

机械  
工程  
手册  
第  
21  
篇  
机械  
振动  
  
(试  
用本)

# 机械工程手册

## 第 21 篇 机械振动

(试 用 本)

机械工程手册 编辑委员会  
电机工程手册



机械工业出版社

机  
-6  
21  
社

# 机械工程手册

## 第21篇 机械振动

(试用本)

机械工程手册  
电机工程手册

编辑委员会



机械工业出版社

本篇介绍了机械工程中常见的振动问题，以及解决这些问题所必需的基础理论和基本的测试技术。对于轴的临界转速和扭转振动，机器及其零部件的平衡，减振与隔振，振动的利用，机器结构的动刚度等内容予以分别介绍。与机械振动密切相关的冲击和噪声的内容也作了简要介绍。

## 机械工程师手册

### 第21篇 机械振动

(试用本)

昆明工学院 主编

\*

机械工业出版社出版(北京阜成门外百万庄南街一号)

(北京市书刊出版业营业许可证出字第117号)

机械工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

\*

开本 $787 \times 1092^{1/16}$ ·印张 $11\frac{1}{2}$ ·字数322千字

1978年2月北京第一版·1978年2月北京第一次印刷

印数 00,001—75,000·定价0.87元

\*

统一书号：15033·4480

## 编辑说明

(一) 我国自建国以来,特别是无产阶级文化大革命以来,机械工业在伟大的领袖和导师毛泽东主席的无产阶级革命路线指引下,坚持政治挂帅,以阶级斗争为纲,贯彻“**独立自主、自力更生**”的方针,取得了巨大的成就。为了总结广大群众在生产和科学技术方面的经验,加强机械工业科学技术的基础建设,适应实现“四个现代化”的需要,我们组织编写了《机械工程手册》和《电机工程手册》,使出版工作更好地为无产阶级政治服务,为工农兵服务,为社会主义服务。

(二) 这两部手册主要供广大机电工人、工程技术人员和干部在设计、制造和技术革新中查阅使用,也可供教学及其他有关人员参考。《手册》在内容和表达方式上,力求做到深入浅出,简明扼要,直观易懂,归类便查,以便广大机电工人使用,有利于工人阶级技术队伍的发展和壮大。

(三) 这两部手册是综合性技术工具书,着重介绍各专业的理论基础,常用计算公式、数据、资料,关键问题以及发展趋势。在编写中,力求做到立足全局,勾划概貌,反映共性,突出重点。读者在综合研究和处理技术问题时,《手册》可起备查、提示和启发的作用。它与各类专业技术手册相辅相成,构成一套比较完整的技术工具书。《机械工程手册》包括基础理论、机械工程材料、机械设计、机械制造工艺、机械制造过程的机械化与自动化、机械产品六个部分,共七十九篇;《电机工程手册》包括基础理论、电工材料、电力系统与电源、电机、输变电设备、工业电气设备、仪器仪表与自动化七个部分,共五十篇。

(四) 参加这两部手册编写工作的, 有全国许多地区和部门的工厂、科研单位、大专院校等五百多个单位、两千多人。提供资料和参加审定稿件的单位和人员, 更为广泛。许多地区的科技交流部门, 为审定稿件做了大量的工作。各篇在编写、协调、审查、定稿各个环节中, 广泛征求广大机电工人的意见, 坚持实行工人、技术人员和领导干部三结合的原则, 发挥了广大群众的智慧和力量。

(五) 为了使手册早日与读者见面, 广泛征求意见, 先分篇出版试用本。由于我们缺乏编辑出版综合性技术工具书的经验, 试用本在内容和形式方面, 一定会存在不少遗漏、缺点和错误。我们热忱希望读者在试用中进一步审查、验证, 提出批评和建议, 以便今后出版合订本时加以修订。

(六) 本书是《机械工程手册》第21篇, 由昆明工学院主编, 参加编写的有山东工学院、湖南大学、上海市机电设计院、北京机床研究所、华中工学院、西安交通大学、西南仪器厂、哈尔滨工业大学、重庆大学、昆明冶金设计院等单位。许多有关单位对编审工作给予大力支持和帮助, 在此一并致谢。

机械工程手册  
电机工程手册 编辑委员会编辑组

# 目 录

编辑说明

常用符号表

## 第1章 概 述

- 1 机械工程中常见的振动问题 .....21-1
- 2 机械振动的类型 .....21-2
- 3 机械振动的表示方法 .....21-2
  - 3.1 振动的时间历程 .....21-2
  - 3.2 简谐振动的表示方法 .....21-2
  - 3.3 振动幅值的描述量 .....21-3
  - 3.4 振动的频谱 .....21-4
- 4 两个简谐振动的合成 .....21-5

