的应用,则从拓宽知识面的角度来介绍一些应用基础知识。因各种各样测量仪器结构复杂,类型繁多,并涉及不少其它课程内容,而本书篇幅有限,所以在描述仪器结构原理时以框图和原理图为主。为配合课程内容,附录中列出一些实验参考项目供选用,以加强学生实际操作能力的训练。

本书作为高等院校化工设备与机械专业教材,也可供有关的工程技术人员参考。

本书由华南工学院岑汉钊主编。编写人为岑汉钊(一、二、三、十二及四、五、六章部分)、曹永标(七、八章及四、五、六章部分)、谢太和(九、十、十一章)。

本书由浙江工学院张康达教授审定,对全部书稿进行了认真、细致的工作提出了很多宝贵意见,编者对此表示深切谢意。

本书在编写工作中还得到化机专业教学指导委员会实验课程教学小组、各院校、有关单位及本学院很多同志各方面的支持和帮助,在此一并表示感谢。

因编者水平及时间所限,错误及欠妥之处在所难免,恳请批评指正。

编者 1987年12月

目 录

前言	
第一章 概论	1
第一节 测试技术的作用及本课程的目的	1
第二节 测量系统的组成	1
第三节 测量装置特性概述	3
第二章 误差分析和数据整理	5
第一节 正态误差分布	5
第二节 多次直接测量结果的误差估计	6
第三节 间接测量时误差的估计	9
第四节 测量过程随机误差的估计	11
第五节 有效数字	12
第六节 测量数据的方程表示方法	13
第三章 测量装置的静、动态特性	17
第一节 仪器的静态特性	17
第二节 仪器的静态标定	19
第三节 负载效应	21
第四节 动态特性的数学模型和各种传递函数	27
第五节 零阶仪器及其响应情况	30
第六节 一阶仪器及其阶跃响应、频率响应	31
第七节 二阶仪器及其阶跃响应、频率响应	35
第八节 频率响应曲线对数图—波特 (Bode) 图	39
第四章 显示、记录仪器	43
第一节 指针式电压表 (电流表)	43
第二节 光线示波器	44
第三节 阴极射线电子示波器	49
第四节 磁带记录器	50
第五节 X-Y 函数记录仪、笔式记录仪	53
第六节 数字式显示仪表	54
第五章 应力测量	56
第一节 概述	56
第二节 脆性涂层法	56
第三节 密栅云纹法	59
第四节 电阻应变测量法	61
第五节 电阻应变仪	66

第六节 电阻应变测量中的一些问题	74
第六章 振动测量	78
第一节 概述	78
第二节 机械振动的类型及其描述	78
第三节 机械振动测量传感器的分类和工作原理	82
第四节 机械振动测量传感器运动分析	84
第五节 机械振动电测传感器结构	89
第六节 机械振动电测测量系统	94
第七节 振动测量结果分析	99
第七章 噪声测量	103
第一节 概述	103
第二节 噪声的物理量度	104
第三节 噪声的等响度曲线	105
第四节 噪声测量的仪器	106
第五节 噪声测量技术	109
第八章 转速和转矩的测量	111
第一节 概述	111
第二节 模拟式测速法	111
第三节 计数式测速法	112
第四节 闪频式测速法	113
第五节 平衡力法测量转矩	114
第六节 传递法测量转矩	115
第七节 能量转换法测量转矩	118
第九章 温度测量	120
第一节 概述	120
第二节 热膨胀式温度计	121
第三节 热电阻温度计	124
第四节 热电偶温度计	126
第十章 压力测量	132
第一节 概述	132
第二节 弹性式压力计	134
第三节 电气式压力计	136
第四节 压力变送器	139
第十一章 流量测量	143
第一节 概述	143
第二节 孔板流量计	144
第三节 转子流量计	145
第四节 靶式流量计	147
第五节 电磁流量计	148
第六节 其它流量计	149

第十二章 微机在测试中的应用基础	151
第一节 微型计算机的工作原理.....	151
第二节 APPLE II 机中一些常用逻辑部件简介	156
第三节 输入/输出接口	160
第四节 模拟量与数字量间的转换.....	166
第五节 输入/输出接口电路	172
主要参考文献	175
附录	176
附录一 实验参考项目.....	176
附录二 本书常用物理量单位.....	177
附录三 一些常用国产电阻应变仪性能数据表.....	179
附录四 应变花应变值计算主应变及主应力公式表.....	179
附录五 常用热电偶材料表.....	180
附录六 常用热电偶热电势表.....	181
附录七 FC-6 振动子的主要技术数据表	182
附录八 t 分布下各种置信度的 t_p 值表	183
附录九 各种置信度下格拉布斯方法取值范围系数表.....	183
附录十 最小相关系数 $\gamma_{\min}$	184

第一章 概 论

第一节 测试技术的作用及本课程的目的

测试是科学技术发展的一个基本部分，是人们对客观事物观察、认识的一个重要手段。通过测试为生产过程和科学研究提供准确、可靠的依据，而科学技术的发展也为测试技术提供新的方法和途径。所以测试技术水平也反映了科学技术发展的水平。

