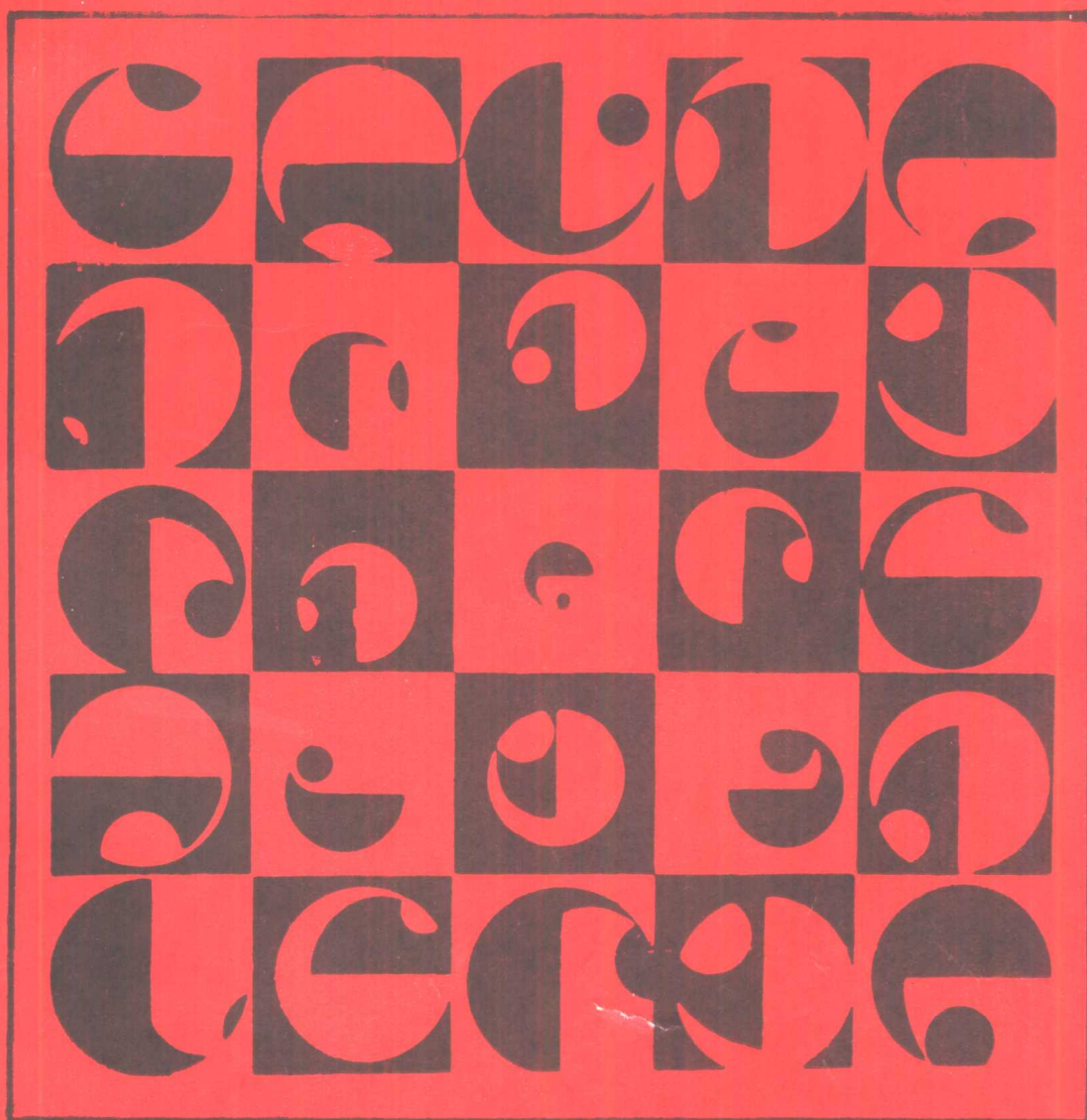


材料力学

赵九江 赵祖耀 主编

哈尔滨工业大学出版社



301

材 料 力 学

赵九江 赵祖耀 主编

哈尔滨工业大学出版社

内 容 提 要

本书是根据“高等工业学校材料力学课程教学基本要求”编写的材料力学教材。书中除“基本要求”所规定的必要内容外，还编入了部分较深、较广的内容。

全书共十八章：绪论，拉伸与压缩，剪切的工程计算，扭转，截面的几何性质，弯曲内力，弯曲强度，弯曲变形，应力状态与应变状态，强度理论，组合变形，能量法，静不定系统，动载荷，疲劳，压杆稳定，厚壁筒，实验应力分析。

本书可用作高等工业学校机械、土木等专业材料力学课程的教材，亦可供其他专业选用，并可供有关工程技术人员参考。

材 料 力 学

145366 赵祖燏 主编

哈尔滨工业大学出版社出版
新华书店首都发行所发行
哈尔滨船舶工程学院印刷厂印刷

*

开本 787×1092 1/16 印张 26.5 字数 641 000

1987年12月第1版 1987年12月第1次印刷

印数 1—6 000

书号：13341·26 定价：3.85元

ISBN 7-5603-0021-9/O·5

前 言

本书是根据“高等工业学校材料力学课程教学基本要求”编写的材料力学教材。为适应不同专业的需要，除满足“基本要求”外，还编入了部分较深、较广的内容，供教学中选用，或供有关工程技术人员参考。书中对部分章节标有“*”号或“**”号，结合有关专业需要，多学时类型可从带有“*”及“**”号章节中选取部分内容，中学时类型可从带有“*”号章节中选取部分内容讲授。本书基础内容亦可供学习材料力学少学时类型课程的学生学习参考。