## 第2章 机械振动的基本特性

- 1 实际机械系统的简化 .....21-8
  - 1.1 系统中各参数分布规律的简化和系统的自由度 .....21-8
  - 1.2 系统中各参数的线性化 .....21-8
  - 1.3 忽略次要因素 .....21-8
  - 1.4 机械系统简化实例 .....21-9
- 2 振动系统的刚度与阻尼系数 .....21-9
  - 2.1 弹性元件的刚度 .....21-9
  - 2.2 阻尼系数 .....21-13
- 3 自由振动的基本特性 .....21-15
  - 3.1 单自由度振动系统 .....21-15
  - 3.2 二自由度振动系统 .....21-16
  - 3.3 多自由度振动系统 .....21-17
- 4 固有频率 .....21-19
- 5 计算固有频率的近似方法 .....21-33
  - 5.1 矩阵迭代法 .....21-33
  - 5.2 逐次平方法 .....21-34
  - 5.3 能量法 .....21-34
  - 5.4 邓柯莱(Dunkerley)法—分解代换法 .....21-35
  - 5.5 霍尔哲(Holzer)法 .....21-35
- 6 机械系统的受迫振动 .....21-35
  - 6.1 单自由度系统的响应 .....21-35
  - 6.2 二自由度系统的响应 .....21-40
  - 6.3 无阻尼多自由度系统的响应 .....21-42

- 6.4 机械阻抗和传递函数 .....21-44

## 第3章 非线性振动与随机振动

- 1 非线性振动 .....21-46
  - 1.1 机械工程中的非线性振动 .....21-46
  - 1.2 非线性振动的物理特性 .....21-50
  - 1.3 求解非线性振动的常用方法 .....21-52
  - 1.4 非线性振动的稳定性 .....21-55
- 2 自激振动 .....21-55
  - 2.1 机械工程的一些自振现象及其特性 .....21-55
  - 2.2 自振系统动力稳定性判据 .....21-59
- 3 随机振动 .....21-63
  - 3.1 随机振动的特点 .....21-63
  - 3.2 随机振动的统计描述 .....21-64
  - 3.3 线性系统对随机激振的响应 .....21-67

## 第4章 轴的临界转速和扭转振动

- 1 轴的临界转速 .....21-68
  - 1.1 两支承单盘轴的临界转速 .....21-68
  - 1.2 两支承多盘轴的临界转速 .....21-70
  - 1.3 多支承多盘轴的临界转速 .....21-79
  - 1.4 影响临界转速的因素 .....21-79
- 2 轴系的扭转振动 .....21-81
  - 2.1 单支系统扭转振动的固有频率及振型的计算 .....21-81
  - 2.2 分支系统扭转振动固有频率及振型的计算 .....21-83
  - 2.3 受迫扭转振动的振幅计算 .....21-84

## 第5章 机器及其零部件的平衡

- 1 旋转零部件的平衡 .....21-88
  - 1.1 静平衡与动平衡 .....21-88
  - 1.2 刚性转子的动平衡 .....21-89
  - 1.3 挠性转子的动平衡 .....21-92
  - 1.4 转子的许用不平衡量 .....21-94
- 2 往复机器惯性力的平衡 .....21-97
  - 2.1 曲柄连杆机构的惯性力 .....21-97



- 2.2 多缸发动机的惯性力 .....21-97  
 2.3 往复机器的平衡方法 .....21-98

## 第6章 减振与隔振

- 1 减振器 .....21-99  
 1.1 阻尼减振器 (阻振器) .....21-100  
 1.2 固体摩擦减振器 .....21-100  
 1.3 液体摩擦减振器 .....21-101  
 1.4 冲击减振器 .....21-103  
 1.5 动力减振器 .....21-103  
 1.6 摆式减振器 .....21-106  
 2 隔振原理 .....21-106  
 2.1 单自由度隔振系统 .....21-106  
 2.2 多自由度隔振系统 .....21-108  
 3 隔振器的设计 .....21-110  
 3.1 设计、选用隔振器的原则 .....21-110  
 3.2 隔振器的布置形式 .....21-110  
 3.3 常用隔振器 .....21-111  
 3.4 橡胶、金属弹簧及组合隔振器的设计 .....21-111  
 4 精密仪器和设备的允许振动 .....21-115

## 第7章 振动的利用

- 1 常用振动机械的力学模型、激振器的形式与动力学参数 .....21-116  
 1.1 连杆式激振器及连杆式振动机械 .....21-117  
 1.2 惯性激振器及惯性振动机械 .....21-119  
 1.3 电磁激振器和电磁振动机械 .....21-121  
 1.4 振动输送和筛分机械的一些运动学参数 .....21-121  
 2 主振弹簧和隔振弹簧 .....21-122  
 2.1 主振弹簧总刚度 $K$ 和隔振弹簧总刚度 $K_0$  .....21-122  
 2.2 主振弹簧和隔振弹簧的设计 .....21-123

## 第8章 机器结构的动刚度

- 1 动刚度的基本概念及其确定方法 .....21-124  
 1.1 动刚度的基本概念 .....21-124  
 1.2 机器结构动刚度的确定方法 .....21-125  
 2 典型机器结构的动刚度 .....21-130