测量装置的用途可以概述为三个方面：①生产过程和设备运行的监测，由测量装置反映出生产过程或设备目前的工艺状况（如压力，流量，温度等）和机械性能（如应力，转速，振动，噪声等），这是测量装置的最基本用途；②生产过程和设备运行的控制，要达到对生产过程和设备的控制，必须首先由测量装置测量出当前的各种物理量数值，然后和希望控制的数值比较，再调节影响物理量变化的参数使生产过程和设备能达到希望的物理量值，其过程可参见图 1-1；③工程问题实验分析，这既可以对工程问题用实验分析来验证有关理论分析的正确与否，也可以对还没有理论分析解的问题，由实验分析而得到可供于相似条件下使用的经验关系公式，或是通过对某些现象的实验分析而用来发展理论。

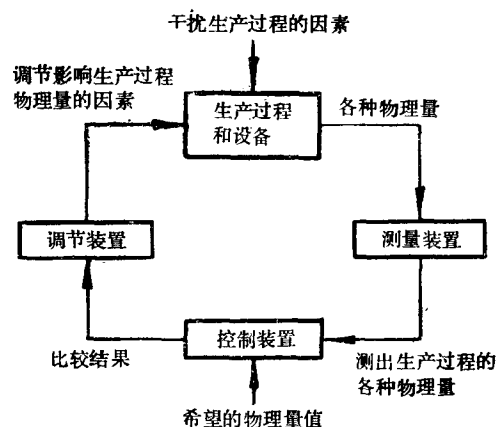


图 1-1 生产过程和设备控制框图

本课程主要围绕化工机械中常用的物理量如应变，振动振幅、速度、加速度，转速，扭矩，温度，压力等测量问题，对所需的传感器、中间变换器的工作原理及应用进行阐述，对常用的显示、记录器的原理及使用进行介绍，得以掌握和懂得一些测试方法和技能；并在认识误差基本规律的基础上，有正确表示测试数据、整理实验数据、计算测量过程误差的基本能力；鉴于微型计算机在测试中应用的日益广泛，还通过具体的机型介绍微机接口应用的一些基本方法。

书中公式的物理量未列出单位者均采用SI单位，可参阅附录二。

第二节 测量系统的组成

一、测量系统的组成部分

测量系统一般由传感器、中间变换器、显示或记录器三部分组成。

1. 传感器 它是感受被测的物理量如应变、噪声、压力、温度等，并转换成便于应用的形式，如机械的位移和电量中的电压、电阻等。

2. 中间变换器 传感器所输出的信号由于其量值太小而需要放大或要经过计算，分析，

类型转换等中间变换器的变换才能送到显示器或记录器。

3. 显示或记录器 将测量、变换后所得到的信息由显示器显示出来或由记录器记录下来。

以后面将要详细讨论的电阻应变测量系统为例，为了测量应变值，电阻应变片就是传感器，它将应变值转变为电阻变化值。电阻应变仪中的电桥、放大器、相敏检波器就是中间变换器，起着类型转换、放大、分析等作用。应变仪中的平衡电表或接入应变仪的阴极射线示波器和光线振子示波器就是显示器和记录器，起显示和记录作用。

以框图形式表示测量系统组成如图1-2所示。

下面将化工机械测试中常用到的传感器、中间变换器、显示和记录器作简单介绍。

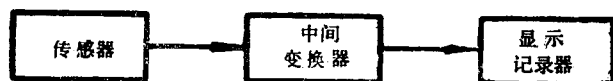


图 1-2 测量系统组成框图

二、传感器

传感器可以将被测的物理量转变为机械量（如位移），电量（如电压、电阻），气、液体压力等。相应的中间变换也可以是机械量，电量，气、液体压力的放大、变换等。然而在现代的测试技术中广泛应用电量和电子技术，它的突出优点是响应速度快，仪器通用性能强和使用方便，可应用于测量工作困难的条件下；传感器、中间变换器和显示记录器间不必直接连接，而应用无线电遥测技术时它们的距离是没有限制的，因而测量可在危险的环境或人类不可接近的地方进行。宇宙空间研究的测试可算是一个最好的例子。下面列出一些以工作原理而区分的主要传感器类型。

1. 电阻式传感器 将被测量值变化转换为电阻变化的一种传感器，如电阻应变片，热电阻等。

2. 电磁感应式传感器 以导体和磁场发生相对运动而将被测量值变化转换为电量变化的传感器，如振动测量中的速度型振动传感器；或将被测参数的变化转换为自感、互感、磁阻、涡流的变化等的传感器，如转速测量中的磁电式传感器及基于磁阻变化的非接触式振动传感器等。

