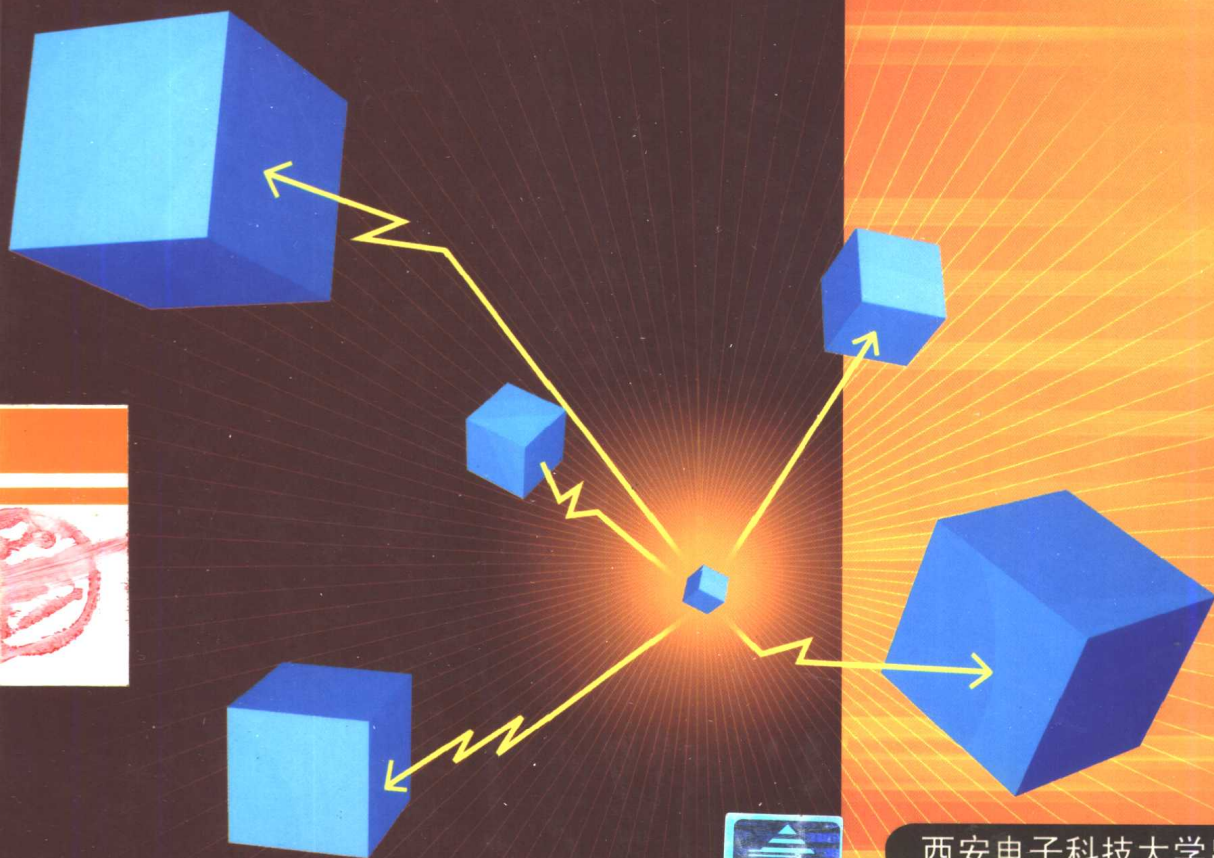




高等学校电子信息类规划教材

传感器原理 及工程应用

• 郁有文 常健 编著



西安电子科技大学出版社

[http:// www.xduph. com](http://www.xduph.com)

高等学校
电子信息类 规划教材

传感器原理及工程应用

郁有文 常健 编著

西安电子科技大学出版社

内 容 简 介

本书介绍各种传感器的原理、特性及传感器在工程上的应用技术。全书共有 11 章,第 1 章介绍传感与测试技术的理论基础;第 2 章介绍有关传感器的基本概念;第 3 章至第 10 章根据传感器的工作原理分类,分别介绍传感器的工作原理、性能、测量电路及应用;第 11 章介绍工程中应用的传感器和变送器,把传感器与工程检测技术结合起来,使教材更具广泛性和实用性。

本书可作为应用电子、工业自动化、机电一体化、计算机应用等专业的教材,也可供其它专业师生和有关工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

传感器原理及工程应用/郁有文,常健编著.