编写本书时，注意贯彻由浅入深、循序渐近、便于自学等原则。在全书的编排上，力求结构严谨，前后呼应。在各章节的叙述中，注意通过工程实例建立力学简图，注重对基本概念、基础理论知识及基本方法的阐述，同时对某些重要的基本概念及基本方法进行了必要的重复加深，以利于学生牢固掌握。全书文字叙述力求简明，插图绘制力求符合我国最新标准规定或习惯画法。书中编入了一定数量的例题及习题供教学中选用，以加强基础理论知识及基本方法的应用。

全书共十八章。第一章为绪论；第二章至第八章叙述杆件的基本变形；第九、十章介绍应力状态，应变状态及强度理论；第十一章为组合变形；第十二、十三章为能量法及静不定系统；第十四、十五章为动载荷及疲劳；第十六章叙述压杆稳定；第十七章介绍厚壁筒；第十八章简述实验应力分析。为反映现代强度科学的发展，书中在内容选取上力求有所更新，特别是第九、十二、十五、十六等章增添内容较多。例如，第九章对三向应力、应变状态的有关问题作了较多的叙述，第十二章编入了最小势能原理及瑞利·里兹法，第十五章编入了变幅疲劳强度的计算问题，并介绍了低周疲劳等概念，第十六章对压杆平衡稳定性的概念作了较全面的叙述，等等。

在本书编写过程中，参考了国内外已经公开出版的许多书籍、资料，并从其中直接引用了部分习题、例题及插图。在此特向有关作者表示敬意。

参加本书编写的有：赵九江（第一、十二、十三章）、赵祖耀（第二、六、七、八章）、杨恩荣（第三、十四章）、刘定如（第四、五章）、袁祖培（第九、十章）、高宗俊（第十一、十七章）、王殿富（第十五章）、关士义（第十六章）、刘辉章（第十八章）。赵九江、赵祖耀负责主编。

本书由顾震隆、张泽华、杜善义、盖秉政审阅，他们对书稿提出了许多宝贵意见，在此谨致深切的谢意。

由于编者水平所限，书中难免存在一些缺点甚至错误，恳切希望读者予以批评指正，以期今后改进。

编 者

一九八七年五月

目 录

第一章 绪论

§1-1 材料力学的任务	(1)
§1-2 变形固体的基本假设	(2)
§1-3 内力 截面法	(3)
§1-4 应力 应变 虎克定律	(4)
§1-5 杆件变形的基本形式	(6)

第二章 拉伸与压缩

§2-1 概述	(8)
§2-2 拉伸或压缩时横截面上的内力及应力	(8)
§2-3 拉伸或压缩时斜截面上的应力	(12)
§2-4 拉伸和压缩时材料的机械性质	(14)
§2-5 许用应力 强度条件	(22)
§2-6 拉伸或压缩时的变形	(25)
§2-7 拉伸和压缩时的静不定问题	(29)
§2-8 温度应力与装配应力	(31)
§2-9 拉伸或压缩时的变形能	(33)
§2-10 应力集中的概念	(34)
*§2-11 受内压的薄壁筒形及球形容器	(36)
习题	(37)

第三章 剪切的工程计算

§3-1 剪切的工程概念	(46)
§3-2 剪切和挤压的强度计算	(46)
习题	(52)

第四章 扭转

§4-1 概述	(54)
§4-2 外力偶矩与扭矩的计算 扭矩图	(54)
§4-3 薄壁圆筒的扭转 纯剪切	(56)
§4-4 圆轴扭转时的应力与变形计算	(58)
§4-5 圆轴扭转时的强度及刚度计算	(63)
§4-6 圆轴扭转破坏现象分析	(66)
§4-7 圆轴扭转时的变形能	(67)
§4-8 圆柱形密封圈螺旋弹簧的应力与变形计算	(68)
§4-9 矩形截面杆扭转结果介绍	(71)
*§4-10 薄壁杆件的自由扭转	(73)
*§4-11 圆轴的弹塑性扭转	(77)

习题	(78)
第五章 截面的几何性质	
§5-1 静矩与形心	(83)
§5-2 惯性矩 惯性积 惯性半径	(85)
§5-3 平行移轴公式	(87)
§5-4 转轴公式	(89)
§5-5 主轴 主惯性矩 形心主轴及形心主惯性矩	(90)
习题	(94)
第六章 弯曲内力	
§6-1 概述	(97)
§6-2 剪力与弯矩	(98)
§6-3 剪力与弯矩的方程式 剪力图与弯矩图 剪力与弯矩的简便算法	(101)
§6-4 外力与剪力及弯矩间的关系及其在作Q、M图上的应用	(104)
§6-5 用叠加法作剪力图与弯矩图	(107)
*§6-6 平面刚架及曲杆的内力	(108)
习题	(109)
第七章 弯曲强度	
§7-1 引言	(117)
§7-2 纯弯曲梁的正应力	(117)
§7-3 关于纯弯曲若干问题的讨论	(123)
§7-4 弯曲剪应力	(125)
§7-5 弯曲正应力强度条件及弯曲剪应力强度校核	(131)
§7-6 梁的合理截面形状	(135)
§7-7 等强度梁的概念	(137)
**§7-8 两种材料的复合梁	(139)
*§7-9 开口薄壁截面梁的弯曲中心	(142)
**§7-10 平面曲杆的纯弯曲	(144)
*§7-11 梁的弹塑性弯曲	(148)
习题	(153)
第八章 弯曲变形	
§8-1 挠度与转角 梁的刚度条件	(161)
§8-2 挠曲线的近似微分方程式	(162)
§8-3 求梁变形的积分法	(163)
§8-4 叠加原理及求挠度与转角的叠加法	(167)
*§8-5 用奇导函数表示的梁挠曲线通用方程	(171)
习题	(175)
第九章 应力状态与应变状态	
§9-1 一点应力状态的概念	(181)
§9-2 平面应力状态	(183)