3. 电容式传感器 此器把被测量参数的变化变换为电容量的变化，如噪声测量中使用的电容式传声器。

4. 压电式传感器 将被测参数转化为作用力作用于压电材料上形成电场而进行测量的传感器，如振动测量中使用的压电式加速度传感器。

5. 光电式传感器 该传感器将被测参数转化为光信号，这光信号作用于具有光电效应的物质上再转变为电量而进行测量，如转速测量中使用的光电式转速传感器。

6. 热电式传感器 利用不同导体串接成的闭合回路中接合点不同温度而产生电势的热电效应的传感器，如温度测量中使用的热电偶。

7. 霍尔效应传感器 此种传感器利用半导体材料的霍尔元件在磁场和电流作用下产生的霍尔效应电势进行间接测量，如将被测的压力参数转变为霍尔元件移动的霍尔式压力变

送器。

三、中间变换器

作为中间变换器，主要有下列类型。

1. 放大器 将传感器所得到的电信号进行电压或功率放大以适应后面环节的需要，和尽量减小测试系统对被测信号的影响。某些放大器还包括有必要的计算电路，如测振仪放大器中包括有微分、积分电路。

2. 电桥 传感器所转换成的电阻、电容、电感等参数有时利用电桥将它变换成电压或电流输出。它的电路简单，灵敏度高。如电阻应变仪都采用电桥作为其组成部分。

3. 滤波器 其基本作用是使信号中规定的频率成分通过，而不允许或大大地衰减了其他频率的成分，这样便可对规定频率的成分进行测试，如振动和噪声频谱分析仪器中就有应用滤波器的例子。

4. 调制与解调 有些被测物理量经传感器变换后，得到的是一些缓慢变化的电信号，这些接近于直流的电信号要得到高质量的放大是困难的，若把这缓慢变化的电信号调制或适宜于用交流放大器的一定频率区间的信号，放大后再解调为与原来一样频率的信号，这样就易于得到高质量的放大信号。如电阻应变仪中载波桥压电源和相敏检波器就是调制和解调的组成部分。

5. 模拟量-数字量转换器 一般传感器所输出的信号都是模拟于被测物理量在测量时间的连续变化量。当需要进行数字显示或将模拟量输入电子数字计算机进行数据处理和控制时（数字式电子计算机一定要输入数字量值），就需要将这些模拟量转换为数字信号。完成这种功能的装置称为模-数（ A/D ）转换器；而由数字量转变为模拟量（如数字式电子计算机计算出的数字结果转换为电流或电压信号）的装置称为数-模（ D/A ）转换器。应用微机进行测试就有模拟量与数字量间的转换装置例子。

四、显示和记录器

作为显示器和记录器有如下一些主要形式。

1. 指针式电流表或电压表 这些都是在电工课程里经常使用的显示器。

2. 阴极射线式电子示波器 它本身是显示仪器，在荧光屏上显示被测信号的图形，利用照相方法或录像磁带可以将图形记录下来。

3. 光线（振动物）示波器 电流信号使处在恒磁场中的动框线圈偏转，经光学系统将动框偏转变为光线信号来显示和记录。

4. 笔式记录仪 将电的信号变成笔的运动从而在记录纸上记录下电信号的图形。

5. 磁带记录器 将电的信号记录于磁带中而使之可以重现。

6. 数字式显示记录器 将信号用数字形式将它显示或记录下来，或用穿孔的形式将之记录在电子计算机的输入纸带或卡片上以备电子计算机输入使用。

第三节 测量装置特性概述

测量装置具有共同的一般特性及各自的特点，对后者将于各种测量应用章节中叙述，这里先对测量装置的一般特性作介绍，在第三章中将专门讨论有关测量装置的一般特性问题。

测量装置的一般特性分为静态特性和动态特性两部分。这样的区分是有一些原因的，因为进行测量恒定的或缓慢变化的物理量时，对测量的描述不必使用和时间有关的微分方程就能定义一些准则，这些准则称之为静态特性；而当测量迅速变化的量值时，仪器的输入和输

出间的动态关系一般应用微分方程来处理，对仪器动态性能准则的描述称之为动态特性。事实上，静态特性也影响动态条件下的测量，但静态特性常常可以包含处理非线性问题和统计性质的问题，这类问题若使之也包含在微分方程上来处理就难以解决，所以这也是将之区分为两种特性的原因之一。

第二章 误差分析和数据整理

测量中得到一些测量值,测量值和真值间存在误差。希望在这章中通过对误差的分析和处理而得到更接近于真值的结果和对误差的估计。这里只介绍一些最基本的内容。

第一节 正态误差分布

测量误差包括有系统误差、随机误差和过失误差。系统误差可以通过一些方法加以修正,而过失误差则应从过失的原因来寻找避免的办法。所以下面的分析中只考虑随机误差。随机误差是随机性的,测量前无法预测某一个测量值的误差是多少。但在测量所得的大量数据中可按概率统计理论来找出最可信的值。由于一般测量的数据大部分服从正态分布,所以这里主要介绍正态分布误差分析。

正态误差分布具有这样的特性:①小误差比大误差出现的机会多,即误差的概率与误差的大小有关;②大小相等,符号相反的正负误差数目接近相等。若以 x 轴表示误差的大小, y 轴表示误差的概率密度,则误差概率密度分布曲线对称于 y 轴;③大的正误差和负误差的概率很小,绝对值很大的误差概率接近于零。

高斯以下式表达上述特性,称正态分布密度函数。

$$y = \exp(-x^2/(2\sigma^2))/(\sqrt{2\pi} \cdot \sigma) \quad (2-1)$$

式中 $\exp$ ——自然数 e 的指数函数;