- 2.1 机床的动刚度 .....21-130  
 2.2 汽车的动刚度 .....21-131  
 2.3 汽轮发电机组支承的动刚度 .....21-131  
 3 提高机器结构动刚度的措施 .....21-132  
 3.1 改善机器结构的静刚度和固有频率 .....21-132  
 3.2 改善机器结构的阻尼特性 .....21-137

## 第9章 冲击与冲击隔离

- 1 冲击 .....21-139  
 1.1 冲击的特点 .....21-139  
 1.2 线性无阻尼单自由度系统的响应和冲击频谱 .....21-139  
 2 冲击隔离 .....21-141  
 2.1 冲击隔离的一般问题 .....21-141  
 2.2 冲击的积极隔离 .....21-143  
 2.3 冲击的消极隔离 .....21-145  
 2.4 阻尼对冲击隔离的影响 .....21-146

## 第10章 振动测试技术

- 1 周期振动的测量 .....21-147  
 1.1 振动测量方法的力学原理 .....21-147  
 1.2 振动测量方法分类 .....21-148  
 1.3 振动量的电测法 .....21-149  
 1.4 振动量的机械式测量法及机械测振仪 .....21-150  
 1.5 振幅的几种简易测量方法 .....21-151  
 1.6 周期振动频率的测量 .....21-151  
 1.7 激振力的测量 .....21-152  
 1.8 相位的测量 .....21-152  
 2 振动系统的振动特性测试 .....21-152  
 2.1 固有频率的测定 .....21-152  
 2.2 振型的测定 .....21-152  
 2.3 阻尼比的测定 .....21-154  
 2.4 振动系统的模拟 .....21-154  
 2.5 动态响应特性的测试 .....21-155  
 3 冲击和随机振动的测量 .....21-156  
 3.1 冲击 (包括单次冲击和瞬态振动) 的测量 .....21-156  
 3.2 随机振动的测量 .....21-157  
 4 激振设备和激振方法 .....21-157  
 5 测振传感器和仪器的校准 .....21-159

6 动力强度试验 .....	21-160	2.1 测量项目和测量仪器 .....	21-166
6.1 周期性振动试验 .....	21-160	2.2 测量方法 .....	21-167
6.2 随机振动试验 .....	21-161	3 机器运动部件的噪声控制 .....	21-168
6.3 冲击试验 .....	21-161	3.1 一般控制原则 .....	21-168
7 频谱分析和数据处理 .....	21-161	3.2 齿轮噪声的控制 .....	21-168
7.1 模拟量频谱分析法 .....	21-161	3.3 液压系统噪声的控制 .....	21-169
7.2 数字量频谱分析法 .....	21-162	4 消声器 .....	21-169
7.3 数据处理的计算机技术 .....	21-164	4.1 消声器的评价指标和类型 .....	21-169
8 测试方案的制订 .....	21-164	4.2 扩张型消声器 .....	21-170
<b>第11章 噪声源控制</b>		4.3 共振型消声器 .....	21-171
1 机器噪声及噪声评定数 .....	21-165	4.4 阻式消声器 .....	21-171
1.1 机器噪声源 .....	21-165	5 气流激发的振动和噪声 .....	21-172
1.2 常见机器的噪声特性 .....	21-165	5.1 气流噪声的类型和特性 .....	21-172
1.3 噪声评定数 .....	21-166	5.2 卡门旋涡激起管束的振动和噪声 .....	21-172
2 机器噪声测量 .....	21-166	参考文献 .....	21-174

## 常用符号表

$A$ —振幅 cm	$Ke$ —等效刚度 kgf/cm
$A$ —面积 $cm^2$	$L, l$ —长度 cm
$a$ —加速度 $cm/s^2$	$L$ —电感 H
$B, b$ —振幅 cm	$M$ —力矩、弯矩 kgf·cm
$B, b$ —宽度 cm	$M$ —质量 $kgf·s^2/cm$
$B(\omega)$ —机械导纳	$M_j$ —激振力矩 kgf·cm
$C, c$ —扭转刚度 $kgf·cm/rad$	$m$ —质量 $kgf·s^2/cm$
$C$ —电容 F	$me$ —等效质量 $kgf·s^2/cm$
$D, d$ —直径 cm	$N$ —功率 Kw, ps
$E$ —弹性模量 $kgf/cm^2$	$N$ —正压力 $kgf/cm^2$
$e$ —偏心距 cm	$n$ —转速 r/min
$F$ —力 kgf	$n$ —每分钟振动次数 c/min
$f$ —频率 c/s, Hz	$n_c$ —临界转速 r/min
$f_n$ —无阻尼固有频率 c/s, Hz	$P$ —力 kgf
$G$ —剪切弹性模量 $kgf/cm^2$	$p$ —压力 $kgf/cm^2$
$g$ —重力加速度 $cm/s^2$	$Q$ —力 kgf
$H, h$ —高度 cm	$R, r$ —半径 cm
$H(\omega)$ —传递函数	$R$ —电阻 $\Omega$
$I$ —转动惯量 $kgf·cm·s^2$	$r$ —粘性阻尼系数 $kgf·s/cm$
$I$ —冲量 kgf·s	$r_c$ —临界阻尼系数 $kgf·s/cm$
$I_a$ —截面惯性矩 $cm^4$	$r_e$ —等效粘性阻尼系数 $kgf·s/cm$
$I_p$ —极转动惯量 $kgf·cm·s^2$	$r_r$ —粘性扭转阻尼系数 $kgf·cm·s/rad$
$I_p$ —极惯性矩 $cm^4$	$St_r$ —斯脱罗哈(Strouhal)数
$i$ — $\sqrt{-1}$	$T$ —周期、时间 S
$i$ —传动比	$T$ —动能 kgf·cm
$K, k$ —刚度 kgf/cm	$T$ —张力 kgf
$K(\omega)$ —动刚度	$T_l$ —单位长度的张力 $kgf/cm$
$Kd$ —共振时动刚度的模 $kgf/cm$	$t$ —时间 S