§9-3 平面应力状态的应力圆	(187)
*§9-4 梁的主应力与主应力迹线	(189)
*§9-5 空间应力状态	(191)
*§9-6 一点邻域内的应变状态	(196)
§9-7 应力与应变间的关系	(197)
§9-8 总应变分解为体积应变和形状应变	(199)
§9-9 应变能	(203)
*9-10 各向同性材料弹性常数间的关系	(204)
习题	(205)
第十章 强度理论	
§10-1 强度理论的概念	(208)
§10-2 经典强度理论	(209)
*§10-3 强度准则的几何表达	(212)
*§10-4 莫尔强度理论	(214)
习题	(216)
第十一章 组合变形	
§11-1 概述	(218)
§11-2 斜弯曲	(219)
§11-3 拉伸与弯曲的组合变形	(224)
§11-4 弯曲与扭转的组合变形	(230)
习题	(235)
第十二章 能量法	
§12-1 引言	(241)
§12-2 变形能的计算	(241)
§12-3 单位载荷法	(245)
§12-4 图形互乘法	(250)
§12-5 互等定理	(253)
*§12-6 虚功原理	(254)
*§12-7 卡氏定理	(259)
**§12-8 最小势能原理 瑞利-里兹法	(262)
习题	(265)
第十三章 静不定系统	
§13-1 静不定系统的概念 静不定次数	(269)
§13-2 变形比较法	(270)
§13-3 力法解静不定系统	(273)
*§13-4 连续梁	(283)
习题	(286)
第十四章 动载荷	
§14-1 引言	(290)

§14-2 构件作匀加速直线运动及匀角速转动时的应力计算·····	(290)
§14-3 构件在受迫振动时的应力·····	(296)
*§14-4 考虑弹性体质量影响时的固有频率·····	(300)
§14-5 构件受冲击时的应力和变形·····	(301)
*§14-6 考虑被冲击构件质量时的动荷系数计算·····	(308)
*§14-7 冲击韧度·····	(309)
习题·····	(310)
第十五章 疲劳	
§15-1 交变应力下疲劳破坏的概念·····	(313)
§15-2 循环的基本特征和疲劳极限·····	(315)
§15-3 影响疲劳极限的因素·····	(317)
§15-4 等幅交变应力下构件的疲劳强度计算·····	(324)
§15-5 弯曲和扭转组合等幅交变应力下构件的疲劳强度计算·····	(330)
*§15-6 变幅交变应力下构件的疲劳强度计算·····	(333)
**§15-7 低周疲劳 疲劳裂纹的形成寿命·····	(336)
**§15-8 疲劳裂纹的扩展寿命·····	(338)
§15-9 提高构件疲劳强度的措施·····	(340)
习题·····	(341)
第十六章 压杆稳定	
§16-1 平衡稳定性的概念·····	(343)
§16-2 确定临界力的静力法 (欧拉法) ·····	(347)
*§16-3 能量法·····	(353)
§16-4 不同杆端约束情况下细长压杆临界力的欧拉公式·····	(359)
§16-5 欧拉公式的应用范围 柔度的概念 超过比例极限后压杆临界力的计算·····	(361)
§16-6 压杆的稳定条件及稳定计算·····	(363)
§16-7 提高压杆稳定性的一些措施·····	(368)
习题·····	(369)
*第十七章 厚壁筒	
§17-1 概述·····	(373)
§17-2 厚壁筒的应力及位移·····	(374)
§17-3 厚壁筒的强度计算·····	(376)
§17-4 组合筒·····	(381)
*§17-5 厚壁筒的极限载荷计算·····	(386)
习题·····	(387)
*第十八章 实验应力分析	
§18-1 概述·····	(389)
§18-2 电阻应变测量的原理和方法·····	(389)
*§18-3 光弹性实验的原理和方法·····	(398)
附录 型钢表·····	(405)

第一章 绪 论

§1-1 材料力学的任务

各种机械和工程结构都是由零件或部件组成的。例如机床是由齿轮、传动轴、床身等零部件组成，房屋是由梁、柱、板等组成。工程实际中的零、部件形状是各式各样的，将其形状适当简化后作为材料力学的研究对象时，统称为构件。按其几何形状可将构件划分为杆、板、壳、块体等四类（图1-1）。

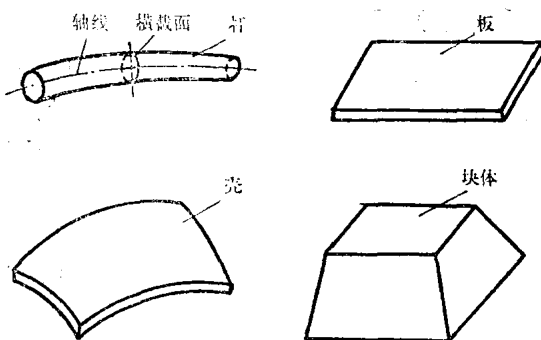


图 1-1

作为固体力学的分支——材料力学的研

究对象，主要属于杆类的构件。杆的几何形状特征是，轴线（横截面形心的连线）的长度远大于横截面（与轴线垂直的截面）的尺寸（如高、宽、直径等）。轴线为直线的杆称为直杆。轴线为曲线的杆称为曲杆。材料力学以直杆为其主要研究对象。