—西安:西安电子科技大学出版社,2000.8

高等学校电子信息类规划教材

ISBN 7-5606-0890-6

I. 传… I. ①郁… ②常… II. ①传感器-高等学校-教材
②传感器-应用-工程-高等学校-教材 N. TP212

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 33993 号

责任编辑 徐德源 汪雨帆

出版发行 西安电子科技大学出版社(西安市太白南路 2 号)

电 话 (029)8227828 邮 编 710071

http://www.xduph.com E-mail: xdupfb@pub.xaonline.com

经 销 新华书店

印 刷 高陵县印刷厂

版 次 2000 年 8 月第 1 版 2000 年 8 月第 1 次印刷

开 本 787 毫米×1092 毫米 1/16 印张 13

字 数 304 千字

印 数 1~4 000 册

定 价 13.00 元

ISBN 7-5606-0890-6/TN·0152

*** 如有印装问题可调换 ***

本书封面贴有西安电子科技大学出版社的激光防伪标志,无标志者不得销售。

JS47A/B

出版说明

为做好全国电子信息类专业“九五”教材的规划和出版工作，根据国家教委《关于“九五”期间普通高等教育教材建设与改革的意见》和《普通高等教育“九五”国家级重点教材立项、管理办法》，我们组织各有关高等学校、中等专业学校、出版社，各专业教学指导委员会，在总结前四轮规划教材编审、出版工作的基础上，根据当代电子信息科学技术的发展和面向 21 世纪教学内容和课程体系改革的要求，编制了《1996—2000 年全国电子信息类专业教材编审出版规划》。

本轮规划教材是由个人申报，经各学校、出版社推荐，由各专业教学指导委员会评选，并由我们与各专指委、出版社协商后审核确定的。本轮规划教材的编制，注意了将教学改革力度较大、有创新精神、有特色风格的教材和质量较高、教学适用性较好、需要修订的教材以及教学急需、尚无正式教材的选题优先列于规划。在重点规划本科、专科和中专教材的同时，选择了一批对学科发展具有重要意义，反映学科前沿的选修课、研究生课教材列入规划，以适应高层次专门人才培养的需要。

限于我们的水平和经验，这批教材的编审、出版工作还可能存在不少缺点和不足，希望使用教材的学校、教师、学生和其他广大读者积极提出批评和建议，以不断提高教材的编写、出版质量，共同为电子信息类专业教材建设服务。

电子工业部教材办公室

前 言

由于科学技术的飞速发展，特别是微电子加工技术、计算机技术及信息处理技术的发展，人们对信息资源的需要日益增长，作为提供信息的传感技术及传感器愈来愈引起人们的重视。而综合各种先进技术的传感器技术也进入到一个飞速发展的阶段。

要及时正确地获取各种信息，解决工程、生产及科研中遇到的各种具体的检测问题，就必须合理选择和善于应用各种传感器及传感技术。《传感器原理及工程应用》是为高等院校电子信息类、工业自动化及计算机应用等专业编写的一本专业课教材，是作者在多年来从事传感器教学及科研的基础上写成的。本书内容丰富、全面、新颖，叙述力求由浅入深，对传感器原理和特性力争讲清物理概念，对传感器的应用充分结合生产和工程实际，使教材具有一定实用和参考价值。书中采用把传感器与检测技术结合起来的写法，充分考虑了传感器的应用和教学内容的需要，我们希望以此促进传感器的教学。

全书内容分三部分：第一部分介绍测量及误差的有关知识，例如测量及测量系统的概念，误差的分析与处理等；第二部分系统地介绍各种传感器的原理、结构和应用，目的在于培养学生使用各类传感器的技巧；第三部分介绍工程检测的基础知识及传感器在工程检测中的应用，将传感器和工程检测方面的知识有机地联系起来，使学生在掌握传感器原理的基础上，更进一步地应用这方面的知识以解决工程检测中的具体问题。

全书共分 11 章，每章内容都有其独立性，在使用本教材时，可根据不同专业的要求和特点，对内容适当进行取舍。实验是本课程不可缺少的重要组成部分，利用“综合传感器实验仪”可对不同传感器(如应变式、电涡流式、霍尔式、压电式、光纤式等)的特性进行研究和分析。通过实验，可以深化理论课的理解，提高学生分析问题和解决问题的能力，从而取得良好的教学效果。

本书可作为应用电子、工业自动化、机电一体化及计算机应用等专业的教材，也可供其它专业和有关工程技术人员参考。

本书由郁有文编写第 1 章、第 2 章、第 8 章及第 11 章，常健编写第 3 章至第 7 章、第 9 章、第 10 章。全书在编写过程中得到了许多同行的支持，并提出了许多宝贵意见，在此表示衷心的感谢。同时，本书在编写过程中参阅了许多文献，在此向参考文献作者致谢。