21-VII 常用符号表

$t$ ——厚度 cm	$\mu$ ——泊松比、质量比 惯量比、摩擦系数
$t_0$ ——脉冲持续时间 S	$\nu$ ——运动粘度 cst
$V$ ——体积 $\text{cm}^3$	$\rho$ ——回转半径 cm
$V$ ——势能 $\text{kgf}\cdot\text{cm}$	$\rho$ ——空气的密度 $\text{kgf}\cdot\text{s}^2/\text{cm}^4$
$v$ ——速度 $\text{cm/s}$	$\rho_V$ ——单位体积的质量 $\text{kgf}\cdot\text{s}^2/\text{cm}^4$
$W$ ——重量 $\text{kgf}$	$\rho_A$ ——单位面积的质量 $\text{kgf}\cdot\text{s}^2/\text{cm}^3$
$W(\omega)$ ——动柔度	$\rho_l$ ——单位长度的质量 $\text{kgf}\cdot\text{s}^2/\text{cm}^2$
$X, Y, Z$ ——振幅 cm	$\sigma$ ——标准离差
$x, y, z$ ——位移 cm	$\tau'$ ——剪应力 $\text{kgf}/\text{cm}^2$
$Z(\omega)$ ——机械阻抗	$\varphi$ ——相位角、角位移 rad
$\alpha, \beta$ ——角加速度 $\text{rad}/\text{s}^2$	$\psi$ ——相位角 rad
$\alpha, \beta$ ——转角 rad	$\Omega$ ——角速度 $\text{rad}/\text{s}$
$\gamma$ ——重度 $\text{kgf}/\text{cm}^3$	$\omega$ ——频率、角速度 $\text{rad}/\text{s}$
$\delta$ ——对数减缩	$\omega_j$ ——激振频率 $\text{rad}/\text{s}$
$\delta$ ——相对位移 cm	$\omega_n$ ——无阻尼固有频率 $\text{rad}/\text{s}$
$\delta$ ——比例系数	$\omega_0$ ——共振频率 $\text{rad}/\text{s}$
$\delta_{st}$ ——静变位 cm	$\omega_r$ ——有阻尼固有频率 $\text{rad}/\text{s}$
$\xi$ ——阻尼比	[M] 系统的质量矩阵
$\eta$ ——隔振系数	[S] 系统的刚度矩阵
$\eta$ ——动力粘度 P	[C] 系统的阻尼矩阵
$\theta$ ——扭转振动振幅 rad	[F] 系统的柔度矩阵
$\theta$ ——转角 rad	[A] 系统的振型矩阵
$\theta$ ——角位移 rad	[I] 单位矩阵
$\lambda$ ——频率比	

# 第1章 概述

在许多情况下,机械振动是有害的,它影响机器设备的工作性能和寿命,产生不利于工作的噪声和有损于建筑物的动载荷,严重时使零部件失效甚至破坏而造成事故。因此,对于大多数机器设备,应将其振动量控制在允许的范围之内。反之,对于利用振动原理工作的机器设备,则又应使它能产生所希望的振动,发挥其应有的效能。

## 1 机械工程中常见的振动问题

各种机器设备、组成它们的零部件以及安装它们的基础,都可以认为是一个弹性系统。在一定条件下,振动体在其平衡位置附近作来回往复的运动,这种每隔一定时间的往复性机械运动,称为机械振动。

机械振动的问题广泛地存在于机械工程的各个领域内,以下为常见的问题。

防止系统产生共振。当外部激励力的频率接近系统的固有频率时,系统的振动将急剧增加,这在机械设计和使用中是应该防止的,有关这方面的内容见第2章。当轴的工作转速等于或接近其临界转速时,机器将产生剧烈的振动,为确保机器的安全运转,应使轴的工作转速在其各阶临界转速的一定范围之外。在第4章里有临界转速的计算以及有关影响临界转速各因素的介绍。

避免系统的自振。自激振动中有金属切削过程的自振、低速运动部件的爬行、滑动轴承的油膜振荡、皮带的横向自振、液压随动系统的自振……。这些对各类机器及工艺过程都是一个危害,应予以控制。有关这方面的内容见第3章。