尽管构件的材料是各式各样的，但都为固体。任何固体在外力（包括载荷、支反力）作用下会产生形状和尺寸的改变，故称之为变形固体或可变形固体。实验表明，当外力不超过某一限度时，外力撤去后，变形将随外力撤去而消失，称这种变形为弹性变形。当外力超过一定限度时，外力撤去后将遗留一部分不能消失的变形，称这部分变形为塑性变形也称残余变形或永久变形。如外力继续增大到某一限度时，构件将发生断裂破坏。某些构件当外力达到一定程度时，虽然不呈现明显的塑性变形也可能产生断裂破坏。在一般情况下为了保证构件能正常工作，不允许构件产生塑性变形和断裂破坏。对某些构件来说，即使仅仅产生弹性变形，变形也必须小于某给定的限度之内，构件才能正常工作。例如机床主轴变形过大时，将影响加工工件的精度。又如图1-2所示齿轮轴，其正常啮合情况如图

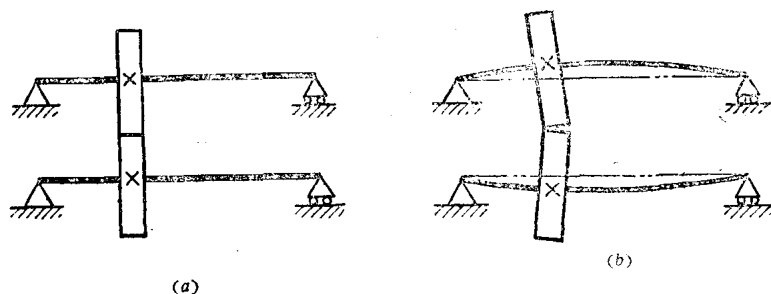


图 1-2

1-2(a)所示。图1-2(b)示意因轴变形过大而导致齿轮产生局部啮合的不良情况。此外，

有些细长直杆，如千斤顶的螺杆（图1-3），在压力作用下，必须始终保持直线形式的平衡状态，才能保证正常工作。实践表明当沿轴线作用的压力 P 超过某一限度时，直杆就会从直线的平衡形式突然变弯。这种现象称为丧失稳定，简称失稳。一般不允许构件产生失稳现象。

综上所述，构件在外力作用下能正常工作的条件，需满足以下三方面的要求：

1. 构件应具有足够的强度，以保证构件不会产生断裂破坏和明显的塑性变形。所谓强度是指构件抵抗破坏（断裂或产生明显塑性变形）的能力。

2. 构件应具有足够的刚度，以保证构件工作时的弹性变形在规定的限度之内。所谓刚度是指构件抵抗变形的能力。

3. 构件应具有足够的稳定性，以使构件在工作时不产生失稳现象。所谓稳定性是指构件保持其原有平衡形式的能力。

上述三项要求是保证构件安全工作的一般要求。对一个具体构件而言，对上述三项要求往往有所侧重，有些构件只需满足一或二项，有些构件则需满足三项要求。此外，在某些情况下，却可能要求构件具有较低的强度或刚度。例如，为了保证机器不致因超载而造成重大事故，当载荷到达某一限度时，要求安全销立即破坏。又如，用于缓冲设备的弹簧、钟表的发条等，力求这些部件具有较大的弹性变形。

为了保证构件具有足够的强度、刚度和稳定性，在设计构件时必须选用适宜的材料、合理的截面形状和尺寸。否则或者造成结构笨重浪费材料，或者满足不了强度、刚度和稳定性的要求。因此，在材料力学中将研究构件在外力作用下变形和破坏的规律，以便在保证构件的强度、刚度和稳定性的条件下为构件选用适宜的材料，确定合理的截面形状和尺寸提供理论基础和计算方法。这就是材料力学的基本任务。

构件的强度、刚度和稳定性，显然都与构件材料的机械性质（材料在外力作用下表现出的变形和破坏等方面的特性）有关。材料的机械性质须通过实验来测定。材料力学中的一些理论分析方法，大多是在某些假设条件下得到的，是否可靠，还要由实验验证其正确性。此外，还有些问题尚无理论分析结果，也需借助实验的方法来解决。因此，材料力学是一门理论与实验相结合的学科。

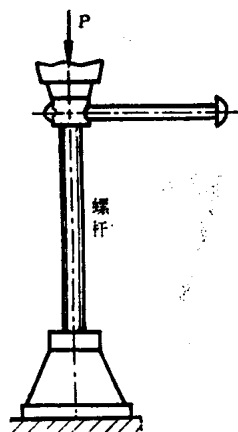


图 1-3

§1-2 变形固体的基本假设

研究构件的强度、刚度和稳定性时，为了使计算简化，须略去材料的一些次要性质，并根据与问题有关的主要因素，对变形固体作出一些假设。在材料力学中对变形固体采用下列假设。

1. **连续性假设** 认为构件的整个体积内均毫无空隙地充满了物质。实际上，从物质结构来说，组成固体的粒子之间并不连续。但它们之间的空隙与构件的尺寸相比是极其微小的，可以忽略不计。由于这种连续性假设，就可以对连续介质采用无穷小量的分析方法。