σ ——标准误差。

图2-1是两条正态分布密度函数曲线,这类曲线又可称高斯正态分布曲线。从式(2-1)看到当 $x=0$ 时, y 值最大为 $1/(\sqrt{2\pi} \sigma)$,是曲线的最高高度。可见 σ 值越小,曲线的最高高度越高。图2-1中曲线2的 σ 值较曲线1小。

高斯正态分布曲线的中部曲率向下,而两端曲率向上,转折点是 $x = \pm \sigma$ 处。在 x 为 $-\sigma \sim +\sigma$ 范围内曲线下的面积为整个曲线下面积的68.3%; x 在 $-2\sigma \sim +2\sigma$ 范围内曲线下的面积为整个曲线下面积的95.4%;在 x 为 $-3\sigma \sim +3\sigma$ 范围内曲线下的面积为整个曲线下面积的99.7%。

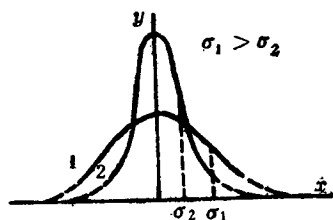


图 2-1 高斯正态分布曲线

随机误差小, σ 值小;随机误差大, σ 值大。图2-1曲线2比曲线1的 σ 值小其随机误差也小。

若用 x 坐标表示测量值而不是误差,用 y 坐标表示测量值出现的概率密度,则

$$y = \exp[-(x-m)^2/(2\sigma^2)]/(\sqrt{2\pi} \sigma) \quad (2-2)$$

图形如图2-2所示。它与图2-1比较,整个曲线仅在 x 坐标上平移了 m 值而其余不变。 m 值的位置反映了具有随机误差的测量值分布的中心位置。即测量值是以 m 值为中心而随机变化。

第二节 多次直接测量结果的误差估计

一、多次测量结果的算术平均值、标准误差和真值范围的估计

对于同一大小的物理量，它客观地存在一个真值。我们是不知道它的具体数值的，但希望通过多次（ n 次）的测量值（在统计学上称之为样本）来估计可能会出现的测量值的总体情况。由于随机误差的存在，这 n 个测量值为 $m_1, m_2, \dots, m_n$ 。

1. 算术平均值 ($\bar{m}$)

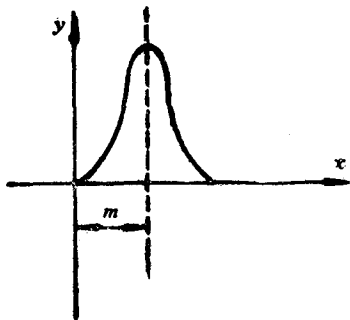


图 2-2 ($m \neq 0$) 高斯正态分布曲线

$$\bar{m} = \sum_{i=1}^n m_i / n \quad (2-3)$$

根据高斯误差定律推导出的最小二乘法原理指出：在具有同一精密度的许多测量值中，最佳值乃是能使各测量值的误差的平方和为最小的那个值。

当测量的误差符合正态分布时，算术平均值就是这个最佳值。所以我们将多次重复测量的平均值作为最靠近真值的结果。重复次数越多靠近真值的程度越高。而当次数增加到一定程度增高效果就不显著了。一般取次数大于十次。对于精度要求较高的则应取多于三十次。

2. 总体标准（误）差 (σ_m) 也称均方根（误）差。 σ_m^2 称总体方差。

$$\sigma_m^2 = \sum_{i=1}^{\infty} d_i^2 / n \quad (2-4)$$

式中 d_i ——各个测量值与真值之差。

当测量次数有限时，取算术平均值代替真值。即以样本来估计总体。样本的方差 S_m^2 为

$$S_m^2 = \sum_{i=1}^n (m_i - \bar{m})^2 / (n-1) \quad (2-5)$$

S_m^2 的正平方根 S_m 称为样本标准（误）差。

标准差反映了随机误差的分散程度。它对测量中的较大或较小误差反映比较灵敏，是表示测量精密度的较好方法。从上面介绍高斯曲线下的面积比例情况可以看到，测量值出现在 $\bar{m} \pm \sigma_m$ 的概率为68.3%；出现在 $\bar{m} \pm 2\sigma_m$ 的概率为95.4%；出现在 $\bar{m} \pm 3\sigma_m$ 的概率为99.7%。

必须注意：算术平均值 ($\bar{m}$) 是对真值的一个无偏估计；样本方差 S_m^2 是对总体方差 σ_m^2 的一个无偏估计。只有在 $n = \infty$ 时，两者才会相等。

3. 真值的可能范围 根据误差理论，算术平均值与真值间的标准差 ($\sigma_{\bar{m}}$) 可从下列关系中得到

$$\sigma_{\bar{m}} = \sigma_m / \sqrt{n} \quad (2-6)$$

实际计算时， σ_m 并不知道，当测量次数 $n > 30$ 时， S_m 和 σ_m 的差异比较小，可以 S_m 来代替 σ_m 进行计算。

我们可对测量结果这样评定：真值在 $(\bar{m} \pm S_m / \sqrt{n})$ 范围内有68.3%的置信度（可靠程度）；在 $(\bar{m} \pm 2S_m / \sqrt{n})$ 范围内有95.4%的置信度；在 $(\bar{m} \pm 3S_m / \sqrt{n})$ 范围内有99.7%的置信度。