由于作者水平有限，书中一定会有错误和不妥之处，恳请广大读者批评指正。

作 者

2000 年 5 月

目 录

第 1 章 传感与检测技术的理论基础	1
1.1 测量概论	1
1.2 测量数据的估计和处理	6
思考题和习题	20
第 2 章 传感器概述	22
2.1 传感器的组成和分类	22
2.2 传感器的基本特性	23
思考题和习题	29
第 3 章 应变式传感器	31
3.1 工作原理	31
3.2 电阻应变片特性	32
3.3 电阻应变片的测量电路	36
3.4 应变式传感器应用	40
思考题和习题	45
第 4 章 电感式传感器	46
4.1 变磁阻式传感器	46
4.2 差动变压器式传感器	52
4.3 电涡流式传感器	58
思考题和习题	64
第 5 章 电容式传感器	66
5.1 电容式传感器的工作原理和结构	66
5.2 电容式传感器的灵敏度及非线性	70
5.3 电容式传感器的测量电路	71
5.4 电容式传感器的应用	75
思考题和习题	78
第 6 章 压电式传感器	80
6.1 压电效应及压电材料	80
6.2 压电传感器测量电路	84
6.3 压电式传感器的应用	87
思考题和习题	89
第 7 章 磁电式传感器	90
7.1 磁电感应式传感器	90
7.2 霍尔式传感器	95
思考题和习题	102

第 8 章 光电式传感器	103
8.1 光电器件	103
8.2 光纤传感器	119
8.3 红外传感器	122
思考题和习题	126
第 9 章 半导体传感器	127
9.1 气敏传感器	127
9.2 湿敏传感器	129
9.3 色敏传感器	132
9.4 半导体式传感器的应用	135
思考题和习题	137
第 10 章 超声波传感器	138
10.1 超声波及其物理性质	138
10.2 超声波传感器	139
10.3 超声波传感器的应用	140
思考题和习题	143
第 11 章 传感器在工程检测中的应用	144
11.1 温度测量	144
11.2 压力测量	161
11.3 流量测量	166
11.4 物位测量	172
11.5 机械量测量	175
11.6 变送器	183
思考题和习题	198
参考文献	200

传感与检测技术的理论基础

1.1 测量概论

在科学技术高度发达的现代社会中，人类已进入瞬息万变的信息时代，人们在从事工业生产和科学实验等活动中，主要依靠对信息资源的开发、获取、传输和处理。传感器处于研究对象与测控系统的接口位置，是感知、获取与检测信息的窗口，一切科学实验和生产过程，特别是在自动检测和自动控制系统要获取的信息，都要通过传感器转换为容易传输与处理的电信号。

在工程实践和科学实验中提出的检测任务是正确及时地掌握各种信息，大多数情况下是要获取被测对象信息的大小，即被测量的大小。这样，信息采集的主要含义就是测量、取得测量数据。

“测量系统”这一概念是传感技术发展到现在一定阶段的产物。在工程中，需要有传感器与多台仪表组合在一起，才能完成信号的检测，这样便形成了测量系统。尤其是随着计算机技术及信息处理技术的发展，测量系统所涉及的内容也不断得以充实。

为了更好地掌握传感器，需要对测量的基本概念、测量系统的特性、测量误差及数据处理等方面的理论及工程方法进行学习和研究，只有了解和掌握了这些基本理论，才能更有效地完成检测任务。

一、测量

测量是以确定量值为目的的一系列操作。所以测量也就是将被测量与同种性质的标准量进行比较，确定被测量对标准量的倍数。它可由下式表示：

$$x = nu \quad (1-1)$$

或
$$n = \frac{x}{u} \quad (1-2)$$

式中： x ——被测量值；

u ——标准量，即测量单位；

n ——比值(纯数)，含有测量误差。

由测量所获得的被测的量值叫测量结果。测量结果可用一定的数值表示，也可以用一条曲线或某种图形表示。但无论其表现形式如何，测量结果应包括两部分：比值和测量单

位。确切地讲，测量结果还应包括误差部分。

被测量值和比值等都是测量过程的信息，这些信息依托于物质才能在空间和时间上进行传递。参数承载了信息而成为信号。选择其中适当的参数作为测量信号，例如热电偶温度传感器的工作参数是热电偶的电势，差压流量传感器中的孔板工作参数是差压 ΔP 。测量过程就是传感器从被测对象获取被测量的信息，建立起测量信号，经过变换、传输、处理，从而获得被测量的量值。

二、测量方法

实现被测量与标准量比较得出比值的方法，称为测量方法。针对不同测量任务进行具体分析以找出切实可行的测量方法，对测量工作是十分重要的。

对于测量方法，从不同角度，有不同的分类方法。根据获得测量值的方法可分为直接测量、间接测量和组合测量；根据测量的精度因素情况可分为等精度测量与非等精度测量；根据测量方式可分为偏差式测量、零位法测量与微差法测量；根据被测量变化快慢可分为静态测量与动态测量；根据测量敏感元件是否与被测介质接触可分为接触测量与非接触测量；根据测量系统是否向被测对象施加能量可分为主动式测量与被动式测量等。