2. **均匀性假设** 认为从构件内任取一部分，不论其体积大小如何，其机械性质完全

相同。实际上，材料的基本组成部分的性质并不完全相同。例如工程中常用的金属，多由两种或两种以上元素的晶粒组成，不同元素晶粒的机械性质并不完全相同。但固体构件的尺寸远远大于晶粒尺寸，它所包含的晶粒为数极多，而且是无规则地排列着，其机械性质是所有晶粒机械性质的统计平均值。可以认为构件内各部分的性质是均匀的。

3. 各向同性假设 认为固体在各个方向上的机械性质完全相同，称具备这种性质的材料为各向同性材料。例如玻璃为各向同性材料。工程中常用的金属材料，就其单个晶粒本身来说，属于各向异性体。但由于构件中所含晶粒数目极多，而且它们又是杂乱无章地排列着，这样就使各个方向上的机械性质的统计平均值接近相同了。因此仍可将金属看成是各向同性材料。当然，有些材料，如纤维织品、木材等就需按各向异性材料来考虑。

实践表明，在上述假设基础上，建立起来的理论，是能符合工程实际要求的。

变形固体在外力作用下产生变形，按构件变形的大小可划分为大变形和小变形两类问题。当构件的变形远远小于构件的尺寸时，则称这类问题为小变形问题。在研究这类小变形问题的平衡和运动时，可不计构件变形的影响，仍按变形前构件的原始尺寸进行分析计算。例如图1-4为一端固支的直梁，梁长为 l ，在 B 端

受载荷 P 作用后，梁变形为曲线 $\widehat{AB'}$ 。若符合小变形条件，则 δ 必然远远小于 l ，在求其支反力矩时可忽略 δ 的影响，仍按梁原始长度 l 建立平衡条件，求得 $m_A = Pl$ 。若 δ 不很小时，则为大变形问题， δ 的影响不可忽略，这时的固端支反力矩应为 $m_A = P(l - \delta)$ 。在材料力学中主要研究小变形问题。

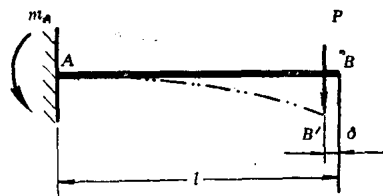


图 1-4

§1-3 内力 截面法

一、内力的概念

内力是指构件内部两相邻部分之间的相互作用力。构件在受外力之前，内部各相邻质点之间，已存在相互作用的内力。正是这种内力使各质点保持一定的相对位置，使构件具有一定的几何尺寸和形状。构件受外力作用后，在产生变形的同时，在其内部也因各部分之间相对位置的改变引起内力的改变。内力的变化量是由外力引起的附加内力。这种附加内力将随外力的增加而增大，当其达到某一限度时，就会引起构件的破坏。可见它与构件的强度、刚度和稳定性密切相关。在材料力学中所研究的内力，系指这种附加内力。下面来介绍确定内力的方法。

二、截面法

现以两端受轴向拉力 P 作用的直杆为例说明求内力的方法。

欲求横截面 mm 上的内力，必须首先将其内力显露出来。为此，假想把杆件沿横截面 mm 分成I和II两部分（图1-5(a)）。任取一部分，例如取部分I为研究对象。根据连续性假设，部分II作用给部分I的内力，沿横截面连续分布（图1-5(b)）。为了维持保留部分I的平衡，分布内力的合力应为沿杆轴线作用的力 N ，称内力 N 为轴力。根据作用与

反作用定律可知, 部分 I 对部分 II 作用的内力, 必然大小相等、方向相反(图1-5(b))。然后可取任一部分(如取部分 I) 的平衡条件求轴力 N 的大小

$$N = P$$

称上述求横截面上内力的方法为截面法。

可将截面法归纳为以下三个步骤:

1. 欲求某一截面上的内力时, 就沿该截面假想地把构件分成两部分, 弃去任一部分, 保留另一部分作为研究对象。
2. 用作用在截面上的内力, 代替弃去部分对保留部分的作用。
3. 建立保留部分的平衡条件, 确定未知内力。

截面法是求截面上内力的一般方法。对图1-6(a)所示的杆件, 受空间平衡力系作用。若求 $m-m$ 截面的内力, 则须沿 $m-m$ 截面假想地将杆件分成 I、II 两部分。弃去部分 II, 保留部分 I 为研究对象。可用六个内力素 N 、 Q_x 、 Q_y 、 M_x 、 M_y 、 M_z 代替部分 II 对部分 I 的作用(图1-6(b))。其中 N 为轴力, 称与截面相切的内力素 Q_x 、 Q_y 为剪力(或称为切力), 称绕杆轴线 x 轴的力偶 M_x 为扭矩, 称绕横截面形心轴 y 、 z 的力偶 M_y 、 M_z 为弯矩。在给定外力的条件下, 这六个内力素, 可由保留部分空间力系的六个独立平衡条件来确定。