平衡系统中的不平衡惯性力。旋转机器的异常振动,多数是由于其转动零部件的不平衡离心力引

起的。在有往复运动的机器里,其往复运动部件产生的不平衡惯性力也将引起振动。为减小其振动,应采取平衡措施,在第5章里介绍其平衡原理并推荐各类刚性转子的许用不平衡量。

减振与隔振。为减小机器设备本身的振动,可配置各类减振器,在第6章里介绍减振器的工作原理及设计方法。为减小机器设备的振动对其周围的影响,有时也为减小周围的振动对机器设备的影响,可采取隔振的措施,在第6章里介绍隔振原理及隔振器的设计计算。

振动的利用。振动常用来从事各项工作,利用振动原理工作的机械则有:密实成型类、输送选分类、磨碎清理类、捣固打击类、测量试验类还有除灰、清洗、脱水、时效……等等振动机械。在第7章里将介绍各类振动机械的主要组成部分的设计计算。

提高机器结构的抗振能力。衡量机器结构抗振能力的常用主要指标是其动刚度,在第8章里将介绍动刚度的确定方法,分析典型机器结构的动刚度并介绍提高机器结构动刚度的措施。

冲击与冲击隔离。当机器设备或其基础受到冲击的作用时,常常需要校核系统对冲击的响应,必要时采取隔离措施,有关这方面的内容见第9章。

控制机器的噪声源。减小机器噪声的根本途径在于控制噪声源,在需要时也可配置消声器,在第11章里有这方面的介绍。

以上问题详见各章。在研究和解决这些问题时,既需要进行理论上的分析计算,也需要进行直接的测量与试验。在第1、2、3章里介绍了机械振动的基础理论,在第10章里介绍了基本的振动测试技术。

## 2 机械振动的类型

表21·1-1 机械振动的分类

分类	名称	主要特征及说明
按产生振动的原因分类	自由振动	当系统的平衡被破坏, 只靠其弹性恢复力来维持的振动。振动的频率就是系统的固有频率(也称自然频率)。当有阻尼时, 振动逐渐衰减。例: 图21·2-3
	受迫振动	在激励力的持续作用下, 系统被迫产生的振动。振动的特性与外部激励力的大小、方向和频率密切相关。例: 表21·2-17
	自激振动	由于系统具有非振荡性能源和反馈特性, 从而引起一种稳定的周期性振动。没有外部激励力能产生振动, 维持振动的变力由运动本身产生或控制。振动的频率接近于系统的固有频率。例: 表21·3-4
按振动的规律分类	简谐振动(谐和振动)	能用一项正弦或余弦函数表达其运动规律的周期性振动。振动的幅值和相位随时间的变化可以预测。例: 表21·1-2
	非谐和振动	不能用一项正弦或余弦函数表达其运动规律的周期性振动。可用“谐波分析”方法, 将其分解为若干简谐振动。例: 图21·1-1
	随机振动	不能用简单函数(正弦式、阶跃式……)或这些简单函数的简单组合来表达其运动规律, 而只能用统计方法来研究的非周期性振动。振动的瞬时幅值, 事先不能精确地判断, 但可用随机过程来描述。例: 图21·3-25
按振动系统结构参数的特性分类	线性振动	系统的惯性力、阻尼力、恢复力分别与加速度、速度、位移成线性关系, 能用常系数线性微分方程描述的振动。能运用叠加原理。振动的固有频率与其振幅无关。例: 图21·2-3
	非线性振动	系统的阻尼力或恢复力具有非线性性质, 只能用非线性微分方程描述的振动。不能运用叠加原理。振动的固有频率与其振幅有关。例: 图21·3-1

分类	名称	主要特征及说明	
按振动系统的自由度数目分类	单自由度系统的振动	确定系统在振动过程中任何瞬时的几何位置只需要一个独立坐标。例: 表21·2-6中序号1~4	
	多自由度系统的振动	确定系统在振动过程中任何瞬时的几何位置需要多个独立坐标。例: 表21·2-6中序号5~10	
	弹性体振动	确定系统在振动过程中任何瞬时的几何位置需要无限多个独立坐标。例: 表21·2-8	
按振动位移的特征分类	扭转振动	振动体上的质点只作绕轴线的振动。例: 表21·2-9	
	直线振动	纵向振动	振动体上的质点只作沿轴线方向的振动。例: 表21·2-8序号1
		横向振动(弯曲振动)	振动体上的质点只作垂直轴线方向的振动。例: 表21·2-8中序号2

## 3 机械振动的表示方法

## 3.1 振动的时间历程

振动体离开其平衡位置的最大位移, 叫做振动的振幅。振动每往复一次的时间间隔, 叫做振动的周期  $T$  (s)。周期的倒数, 即每秒钟振动的次数, 叫做振动的频率  $f$  (c/s) 或 (Hz)。当频率以弧度/秒表示时, 称为角频率  $\omega$  (rad/s), 以下也简称为频率。  $T$ 、 $f$ 、 $\omega$  与每分钟振动的次数  $n$  之间的关系为:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \frac{1}{T} = \frac{\pi n}{30} \quad (21 \cdot 1 - 1)$$