1. 直接测量、间接测量与组合测量

在使用仪表或传感器进行测量时，对仪表读数不需要经过任何运算就能直接表示测量所需要的结果的测量方法称为直接测量。例如，用磁电式电流表测量电路的某一支路电流，用弹簧管压力表测量压力等，都属于直接测量。直接测量的优点是测量过程简单而又迅速，缺点是测量精度不高。

在使用仪表或传感器进行测量时，首先对与测量有确定函数关系的几个量进行测量，将被测量代入函数关系式，经过计算得到所需要的结果，这种测量称为间接测量。间接测量测量手续较多，花费时间较长，一般用在直接测量不方便或者缺乏直接测量手段的场合。

若被测量必须经过求解联立方程组，才能得到最后结果，则称这样的测量为组合测量。组合测量是一种特殊的精密测量方法，操作手续复杂，花费时间长，多用于科学实验或特殊场合。

2. 等精度测量与不等精度测量

用相同仪表与测量方法对同一被测量进行多次重复测量，称为等精度测量。

用不同精度的仪表或不同的测量方法，或在环境条件相差很大时对同一被测量进行多次重复测量称为非等精度测量。

3. 偏差式测量、零位式测量与微差式测量

用仪表指针的位移(即偏差)决定被测量的量值，这种测量方法称为偏差式测量。应用这种方法测量时，仪表刻度事先用标准器具标定。在测量时，输入被测量，按照仪表指针在标尺上的示值，决定被测量的数值。这种方法测量过程比较简单、迅速，但测量结果精度较低。

用指零仪表的零位指示检测测量系统的平衡状态，在测量系统平衡时，用已知的标准量决定被测量的量值，这种测量方法称为零位式测量。在测量时，已知标准量直接与被测量相比较，已知量应连续可调，指零仪表指零时，被测量与已知标准量相等。例如天平、电

位差计等。零位式测量的优点是可以获得比较高的测量精度，但测量过程比较复杂，费时较长，不适用于测量迅速变化的信号。

微差式测量是综合了偏差式测量与零位式测量的优点而提出的一种测量方法。它将被测量与已知的标准量相比较，取得差值后，再用偏差法测得此差值。应用这种方法测量时，不需要调整标准量，而只需测量两者的差值。设： N 为标准量， x 为被测量， Δ 为二者之差，则 $x=N+\Delta$ 。由于 N 是标准量，其误差很小，且 $\Delta \ll N$ ，因此可选用高灵敏度的偏差式仪表测量 Δ ，即使测量 Δ 的精度较低，但因 $\Delta \ll x$ ，故总的测量精度仍很高。

微差式测量的优点是反应快，而且测量精度高，特别适用于在线控制参数的测量。

三、测量系统

1. 测量系统构成

测量系统是传感器与测量仪表、变换装置等的有机组合。图 1-1 表示测量系统原理结构框图。

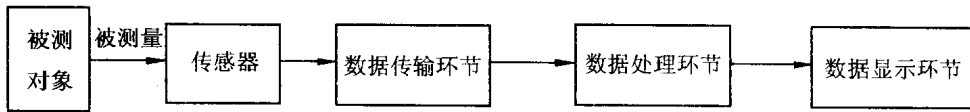


图 1-1 测量系统原理结构框图

系统中的传感器是感受被测量的大小并输出相对应的可用输出信号的器件或装置。

数据传输环节用来传输数据。当测量系统的几个功能环节独立地分隔开的时候，则必须由一个地方向另一个地方传输数据，数据传输环节就是完成这种传输功能。

数据处理环节是将传感器输出信号进行处理和变换。如对信号进行放大、运算、线性化、数—模或模—数转换，变成另一种参数的信号或变成某种标准化的统一信号等，使其输出信号便于显示、记录，既可用于自动控制系统，也可与计算机系统联接，以便对测量信号进行信息处理。

数据显示环节将被测量信息变成人感官能接受的形式，以完成监视、控制或分析的目的。测量结果可以采用模拟显示，也可采用数字显示，也可以由记录装置进行自动记录或由打印机将数据打印出来。