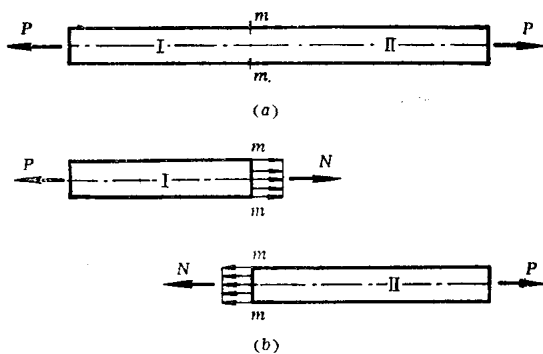


图 1-5

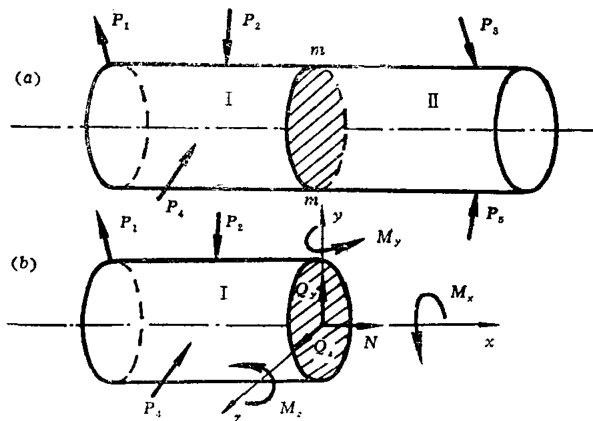


图 1-6

§1-4 应力 应变 虎克定律

一、应力

截面法所确定的内力素 (N 、 Q 、 M 等) 是图1-7(a)所示截面上分布内力的合力。它不能说明截面上任一点处内力的强弱程度。为了度量截面上任一点处内力的强弱程度, 引入应力的概念。

在截面上某一点 C 处附近取微小面积 ΔA , ΔA 上的内力合力为 ΔP (图1-7(b))。定义 ΔA 上内力的平均集度为

$$p_m = \frac{\Delta P}{\Delta A}$$

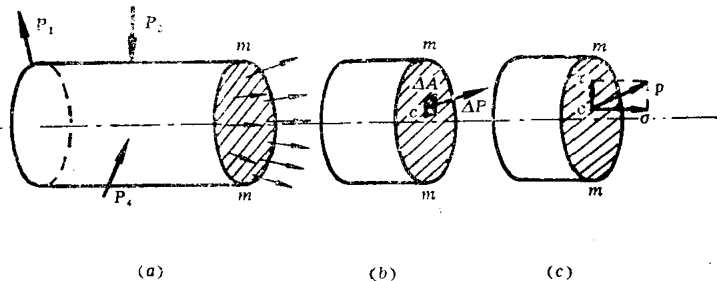


图 1-7

称 p_m 为 ΔA 上的平均应力。一般来说, 内力并不是均匀分布的, 它将随着 ΔA 的缩小趋向均匀

分布。当 ΔA 趋近于零时，其极限值

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta A} = \frac{dP}{dA} \quad (1-1)$$

称 p 为 C 点的总应力。 p 是一个矢量，一般可将 p 分解成与截面垂直、相切的两个分量 σ 和 τ （图1-7(c)）。称垂直截面的分量 σ 为正应力，称与截面相切的应力分量 τ 为剪应力。

在国际制单位中，应力的基本单位是牛/米²（N/m²），称为帕斯卡，简称帕（Pa）。工程中常用单位为kPa（千帕）、MPa（兆帕）、GPa（千兆帕），它们的关系如下：

$$\begin{aligned} 1\text{Pa} &= 1\text{N/m}^2, & 1\text{kPa} &= 10^3\text{Pa}, \\ 1\text{MPa} &= 10^6\text{Pa}, & 1\text{GPa} &= 10^9\text{Pa}. \end{aligned}$$

如果通过杆件内指定 C 点，沿不同方位取截面， C 点的应力，一般随着截面的方位不同而变化。例如杆承受轴向拉伸时，横截面上 C 点的应力如图1-8(a)所示。通过 C 点与轴线成45°斜截面上的应力如图1-8(b)所示。可见两个截面上的应力是不相同的。一点处各个截面上应力的集合，统称为该点的应力状态。关于应力状态的分析，详见第九章。

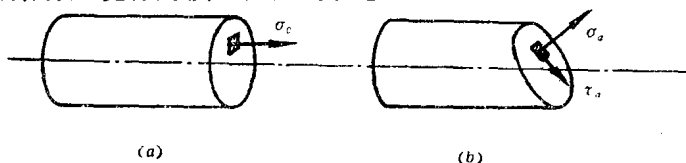


图 1-8

二、线应变与剪应变

在研究构件的变形和其截面上内力的分布规律时，往往借助于截面上各点的变形分布规律。为了研究一点处的变形情况，设想将构件分割成无数个如图1-9(a)所示的微小正六面体。在外力作用下产生变形，微小六面体的棱边 ab 由原长 Δx 变为 $(\Delta x + \Delta u)$ ，如图1-9(b)所示。 Δu 为 Δx 长度内的总变形量。为度量一点处变形强弱的程度，现引入应变的概念。若 ab 长度内各点处的变形程度相同，则比值

$$\varepsilon = \frac{\Delta u}{\Delta x} \quad (1-2)$$

表示 ab 长度内每单位长的伸长或缩短，称 ε 为线应变。若在 ab 长度内各点处的变形程度并不相同时，为了确定 C 点的线应变，使微小正六面体的边长无限缩小， C 点的线应变定义为

$$\varepsilon = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} = \frac{du}{dx} \quad (1-3)$$