机械振动是时间的函数。通常以时间为横坐标, 以振动体的某一振动量(位移、速度或加速度)为纵坐标的线图, 即振动的时间历程, 来描述振动的运动规律。例如, 简谐振动的时间历程是正弦或余弦曲线, 见表21·1-2中的图。

## 3.2 简谐振动的表示方法

在数学上, 振动可用矢量或复数来表示。一个振幅为  $A$ 、频率为  $\omega$  的简谐振动的表示方法见表21·1-2。

表21.1-2 简谐振动的表示方法

内 容	矢 量 表 示 法	复 数 表 示 法
图 形		
说 明	矢量 $A$ 以等角速度 $\omega$ 作反时针方向旋转时, 它在纵轴 (或横轴) 上的投影表示振动	与实轴成 $\omega t$ 角, 模为 $A$ 的复数表示振动。这里, $i = \sqrt{-1}$ , 纵轴为虚轴, 横轴为实轴
振动位移	$x = A \sin \omega t$	$x = A e^{i\omega t}$
振动速度	$\dot{x} = \omega A \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right)$	$\dot{x} = i\omega A e^{i\omega t}$
振动加速度	$\ddot{x} = \omega^2 A \sin(\omega t + \pi)$	$\ddot{x} = -\omega^2 A e^{i\omega t}$
振动位移、速度、加速度的关系	振动的位移、速度、加速度的频率相同, 且都等于 $\omega$ 。最大位移即振幅 $A$ 振动速度矢量比位移矢量超前 $90^\circ$ , 最大速度 $v_0 = \omega A$ 振动加速度矢量比位移矢量超前 $180^\circ$ , 最大加速度 $a_0 = \omega^2 A$	

3.3 振动幅值的描述量

若周期性振动的时间历程是  $x(t)$ , 则其幅值的描述量见表21.1-3。非周期性振动幅值的描述量见第3章

根据不同的需要, 振动幅值的描述量可不同。 3章

表21.1-3 周期振动幅值的描述量

名 称	幅 值	简谐振动的幅值比	图 形
峰 值 $X_F$	$x(t)$ 的最大值	1	
峰-峰值 $X_{FF}$	$x(t)$ 的最大值和最小值之差	2	
平均绝对值 $ \bar{X} $	$\frac{1}{T} \int_0^T  x(t)  dt$	0.636	
均方值 $X_{ms}$	$\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt$	—	
均方根值 $X_{rms}$ (有效值)	$\sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt}$	0.707	

注: 对简谐振动峰值即为振幅, 峰-峰值即为双振幅。

3.4 振动的频谱

振动的时间历程是在时间域上描述振动的规律，振动的频谱则是在频率域上描述振动的规律。对于非谐和的复杂振动，经常需要从它的时间历程求出它的频谱，即通常称为的频谱分析，反之，有时需要从振动的频谱求出它的时间历程。

3.4.1 周期性振动的频谱

根据任何周期函数可用傅里叶级数展开为许多简谐函数之和的原理，可以认为非谐和的周期性振动是由若干简谐振动组成的，这些简谐振动的频率成谐波（即整数倍）关系。

设非谐和周期振动的时间函数为  $f(t)$ ，其周期为  $T$ ，则它的傅里叶级数为：

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t) \\ = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cos(n\omega_0 t + \varphi_n) \quad (21.1-2)$$

将其变为复数形式：

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} D_n e^{in\omega_0 t} \quad (21.1-2 a)$$

式中  $\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f_0$ ;

$$c_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt;$$

$$c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2};$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos n\omega_0 t dt;$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin n\omega_0 t dt;$$

$$\varphi_n = \arctg\left(\frac{-b_n}{a_n}\right);$$

$$D_n = \frac{1}{2}(a_n - ib_n) = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) e^{-in\omega_0 t} dt$$

通常称  $c_n \cos(n\omega_0 t + \varphi_n)$  或  $D_n e^{in\omega_0 t}$  为  $f(t)$  的一个谐波分量，在以频率为横坐标的直角坐标上，

绘出各谐波分量，即可得： $c_n-f$  幅度谱、 $\varphi_n-f$  相位谱、 $D_n-f$  复谱。谐波分量的次数取得愈高（即  $n$  愈大）频谱愈完整，所有分量都绘在图内才是振动  $f(t)$  的完整频谱。

周期性振动的频谱图是若干竖直线段组成的离散线谱。例如：图 21.1-1 a 所示的周期振动的频谱为图 21.1-1 b，图中表示了该振动仅有的两个谐波分量，为完整的频谱。而图 21.1-2 a 所示周期振动的频谱为图 21.1-2 b，图中只表示了该振动的前四次谐波分量，为不完整频谱。