有99.7%的置信度。

对于测量次数 (n) 较少的情况, S_m 和总体的标准差 σ_m 有较大的差异, 这时不能用 S_m 代替 σ_m , 测量次数越少, 差别越大。这时应用 t 分布理论来找出真值的可能范围。即在一定的置信度下, 真值范围为 $(\bar{m} \pm t_p \cdot S_m / \sqrt{n})$ 。系数 t_p 值和置信度及测量次数有关, 具体可查附录八。

<例2-1>对某一物理量进行了50次测量得出下列测量值, 求其算术平均值、样本标准差、置信度为95%时真值的可能范围。

1931; 1957; 1927; 1928; 1921; 1892; 1906; 1910; 1930; 1912; 1903; 1933; 1921;
1912; 1923; 1884; 1925; 1947; 1900; 1910; 1923; 1918; 1906; 1925; 1924; 1916;
1879; 1883; 1934; 1935; 1927; 1891; 1932; 1919; 1934; 1956; 1902; 1967; 1921;
1920; 1911; 1926; 1936; 1891; 1956; 1940; 1939; 1928; 1945; 1937。

<解> 按 (2-3) 式求算术平均值

$$\bar{m} = \sum_{i=1}^{50} m_i / 50 = 1921.9$$

按 (2-5) 式求样本标准差

$$S_m = \sqrt{\sum_{i=1}^{50} (m_i - \bar{m})^2 / 49} = 19.59$$

因 $n > 30$ 可按高斯误差分布函数求在一定置信度下的真值范围。按 (2-6) 式以 S_m 代替 σ_m 求 $\sigma_{\bar{m}}$, 95% 置信度时真值范围为 $\bar{m} \pm 1.96 \sigma_{\bar{m}} = 1921.9 \pm 1.96 \times 19.59 / \sqrt{50} = (1916.5 \sim 1927.3)$

<例2-2>只测量了前十个数据时进行同<例2-1>的计算。

<解> $\bar{m} = \sum_{i=1}^{10} m_i / 10 = 1921.4$

$$S_m = \sqrt{\sum_{i=1}^{10} (m_i - \bar{m})^2 / 9} = 17.73$$

因 $n < 30$, 查附录八测量次数为10, 置信度为95%时 t_p 值为2.262, 真值范围为 $\bar{m} \pm t_p S_m / \sqrt{n} = 1921.4 \pm 2.262 \times 17.73 / \sqrt{10} = (1908.7 \sim 1934.1)$

二、可疑数据的弃取

在相同条件下进行同一量值的多次测量时, 有时会发现记录的数据中个别的测量值较其它多数测量值差异较大。这是随机误差的结果还是过失误差所造成的呢? 我们应加以分析判断。如果有充分的理由说明这数据是由于工作错误所造成的, 自然可以舍弃之。但没有充分理由时, 应由误差理论来决定是否舍弃。

在讨论高斯正态分布曲线时已看到, 误差在 $\pm 3\sigma$ 的范围内概率为99.7%。即若1000次测量数据中会有3次误差可能超出此范围。若测量10次则只有0.03次可能。由此看到大的随机误差的测量值是存在的, 但在一定的可靠性下, 当测量次数较少时, 是不应该出现很少可能出现的大误差。也就是说, 大误差出现的可能性和测量次数有关。

若我们进行了十次 ($n=10$) 测量, 每个测量值出现的概率是 $1/10 (1/n)$, 根据测量值求出 $\bar{m}$, S_m 。取概率为 $1/10$ 的一半即5%的可能测量值由高斯正态分布曲线看出应在 $\bar{m} \pm 1.96$

表 2-1 肖维纳准则的取值范围

n	$ (m_i - \bar{m})/S_m $	n	$ (m_i - \bar{m})/S_m $	n	$ (m_i - \bar{m})/S_m $	n	$ (m_i - \bar{m})/S_m $	n	$ (m_i - \bar{m})/S_m $
5	1.65	9	1.92	16	2.16	24	2.31	50	2.58
6	1.73	10	1.96	18	2.20	26	2.34	100	2.81
7	1.79	12	2.03	20	2.24	30	2.39	200	3.00
8	1.86	14	2.10	22	2.28	40	2.50	500	3.03

S_m 范围之内。因而概率为10%的测量值若出现在 $\bar{m} \pm 1.96S_m$ 范围之外时，我们就可以怀疑这个测量值包含了随机误差以外的过失误差，应对它进行分析处理。肖维纳 (Chauvenlt) 数值舍弃准则就是据此而来的。表2-1就是根据这一准则而列出测量次数 (n) 和 $(m_i - \bar{m})/S_m$ 的取值范围。若某一测量值的 $|(m_i - \bar{m})/S_m|$ 值超出此范围者可考虑舍弃。

〈例2-3〉对某零件进行应变测量，同一状况下对某点测取10个数据 (单位为 $\mu\epsilon$): 310, 308, 322, 292, 304, 298, 336, 292, 300, 366。用肖维纳准则分析某些数据是否应舍弃。