2. 开环测量系统与闭环测量系统

(1) 开环测量系统 开环测量系统全部信息变换只沿着一个方向进行，如图 1-2 所示。

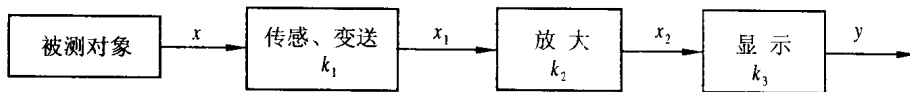


图 1-2 开环测量系统框图

其中 x 为输入量， y 为输出量， k_1 、 k_2 、 k_3 为各个环节的传递系数。输入输出关系为各个环节的传递系数。

$$y = k_1 k_2 k_3 x \quad (1-3)$$

采用开环方式构成的测量系统，结构较简单，但各环节特性的变化都会造成测量误差。

(2) 闭环测量系统 闭环测量系统有两个通道，一为正向通道，二为反馈通道，其结构如图 1-3 所示。其中 Δx 为正向通道的输入量， β 为反馈环节的传递系数，正向通道的总传递系数 $k=k_1k_2$ 。由图 1-3 可知：

$$\begin{aligned}\Delta x &= x - x_f \\ x_f &= \beta y \\ y &= k\Delta x = k(x_1 - x_f) = kx_1 - k\beta y \\ y &= \frac{k}{1 + k\beta}x_1 = \frac{1}{\frac{1}{k} + \beta}x_1\end{aligned}$$

当 $k \gg 1$ 时，则

$$y \approx \frac{1}{\beta}x_1 \quad (1-4)$$

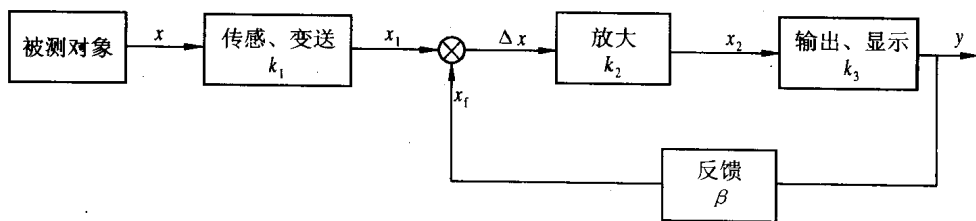


图 1-3 闭环测量系统框图

系统的输入输出关系为

$$y = \frac{kk_1}{1 + k\beta}x \approx \frac{k_1}{\beta}x \quad (1-5)$$

显然，这时整个系统的输入输出关系由反馈环节的特性决定，放大器等环节特性的变化不会造成测量误差，或者说造成的误差很小。

根据以上分析可知，在构成测量系统时，应将开环系统与闭环系统巧妙地组合在一起加以应用，才能达到所期望的目的。

四、测量误差

测量的目的是希望通过测量获取被测量的真实值。但由于种种原因，例如，传感器本身性能不十分优良，测量方法不十分完善，外界干扰的影响等，都会造成被测参数的测量值与真实值不一致，两者不一致程度用测量误差表示。

测量误差就是测量值与真实值之间的差值。它反映了测量质量的好坏。

测量的可靠性至关重要，不同场合对测量结果可靠性的要求也不同。例如，在量值传递、经济核算、产品检验等场合应保证测量结果有足够的准确度。当测量值用作控制信号时，则要注意测量的稳定性和可靠性。因此，测量结果的准确程度应与测量的目的与要求相联系、相适应，那种不惜工本、不顾场合，一味追求越准越好的作法是不可取的，要有技术与经济兼顾的意识。

1. 测量误差的表示方法

测量误差的表示方法有多种，含义各异。

(1) 绝对误差 绝对误差可用下式定义：

$$\Delta = x - L \quad (1-6)$$

式中： Δ ——绝对误差；

x ——测量值；

L ——真实值。

对测量值进行修正时，要用到绝对误差。修正值是绝对误差大小相等、符号相反的值，实际值等于测量值加上修正值。

采用绝对误差表示测量误差，不能很好说明测量质量的好坏。例如，在温度测量时，绝对误差 $\Delta = 1^\circ\text{C}$ ，对体温测量来说是不允许的，而对测量钢水温度来说却是一个极好的测量结果。

(2) 相对误差 相对误差的定义由下式给出：

$$\delta = \frac{\Delta}{L} \times 100\% \quad (1-7)$$

式中： δ ——相对误差，一般用百分数给出；

Δ ——绝对误差；

L ——真实值。

由于被测量的真实值 L 无法知道，实际测量时用测量值 x 代替真实值 L 进行计算，这个相对误差称为标称相对误差，即

$$\delta = \frac{\Delta}{x} \times 100\% \quad (1-8)$$

(3) 引用误差 引用误差是仪表中通用的一种误差表示方法。它是相对仪表满量程的一种误差，一般也用百分数表示，即

$$\gamma = \frac{\Delta}{\text{测量范围上限} - \text{测量范围下限}} \times 100\% \quad (1-9)$$