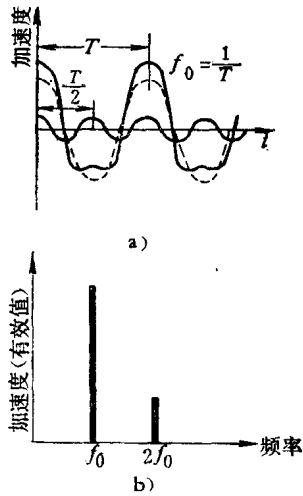


图 21.1-1

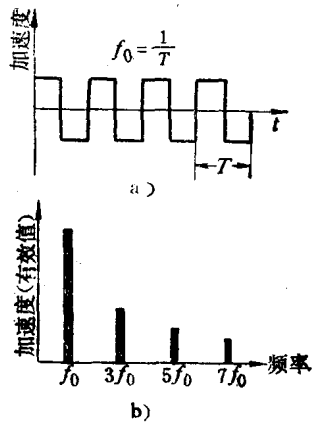


图 21.1-2

3.4.2 非周期性振动的频谱

非周期性振动可用傅里叶积分表示：

$$\begin{aligned}
 f(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i\omega t} d\omega \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} F(f) e^{i2\pi f t} df \\
 F(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \\
 F(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i2\pi f t} dt
 \end{aligned}
 \tag{21.1-3}$$

因此，可以认为非周期性振动  $f(t)$  是由无数个幅值为  $F(\omega)d\omega$  的谐波分量组成的。 $F(\omega)$  称为  $f(t)$  的复谱（或傅里叶频谱）， $|F(\omega)|-f$  为幅度谱。

非周期性振动的频谱是一条连续的曲线，称为连续谱。例如，图 21.1-3 a 所示的矩形冲击脉冲，它的频谱为图 21.1-3 b 所示的连续曲线。一个完整的连续谱应包括由零到无限大的所有频率的分量。

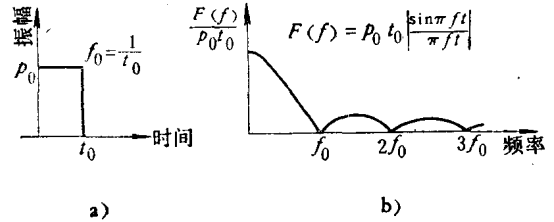


图 21.1-3

#### 4 两个简谐振动的合成

表21.1-4 两个方向相同的简谐振动的合成

组 成 振 动	合 成 振 动	简 图
$x_1 = A_1 \sin \omega t$ $x_2 = A_2 \sin (\omega t + \varphi)$	合成振动仍为简谐振动 $x = A_R \sin (\omega t + \varphi_R)$ $A_R = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos \varphi}$ $\varphi_R = \arctg \frac{A_2 \sin \varphi}{A_1 + A_2 \cos \varphi}$	
$x_1 = A_1 \sin \omega_1 t$ $x_2 = A_2 \sin \omega_2 t$	合成振动为周期性非简谐振动 $x = A_1 \sin \omega_1 t + A_2 \sin \omega_2 t$ 振幅变化的频率等于 $(\omega_1 - \omega_2)$ ，振动的平均频率等于 $\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$ ，振幅的数值在 $(A_1 + A_2)$ 到 $(A_1 - A_2)$ 间变化	

(续)

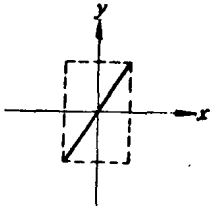
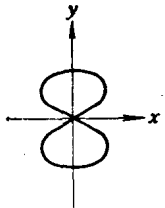
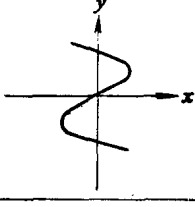
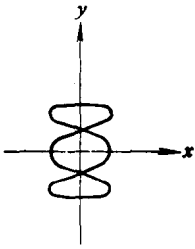
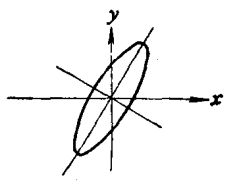
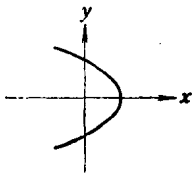
组成振动	合成振动	简图
$x_1 = A \sin \omega_1 t$ $x_2 = A \sin \omega_2 t$ $\omega_1 \approx \omega_2$	合成振动为拍振 $x = 2A \left[ \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right) \right] \sin\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right)$ 振幅变化的频率等于 $(\omega_1 - \omega_2)$ ，称为拍的频率	
$x_1 = A_1 \sin \omega t$ $x_2 = A_2 \sin 2\omega t$	合成振动为周期性非简谐振动 $x = A_1 \sin \omega t + A_2 \sin 2\omega t$ 振幅变化的频率等于 $\omega$	