线应变 ε 是无量纲的量。

上述微小正六面体的各边缩小为无穷小时，通称为单元体。在变形过程中，单元体除棱边长度变化外，相互垂直棱边的夹角也发生变化，如图

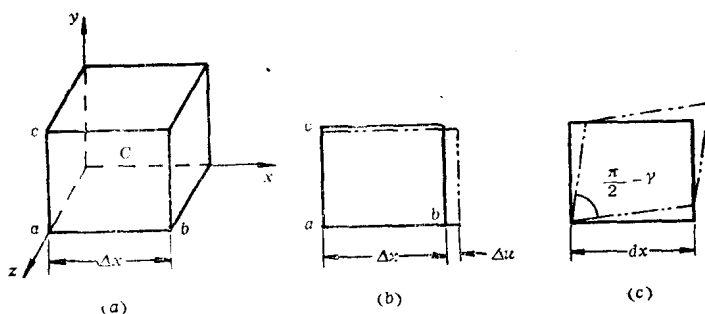


图 1-9

1-9(c)所示。称其夹角的改变量 γ 为剪应变或称角应变。角应变用弧度来度量，它也是无量纲的量。

综上所述，可见小单元体的变形程度，可由线应变、角应变来度量。构件整体的变形，可理解为所有单元体线变形和角变形的组合结果。

一般来说, 构件内一点处沿不同方向上线应变的大小、在不同方位平面上角应变的大小都是不相同的。例如, 直杆轴向拉伸时 (图1-10(a)), 沿轴向从C点附近取出的单元体的变形, 如图1-10(b)所示 (变形后的单元体用虚线表示)。图1-10(c)表示与轴向成45°的单元体变形情况, 可见两者是不相同的。

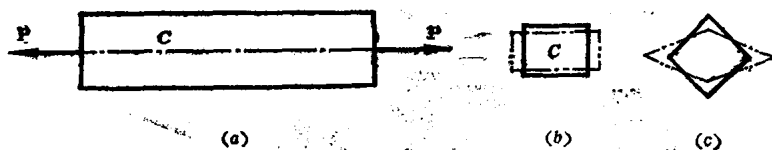


图 1-10

构件内一点处沿各方向上的线应变和各方位面上角应变的集合, 统称为该点的应变状态。关于应变状态的分析, 详见第九章。

三、虎克定律

材料的机械性质实验表明, 当应力不超过某一限度时, 应力与应变之间存在正比关系, 称这一关系为虎克定律。

图1-11(a)表示单向 (单轴) 应力状态, 单向拉伸 (压缩) 情况下的虎克定律为

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (1-4)$$

其中E为成正比系数, 称E为弹性模量, 其量纲与应力量纲相同, 它的数值可由实验测定。

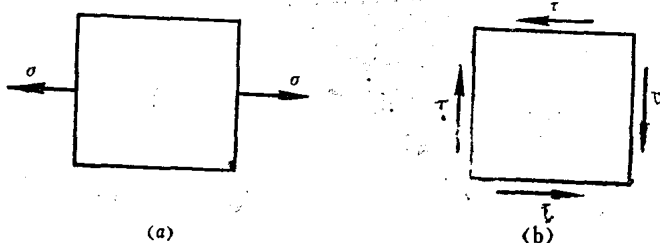


图 1-11

图1-11(b)表示纯剪切应力状态, 这种应力状态下的虎克定律为

$$\tau = G \gamma \quad (1-5)$$

G为成正比常数, 称G为剪切弹性模量, 其量纲与应力量纲相同, 它的数值可由实验测定。

应该指出, 构件的应力计算, 一般属于静不定问题。解决这类问题的方法, 需要利用构件的变形关系、物理关系、静力关系等三方面综合分析的方法。在变形分析中可给出应变的分布规律, 通过物理关系 (虎克定律) 可从应变分布规律确定应力分布规律, 再由静力分析建立应力与内力素 (分布内力的合力) 之间的关系。这种三方面综合分析的方法是求解静不定问题的一般方法。

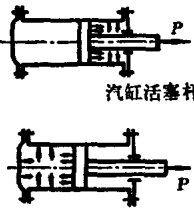
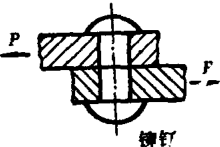
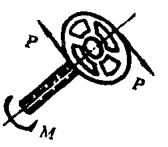
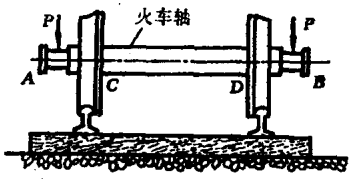
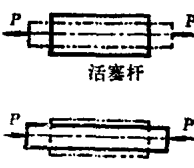
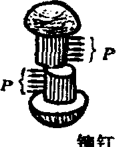
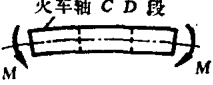
§1-5 杆件变形的的基本形式

杆件在不同形式的外力作用下, 其变形形式也各不相同。综合分析杆在各种外力作用下的变形情况, 可将杆件的变形简化为四种基本形式:

1. 拉伸或压缩。
2. 剪切。
3. 扭转。
4. 弯曲。

它们的实例、受力和变形简图分别列于表1-1。实际工程中的杆件可能为上述基本变形之一，也可能是上述几种基本变形的组合情况。本书先分别研究每种基本变形的情况，然后再研究组合变形的情况。

表 1-1 基本变形形式表

变形形式	拉伸或压缩	剪 切	扭 转	弯 曲
工程实例	 汽缸活塞杆	 铆钉		
受力和 变形简图	 活塞杆	 铆钉		

第二章 拉伸与压缩

§2-1 概 述

工程实际中常会遇到许多受拉伸或压缩的杆件。例如，桁架的支杆，材料实验机的立柱(图2-1)，等等。这些受拉伸或压缩的杆件，虽然形状不同，传递外力的方式也各有差异，但就杆长的主要部分来看，都是直杆，所受外力的合力与杆的轴线相重合。直杆受到与其轴线相重合的外力作用时，将沿轴线方向产生伸长或缩短的变形，这种变形称轴向拉伸或轴向压缩，简称拉伸或压缩。