式中： γ ——引用误差；

Δ ——绝对误差。

仪表精度等级是根据引用误差来确定的。例如，0.5级表的引用误差的最大值不超过 $\pm 0.5\%$ ，1.0级表的引用误差的最大值不超过 $\pm 1\%$ 。

在使用仪表和传感器时，经常也会遇到基本误差和附加误差两个概念。

(4) 基本误差 基本误差是指仪表在规定的标准条件下所具有的误差。例如，仪表是在电源电压 $(220 \pm 5)\text{V}$ 、电网频率 $(50 \pm 2)\text{Hz}$ 、环境温度 $(20 \pm 5)^\circ\text{C}$ 、湿度 $65\% \pm 5\%$ 的条件下标定的。如果这台仪表在这个条件下工作，则仪表所具有的误差为基本误差。测量仪表的精度等级就是由基本误差决定的。

(5) 附加误差 附加误差是指当仪表的使用条件偏离额定条件下出现的误差。例如，温度附加误差、频率附加误差、电源电压波动附加误差等。

2. 误差的性质

根据测量数据中的误差所呈现的规律，将误差分为三种，即系统误差、随机误差和粗大误差。这种分类方法便于测量数据处理。

(1) 系统误差 对同一被测量进行多次重复测量时,如果误差按照一定的规律出现,则把这种误差称为系统误差。例如,标准量值的不准确及仪表刻度的不准确而引起的误差。

(2) 随机误差 对同一被测量进行多次重复测量时,绝对值和符号不可预知地随机变化,但就误差的总体而言,具有一定的统计规律性的误差称为随机误差。

引起随机误差的原因是很多难以掌握或暂时未能掌握的微小因素,一般无法控制。对于随机误差不能用简单的修正值来修正,只能用概率和数理统计的方法去计算它出现的可能性的概率。

(3) 粗大误差 明显偏离测量结果的误差称为粗大误差,又称疏忽误差。这类误差是由于测量者疏忽大意或环境条件的突然变化而引起的。对于粗大误差,首先应设法判断是否存在,然后将其剔除。

1.2 测量数据的估计和处理

从工程测量实践可知,测量数据中含有系统误差和随机误差,有时还会含有粗大误差。它们的性质不同,对测量结果的影响及处理方法也不同。在测量中,对测量数据进行处理时,首先判断测量数据中是否含有粗大误差,如有,则必须加以剔除。再看数据中是否存在系统误差,对系统误差可设法消除或加以修正。对排除了系统误差和粗大误差的测量数据,则利用随机误差性质进行处理。总之,对于不同情况的测量数据,首先要加以分析研究,判断情况,分别处理,再经综合整理以得出合乎科学性的结果。

一、随机误差的统计处理

在测量中,当系统误差已设法消除或减小到可以忽略的程度,如测量数据仍有不稳定的现象,这说明存在随机误差。

在等精度测量情况下,得 n 个测量值 x_1, x_2, \dots, x_n ,设只含有随机误差 $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n$ 。这组测量值或随机误差都是随机事件,可以用概率数理统计的方法来研究。随机误差的处理任务是:从随机数据中求出最接近真值的值(或称真值的最佳估计值),对数据精密度的高低(或称可信赖的程度)进行评定并给出测量结果。

1. 随机误差的正态分布曲线

测量实践表明,多数测量的随机误差具有以下特征:

- ① 绝对值小的随机误差出现的概率大于绝对值大的随机误差出现的概率。
- ② 随机误差的绝对值不会超出一定界限。
- ③ 测量次数 n 很大时,绝对值相等、符号相反的随机误差出现的概率相等。

由特征③不难推出,当 $n \rightarrow \infty$ 时,随机误差的代数和趋近于零。

随机误差的上述三个特征,说明其分布实际上是单一峰值的和有界限的,且当测量次数无穷增加时,这类误差还具有对称性(即抵偿性)。

在大多数情况下,当测量次数足够多时,测量过程中产生的误差服从正态分布规律。分布密度函数为

$$y = f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-L)^2}{2\sigma^2}} \quad (1-10)$$

和

$$y = f(\delta) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}} \quad (1-11)$$

式中： y ——概率密度；
 x ——测量值(随机变量)；
 σ ——均方根偏差(标准误差)；
 L ——真值(随机变量 x 的数学期望)；
 δ ——随机误差(随机变量)， $\delta = x - L$ 。