〈解〉由十个量值计算

$$1. \text{ 算术平均值 } \bar{m} = \sum_{i=1}^{10} m_i / 10 = 312.8$$

$$2. \text{ 样本标准差 } S_m = \sqrt{\sum_{i=1}^{10} (m_i - \bar{m})^2 / 9} = 23.1$$

3. 查表2-1, $n=10$ 时, m_i 的范围 (m')

$$m' = \bar{m} \pm 1.96 \times S_m = 312.8 \pm 1.96 \times 23.1 = 358.1 \sim 267.5$$

4. 因 $366 > 358.1$, 应舍弃366。

5. 舍弃366后余下9个数字 ($n=9$), 求出:

$$\bar{m} = 306.9$$

$$S_m = 14.4$$

$$m' = 306.9 \pm 1.92 \times 14.4 = 334.5 \sim 279.3$$

6. 因 $336 > 334.5$ 应舍弃336余下8个数字 ($n=8$), 求出:

$$\bar{m} = 303.3$$

$$S_m = 10.1$$

$$m' = 303.3 \pm 1.86 \times 10.1 = 322.1 \sim 284.5$$

八个数据均在此范围之内。

舍弃准则的另一个格拉布斯 (Gyubbs) 方法则认为测量次数比较少时以测量次数为无限大的正态分布曲线来判别是不够准确的, 此法引入不同测量次数下各种置信度 (不会将合理数据舍弃的可靠程度) 的 $|(m_i - \bar{m})/S_m|$ 的取值范围系数 t_p 。此系数和置信度及测量次数有关。若 $|(m_i - \bar{m})/S_m|$ 值超过此系数又无确实证明数据可靠时应将数据舍弃。此系数可查附录九。

〈例2-4〉数据同〈例2-3〉, 用格拉布斯准则分析数据舍弃情况。

〈解〉算术平均值 $\bar{m}$, 样本标准差 S_m 计算同〈例2-3〉

1. 查附录九, 10个数据, 置信度95%时系数 t_p 为2.18

$$m' = \bar{m} \pm 2.18 \times S_m = 312.8 \pm 2.18 \times 23.1 = 363.3 \sim 262.4$$

2. 因 $366 > 363.3$ 应予舍弃, 余下九个数据, 查附录九, 系数 t_p 为 2.11

$$m' = \bar{m} \pm 2.11 \times S_m = 306.9 \pm 2.11 \times 14.4 = 337.3 \sim 276.5$$

九个数据均在此范围之内。

两例对比看到, 格拉布斯准则比肖维纳准则不易舍去可疑数据。

第三节 间接测量时误差的估计

有一些物理量, 不是直接测量出来的, 而是通过直接测量一些量之后综合计算得出的结果。例如用电阻应变片测量平面应力, 是通过测量两个方向的应变及得到被测材料的弹性模量 E 、波松比 μ 值后计算出来的。又如机械的功率是通过测量输出轴的应变换算出扭矩, 再测量出输出轴的转速, 利用转速乘扭矩而得出功率。在各原始的测量量值有误差下。应如何估计综合结果的最可信赖值及其误差范围, 是下面要讨论的问题。

一、一般误差传递公式

设综合量 u 是直接测量量 x, y, z 的函数

$$u = f(x, y, z) \quad (2-7)$$

x, y, z 的误差为 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$, 由此引起 u 值的误差为 Δu , 则有

$$u + \Delta u = f(x + \Delta x, y + \Delta y, z + \Delta z) \quad (2-8)$$

由台劳公式展开, 并略去误差的高阶项得:

$$\begin{aligned} u + \Delta u &= f(x, y, z) + \frac{\partial f}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial f}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial f}{\partial z} \Delta z \\ \Delta u &= \frac{\partial f}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial f}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial f}{\partial z} \Delta z \end{aligned} \quad (2-9)$$

例如由应变测量计算平面应力的公式为:

$$\sigma_1 = \frac{E}{(1 - \mu^2)} (\varepsilon_1 + \mu \varepsilon_2)$$

$$\sigma_2 = \frac{E}{(1 - \mu^2)} (\varepsilon_2 + \mu \varepsilon_1)$$

由 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, E, \mu$ 等量值的误差 $\Delta \varepsilon_1, \Delta \varepsilon_2, \Delta E, \Delta \mu$ 值, 所导致 σ_1, σ_2 误差 $\Delta \sigma_1, \Delta \sigma_2$ 为:

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_1 &= \frac{\partial f}{\partial \varepsilon_1} \Delta \varepsilon_1 + \frac{\partial f}{\partial \varepsilon_2} \Delta \varepsilon_2 + \frac{\partial f}{\partial E} \Delta E + \frac{\partial f}{\partial \mu} \Delta \mu \\ &= \frac{E}{1 - \mu^2} \Delta \varepsilon_1 + \frac{\mu E}{1 - \mu^2} \Delta \varepsilon_2 + \frac{1}{1 - \mu^2} (\varepsilon_1 + \mu \varepsilon_2) \Delta E + \frac{E}{1 - \mu^2} \left[\varepsilon_2 + \frac{2\mu}{1 - \mu^2} \right. \\ &\quad \left. (\varepsilon_1 + \mu \varepsilon_2) \right] \Delta \mu \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta\sigma_2 &= \frac{\sigma f}{\sigma \varepsilon_1} \Delta\varepsilon_1 + \frac{\partial f}{\partial \varepsilon_2} \Delta\varepsilon_2 + \frac{\partial f}{\partial E} \Delta E + \frac{\partial f}{\partial \mu} \Delta\mu \\ &= \frac{\mu E}{1-\mu^2} \Delta\varepsilon_1 + \frac{E}{1-\mu^2} \Delta\varepsilon_2 + \frac{1}{1-\mu^2} (\mu\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \Delta E + \\ &\quad \frac{E}{1-\mu^2} \left[\varepsilon_1 + \frac{2\mu}{1-\mu^2} (\varepsilon_2 + \mu\varepsilon_1) \right] \Delta\mu\end{aligned}$$

(2-9) 式中 Δx 、 Δy 、 Δz 为 x 、 y 、 z 量的误差数值。但对随机误差来说误差是在一定置信度下的可能范围，综合结果的随机误差范围同样应由统计理论得出。

二、随机误差传递分析

分析指出，间接测量的最可信赖值是由各个直接测量量值的算术平均值所计算出的结果。 x 、 y 、 z 的测量结果算术平均值为 $\bar{x}$ 、 $\bar{y}$ 、 $\bar{z}$ ，则 u 的最可信赖值 $\bar{u}$ （也就是算术平均值）为

$$\bar{u} = f(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$$

对 u 值的误差范围估计，因为正态分布的随机误差是正负对称分布的，对于由多个直接测量值综合得出的结果而言，同时遇上 n 个直接测量值都是最大正偏差或最大负偏差的概率应该比只遇上一个直接测量值的最大偏差的可能性小得多。也就是说同样应从概率的观点来研究间接测量值的随机误差。分析指出，间接测量的样本标准差按下式计算

$$S_u = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 S_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 S_y^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 S_z^2} \quad (2-10)$$

上式中的 S_x 、 S_y 、 S_z 是各直接测量值的标准差。往往对直接测量的结果值是给出在一定置信度下的数值范围 $\bar{x} \pm \Delta\bar{x}$ 、 $\bar{y} \pm \Delta\bar{y}$ 、 $\bar{z} \pm \Delta\bar{z}$ 的形式。所以计算出的间接测量随机误差在一定置信度下的范围也可表达为

$$\Delta\bar{u} = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \Delta\bar{x}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \Delta\bar{y}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 \Delta\bar{z}^2} \quad (2-11)$$

<例2-5>平面应力计算中几个直接测量量值及随机误差范围（95%置信度下）如下：

$$\bar{\varepsilon}_1 = 500 \times 10^{-6}; \Delta\bar{\varepsilon}_1 = 5 \times 10^{-6}; \bar{\varepsilon}_2 = 135 \times 10^{-6}; \Delta\bar{\varepsilon}_2 = 5 \times 10^{-6}$$

$$\bar{E} = 2.00 \times 10^5 (\text{MPa}); \Delta\bar{E} = 0.05 \times 10^5 (\text{MPa}); \bar{\mu} = 0.300; \Delta\bar{\mu} = 0.010$$

求应力的算术平均值及随机误差（95%置信度下）的范围。

<解> 应力的算术平均值及随机误差的范围计算如下：

$$\bar{\sigma}_1 = \bar{E} / (1 - \mu^2) \times (\bar{\varepsilon}_1 + \bar{\mu}\bar{\varepsilon}_2) = 119 (\text{MPa})$$

$$\bar{\sigma}_2 = \bar{E} / (1 - \mu^2) \times (\bar{\varepsilon}_2 + \bar{\mu}\bar{\varepsilon}_1) = 62.6 (\text{MPa})$$

$$\Delta\bar{\sigma}_1 = \sqrt{\left(\frac{\partial \sigma_1}{\partial \varepsilon_1} \Delta\bar{\varepsilon}_1\right)^2 + \left(\frac{\partial \sigma_1}{\partial \varepsilon_2} \Delta\bar{\varepsilon}_2\right)^2 + \left(\frac{\partial \sigma_1}{\partial E} \Delta\bar{E}\right)^2 + \left(\frac{\partial \sigma_1}{\partial \mu} \Delta\bar{\mu}\right)^2}$$

$$= \sqrt{(11.0)^2 + (3.30)^2 + (29.7)^2 + (10.8)^2} (\times 10^5 \text{Pa}) = 3.4 (\text{MPa})$$

$$\Delta\bar{\sigma}_2 = \sqrt{\left(\frac{\partial \sigma_2}{\partial \varepsilon_1} \Delta\bar{\varepsilon}_1\right)^2 + \left(\frac{\partial \sigma_2}{\partial \varepsilon_2} \Delta\bar{\varepsilon}_2\right)^2 + \left(\frac{\partial \sigma_2}{\partial E} \Delta\bar{E}\right)^2 + \left(\frac{\partial \sigma_2}{\partial \mu} \Delta\bar{\mu}\right)^2}$$

$$= \sqrt{(3.30)^2 + (11.0)^2 + (15.7)^2 + (15.1)^2} (\times 10^5 \text{Pa}) = 2.5 (\text{MPa})$$