图2-2表示杆件受拉伸及压缩时的计算简图。本章将对杆件在轴向拉伸及轴向压缩时，有关强度及变形的问题进行讨论。

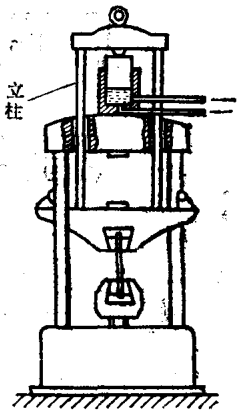
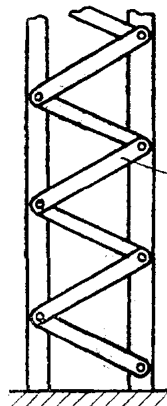


图 2-1

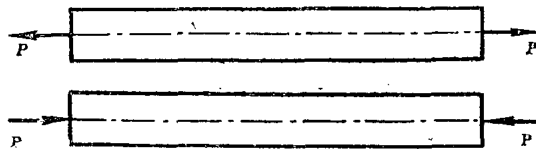


图 2-2

§2-2 拉伸或压缩时横截面上的内力及应力

图2-3所示为一受拉伸的等截面直杆，简称等直杆。用前章所述的截面法可求得其横截面上的轴力为

$$N = P$$

轴力 N 是杆件受轴向拉伸或轴向压缩时横截面上的内力。杆件受拉伸与压缩时，其变形及破坏在性质上是有所不同的。为区别起见，对轴力作如下符号规定：拉为正，压为负。

有些杆件的轴力沿轴线是分段变化或连续变化的，这时宜用图形表示出其轴力随截面位置的变化情况。这种图称为轴力图。

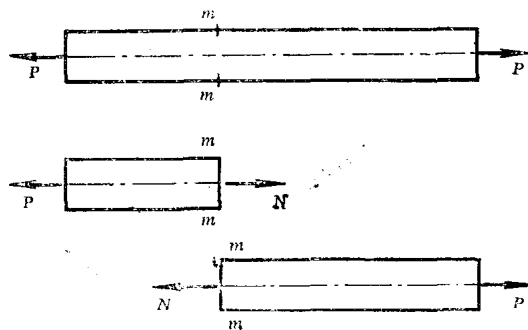


图 2-3

例 2-1 图 2-4(a) 所示直杆，一端固定，另一端受 P_C 力作用，在 B 处与过槽孔并在两端分别作用有 $\frac{P_B}{2}$ 力的销杆相接。已知： $P_C = 2\text{kN}$ ， $P_B = 3\text{kN}$ ， P_C 与 P_B 均与杆的轴线相重合，试绘杆的轴力图。

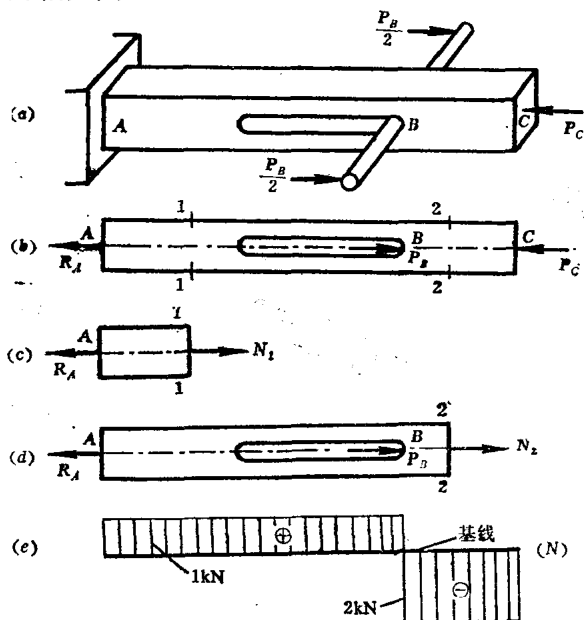


图 2-4

解 以直杆为研究对象，作计算简图如图 2-4(b) 所示。

1. 求支座反力

用 R_A 表示固定端 A 处的支座反力，取轴线为 x 轴，由平衡方程式

$$\sum X = 0, \quad P_B - P_C - R_A = 0$$

得

$$R_A = P_B - P_C = 3 - 2 = 1\text{kN}$$

2. 分段求轴力

杆件只在 A 、 B 及 C 三点处有外力作用，若将杆件分为 AB 及 BC 两段，则同一段内各横截面上的轴力将相等。

AB 段 沿横截面 1-1 假想地把杆件截开，保留左部分，用 N_1 表示作用于截面 1-1 上的轴力，由平衡条件（见图 2-4(c)）

$$\sum X = 0, \quad N_1 - R_A = 0$$

得

$$N_1 = R_A = 1\text{kN}$$

BC 段 沿 2-2 截面假想地截开，轴力用 N_2 表示。由保留部分的平衡条件（见图 2-4(d)）

$$\sum X = 0, \quad N_2 - R_A + P_B = 0$$

得

$$N_2 = R_A - P_B = 1 - 3 = -2\text{kN}$$

N_2 为负值，表明轴力 N_2 的真实方向与图 2-4(d) 中所示方向相反，即为压力。