正态分布方程式的关系曲线为一条钟形的曲线(如图 1-4 所示)，说明随机变量在 $x=L$ 或 $\delta=0$ 处的附近区域内具有最大概率。

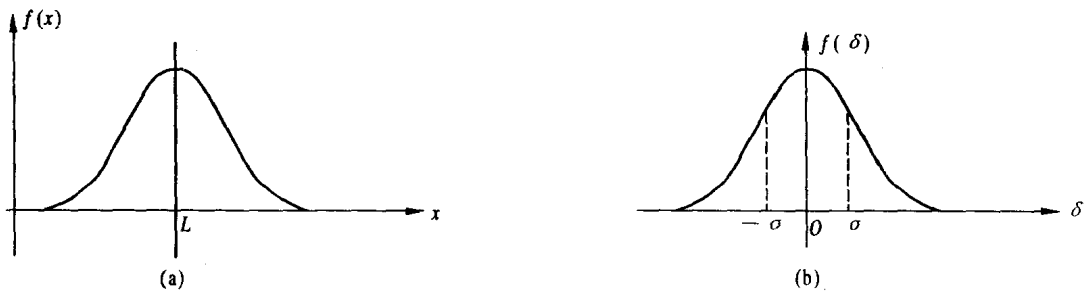


图 1-4 正态分布曲线

2. 正态分布的随机误差的数字特征

在实际测量时，真值 L 不可能得到。但如随机误差服从正态分布，则算术平均值处随机误差的概率密度最大。对被测量进行等精度的 n 次测量，得 n 个测量值 x_1, x_2, \dots, x_n ，它们的算术平均值为

$$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1-12)$$

算术平均值是诸测量值中最可信赖的，它可以作为等精度多次测量的结果。

上述的算术平均值是反映随机误差的分布中心，而均方根偏差则反映随机误差的分布范围。均方根偏差愈大，测量数据的分散范围也愈大，所以均方根偏差 σ 可以描述测量数据和测量结果的精度。图 1-5 为不同 σ 下正态分布曲线。由图可见： σ 愈小，分布曲线愈陡峭，说明随机变量的分散性小，则其精度高；反之， σ 愈大，分布曲线愈平坦，随机变量的分散性也大，则精度也低。

均方根偏差 σ 可由下式求取

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - L)^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \delta_i^2}{n}} \quad (1-13)$$

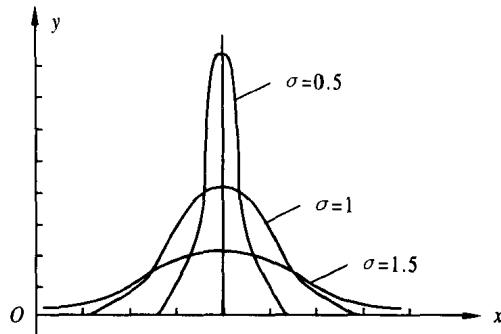


图 1-5 不同 σ 下正态分布曲线

式中： n ——测量次数；

x_i ——第 i 次测量值。

在实际测量时，由于真值 L 是无法确切知道，用测量值的算术平均值 \bar{x} 代替之，各测量值与算术平均值差值称为残余误差，即

$$v_i = x_i - \bar{x} \quad (1-14)$$

用残余误差计算的均方根偏差称为均方根偏差的估计值 σ_s ，即

$$\sigma_s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n v_i^2}{n-1}} \quad (1-15)$$

通常在有限次测量时，算术平均值不可能等于被测量的真值 L ，它也是随机变动的。设对被测量进行 m 组的“多次测量”，各组所得的算术平均值 $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_m$ ，围绕真值 L 有一定的分散性，也是随机变量。算术平均值 \bar{x} 的精度可由算术平均值的均方根偏差 $\sigma_{\bar{x}}$ 来评定。它与 σ_s 的关系如下：

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_s}{\sqrt{n}} \quad (1-16)$$

3. 正态分布的概率计算

人们在利用分布曲线进行测量数据处理的目的是求取测量的结果，确定相应的误差限以及分析测量的可靠性等。为此，需要计算正态分布在不同区间的概率。分布曲线下的全部面积应等于总概率。由残余误差 v 表示的正态分布密度函数为

$$y = f(v) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{v^2}{2\sigma^2}} \quad (1-17)$$

故

$$\int_{-\infty}^{+\infty} y dv = 100\% = 1$$

在任意误差区间 (a, b) 出现的概率为

$$P(a \leq v < b) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_a^b e^{-\frac{v^2}{2\sigma^2}} dv$$

σ 是正态分布的特征参数, 误差区间通常表示成 σ 的倍数, 如 $t\sigma$ 。由于随机误差分布对称性的特点, 常取对称的区间, 即

$$P_s = P(-t\sigma \leq v \leq +t\sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-t\sigma}^{+t\sigma} e^{-\frac{v^2}{2\sigma^2}} dv \quad (1-18)$$