若将 $\Delta\bar{\varepsilon}_1$ 取作 $\Delta\varepsilon_1$ ， $\Delta\bar{\varepsilon}_2$ 取作 $\Delta\varepsilon_2$ ， $\Delta\bar{E}$ 取作 ΔE ， $\Delta\bar{\mu}$ 取作 $\Delta\mu$ ，使用（2-9）式计算则：

$$\Delta\sigma_1 = \frac{\partial f}{\partial \varepsilon_1} \Delta\varepsilon_1 + \frac{\partial f}{\partial \varepsilon_2} \Delta\varepsilon_2 + \frac{\partial f}{\partial E} \Delta E + \frac{\partial f}{\partial \mu} \Delta\mu = 11.0 + 3.30 + 29.7$$

$$+ 10.8 (\times 10^5 \text{Pa}) = 5.5 (\text{MPa})$$

$$\Delta\sigma_2 = \frac{\partial f}{\partial \varepsilon_1} \Delta\varepsilon_1 + \frac{\partial f}{\partial \varepsilon_2} \Delta\varepsilon_2 + \frac{\partial f}{\partial E} \Delta E + \frac{\partial f}{\partial \mu} \Delta\mu = 3.30 + 11.0 + 15.7$$

$$+ 15.1 (\times 10^5 \text{Pa}) = 4.5 (\text{MPa})$$

$\Delta\bar{\sigma}_1$ 与 $\Delta\sigma_1$, $\Delta\bar{\sigma}_2$ 与 $\Delta\sigma_2$ 是不同的, 其差异是由于 $\Delta\sigma_1$ 、 $\Delta\sigma_2$ 取直接测量值的最大误差计算, 是综合后的可能最大误差。而 $\Delta\bar{\sigma}_1$, $\Delta\bar{\sigma}_2$ 则是根据概率分析在一定置信度下综合后的误差范围。

第四节 测量过程随机误差的估计

(2-11) 式的 $\left(\frac{\partial f}{\partial x} \Delta\bar{x}\right)$, $\left(\frac{\partial f}{\partial y} \Delta\bar{y}\right)$, $\left(\frac{\partial f}{\partial z} \Delta\bar{z}\right)$ 项的物理意义是 x , y , z 的随机误差范围各自对综合随机误差范围的影响。所以 (2-11) 式可表达为: 综合的随机误差范围 ($\Delta\bar{u}$) 之平方是各因素单独作用影响综合随机误差范围的平方和。从 (2-11) 式两端除以 u 得:

$$\frac{\Delta\bar{u}}{u} = \sqrt{\left(\frac{\frac{\partial f}{\partial x} \Delta\bar{x}}{u}\right)^2 + \left(\frac{\frac{\partial f}{\partial y} \Delta\bar{y}}{u}\right)^2 + \left(\frac{\frac{\partial f}{\partial z} \Delta\bar{z}}{u}\right)^2}$$

$$\text{令 } \delta = \frac{\Delta\bar{u}}{u}, \delta_x = \frac{\frac{\partial f}{\partial x} \Delta\bar{x}}{u}, \delta_y = \frac{\frac{\partial f}{\partial y} \Delta\bar{y}}{u}, \delta_z = \frac{\frac{\partial f}{\partial z} \Delta\bar{z}}{u}$$

$$\text{则 } \delta = \sqrt{\delta_x^2 + \delta_y^2 + \delta_z^2} \quad (2-12)$$

上式中的 δ_x 、 δ_y 、 δ_z 是表示因素 x 、 y 、 z 单独作用下使综合结果产生的相对随机误差, 而 δ 是表示综合相对随机误差。

一些测量过程, 往往由许多工作环节所组成, 那就要分析各个环节单独作用时的随机误差对整个过程随机误差的影响而利用 (2-12) 式加以综合。

以电阻应变测量过程为例。测量过程的主要环节有应变片准备, 贴片和使用应变仪进行测量等, 因而对测量结果的随机误差有影响的因素为应变片的误差、贴片误差、应变仪误差等。

应变片的误差主要是应变片的灵敏系数 K 值误差。在应变片出厂时由制造厂提供相对误差数据, 一般为1%左右 (δ_K)。

贴片误差主要考虑贴片的方向与所规定的方向的误差, 如在单向应力测定中若贴片最大偏差为5°时, 所引起的相对误差约为1% (δ_w)。

应变仪的误差, 例如YJD-1型电阻应变仪出厂提供的基本相对误差为2% (δ_i)。

将这些因素的误差视为随机误差, 则这应变测量总的相对随机误差 (δ) 估算为:

$$\delta = \sqrt{\delta_K^2 + \delta_w^2 + \delta_i^2} = \sqrt{(1\%)^2 + (1\%)^2 + (2\%)^2} = 2.45\%$$

从本例中的数据看到, 测量过程各环节误差对过程总的误差的影响是相对误差大的环节严重。本例中仪器的相对误差最大, 只要将它的相对误差减小50%, 即 δ_i 减小为1%, 则总的