表21·1-5 两个方向互相垂直的简谐振动的合成

组成振动			合成振动的动点轨迹	
$x = A \sin(a\omega t + \varphi)$ $y = B \sin b\omega t$			方 程	简 图 (利 萨 如 图 线)
A:B	a:b	$\varphi$		
1:1	1:1	0	$x = y$	
2:1	1:1	0	$x = 2y$	
1:1	1:1	$\frac{\pi}{2}$	$x^2 + y^2 = 1$	
2:1	1:1	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{x^2}{2^2} + y^2 = 1$	



(续)

组成振动			合成振动的动点轨迹	
$x = A \sin(a\omega t + \varphi)$ $y = B \sin b\omega t$			方 程	. 简 图 (利 萨 如 图 线)
A:B	a:b	$\varphi$		
2:3	1:1	0	$3x = 2y$	
2:3	2:1	0	$x^2 = \left(\frac{4}{3}\right)^2 y^2 - \left(\frac{4}{9}\right)^2 y^4$	
2:3	3:1	0	$x = 2y - \left(\frac{2y}{3}\right)^3$	
2:3	3:1	$\frac{\pi}{2}$	$x^2 = 4 - 4y^2 + \frac{32}{27}y^4 - \frac{64}{729}y^6$	
2:3	1:1	$\frac{\pi}{4}$	$9x^2 - 6\sqrt{2}xy + 4y^2 = 18$	
2:3	2:1	$\frac{\pi}{2}$	$9x = 18 - 4y^2$	

## 第2章 机械振动的基本特性

机械系统在不同条件下可能产生那种类型的振动,以及此振动的振动量(位移、速度或加速度的幅值)、频率(或周期)、相位、振型和频谱等,常称为该系统振动的基本特性。

影响机械系统振动特性的因素主要是:(1)系统本身结构的动态特性参数——质量或转动惯量、刚度和阻尼。有时为了分析方便,则用动刚度或机械阻抗等,作为系统动态特性的综合指标。(2)系统的工作条件和外部激振的情况。

通过测量、计算或模拟试验求得机械系统的振动特性,是研究各种振动问题的主要内容。

分析、计算振动特性的一般步骤是:将实际机械系统简化为动力学模型;计算或测定系统的动态特性参数;根据动力学模型查表,或者建立并解出系统振动的运动方程,从而求得所需的振动特性。

### 1 实际机械系统的简化

当分析计算机械系统的振动特性时,首先应建立它的动力学模型,以代表系统结构的动态特性及外部激振情况。有了模型就可以用各种分析方法和计算工具,对系统进行分析计算。为了便于分析计算,需要对系统的某些次要固有特性加以忽略,而使模型得到一定程度的简化。

简化的程度主要取决于:(1)系统本身性质的复杂程度,(2)要求分析计算结果的准确性,(3)所使用的计算工具和计算方法。

#### 1.1 系统中各参数分布规律

##### 的简化和系统的自由度

实际构件的质量和刚度不是集中而是分散的,系统中的阻尼有集中也有分散的。在建立集中参数的模型时,需要把它们予以适当地集中。例如,把弹性较小质量较大的构件简化为不计弹性的集中质量;把质量较小弹性较大的构件简化为不计质量的弹性元件;对于阻尼,除了集中的阻尼元件外,还可把构件中阻尼特性较大的部分简化为不计质量和弹性的阻尼元件。这些集中和简化了的元件就构成

了模型。一个系统究竟集中为几个简化元件,取决于我们所要解决的问题。例如,图21·8-6所示的摇臂钻床,在研究其动刚度时,把它集中为图示的13个集中质量和8个弹性元件。在研究其隔振时,则把它的全部质量集中为一个,并忽略其本身的弹性,而突出隔振元件的弹性。

对于杆、梁、板、膜、壳……等构件,则不用集中参数的办法,而将它们简化为质量和刚度均匀分布或有规律分布的弹性体。

确定一个振动系统的运动状态所需的独立坐标数,称为系统的自由度数。对于集中参数的系统,其自由度的数目是有限的,这种系统的运动状态需用常微分方程来表达,常微分方程的数目应等于系统的自由度数。对于弹性体,其自由度的数目是无限的,这种系统的运动状态需用偏微分方程来表达。

#### 1.2 系统中各参数的线性化

机械系统中各参数的动态特性,严格地说都与系统的运动状态成复杂的关系。但是,在一定条件下,可以把这种复杂关系简化为线性关系,称为线性化。当位移和速度较小时,线性化的结果为:弹性力与位移的一次方成正比;阻尼力与速度的一次方成正比;惯性力与加速度的一次方成正比。当这种线性关系明显不成立时,也可用能量原理变为等效线性关系。如果线性化后,所得结果与实际相差较大,就须用非线性的方法来处理,这类问题在第3章里有简要的叙述。

#### 1.3 忽略次要因素

系统的一些因素,对于不同的振动问题有不同的影响,有时对同一振动问题其影响也各不相同。要完全计及各因素的影响,问题显然变得复杂,也是不必要的。为此,应根据实际需要,抓住重要因素,忽略次要因素,而使问题得到简化。例如,当系统的阻尼较小时,在求系统的固有频率和远离共振区的受迫振动的振幅时,可以忽略阻尼的作用,