式中: t ——置信系数;
 P_s ——置信概率;
 $\pm t\sigma$ ——误差限。

表 1-1 给出几个典型的 t 值及其相应的概率。

表 1-1 t 值及其相应的概率

t	0.674 5	1	1.96	2	2.58	3	4
P	0.5	0.682 7	0.95	0.954 5	0.99	0.997 3	0.999 94

随机误差在 $\pm t\sigma$ 范围内出现的概率为 P , 则超出的概率称为显著度, 用 α 表示:

$$\alpha = 1 - P$$

P 与 α 关系见图 1-6。

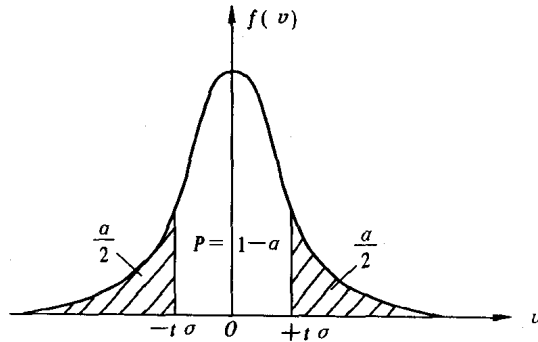


图 1-6 P 与 α 关系

从表 1-1 可知, 当 $t = \pm 1$ 时, $P = 0.6827$, 即测量结果中随机误差出现在 $-\sigma \sim +\sigma$ 范围内的概率为 68.27%, 而 $|v| > \sigma$ 的概率为 31.73%。出现在 $-3\sigma \sim +3\sigma$ 范围内的概率是 99.73%, 因此可以认为绝对值大于 3σ 的误差是不可能出现的, 通常把这个误差称为极限误差 σ_{lim} 。按照上面分析, 测量结果可表示为

$$x = \bar{x} \pm \sigma_{\bar{x}} \quad (P_s = 0.6827)$$

或

$$x = \bar{x} \pm 3\sigma_{\bar{x}} \quad (P_s = 0.9973) \quad (1-19)$$

例 1-1 有一组测量值为 237.4、237.2、237.9、237.1、238.1、237.5、237.4、237.6、237.6、237.4, 求测量结果。

解: 将测量值列于表 1-2。

表 1-2 测量值列表

序号	测量值 x_i	残余误差 v_i	v_i^2
1	237.4	-0.12	0.014
2	237.2	-0.32	0.10
3	237.9	0.38	0.14
4	237.1	-0.42	0.18
5	238.1	0.58	0.34
6	237.5	-0.02	0.00
7	237.4	-0.12	0.014
8	237.6	0.08	0.0064
9	237.6	0.08	0.0064
10	237.4	-0.12	0.014

$$\bar{x} = 237.52 \quad \sum v_i = 0 \quad \sum v_i^2 = 0.816 \quad \sum v_i = 0$$

$$\sigma_s = \sqrt{\frac{\sum v_i^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{0.816}{10-1}} \approx 0.30$$

$$\sigma_x = \frac{\sigma_s}{\sqrt{n}} = \frac{0.30}{\sqrt{10}} \approx 0.09$$

测量结果为

$$x = 237.52 \pm 0.09 \quad (P_a = 0.6827)$$

或 $x = 237.52 \pm 3 \times 0.09 = 237.52 \pm 0.27 \quad (P_a = 0.9973)$

二、系统误差的通用处理方法

1. 从误差根源上消除系统误差

系统误差是在一定的测量条件下，测量值中含有固定不变或按一定规律变化的误差。系统误差不具有抵偿性，重复测量也难以发现，在工程测量中应特别注意该项误差。

由于系统误差的特殊性，在处理方法上与随机误差完全不同。有效地找出系统误差的根源并减小或消除的关键是如何查找误差根源，这就需要对测量设备、测量对象和测量系统作全面分析，明确其中有无产生明显系统误差的因素，并采取相应措施予以修正或消除。由于具体条件不同，在分析查找误差根源时并无一成不变的方法，这与测量者的经验、水平以及测量技术的发展密切相关。但我们可以从以下几个方面进行分析考虑。

① 所用传感器、测量仪表或组成元件是否准确可靠。比如传感器或仪表灵敏度不足，仪表刻度不准确，变换器、放大器性能不太优良，由这些引起的误差是常见的误差。

② 测量方法是否完善。如用电压表测量电压，电压表的内阻对测量结果有影响。

③ 传感器或仪表安装、调整或放置是否正确合理。例如：没有调好仪表水平位置，安装时仪表指针偏心等都会引起误差。

④ 传感器或仪表工作场所的环境条件是否符合规定条件。例如环境、温度、湿度、气压等的变化也会引起误差。