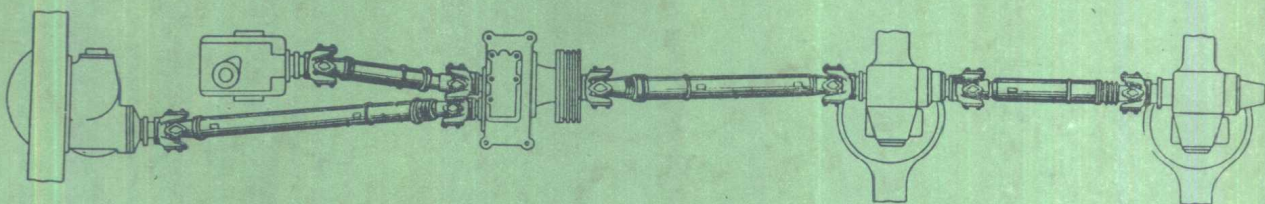


汽车设计丛书

羊拯民 编

传动轴和万向节



人民交通出版社

汽车设计丛书

传动轴和万向节

Chuandongzhou He Wanxiangjie

羊拯民 编

人民交通出版社

内 容 提 要

本书主要包括：普通万向节传动设计；等角速万向节设计；挠性万向节设计和万向节传动装置的试验、技术要求、材料等，可供从事汽车设计工作的技术人员参考，亦可作为大专院校师生的阅读参考资料。

汽车设计丛书

传动轴和万向节

羊拯民 编

人民交通出版社出版

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

人民交通出版社印刷厂印

开本：787×1092 $\frac{1}{16}$ 印张：7.5 字数：177 千

1986年10月 第1版

1986年10月 第1版 第1次印刷

印数：0001—4,200册 定价：1.85元

前 言

本书是汽车设计丛书中的一个分册。它是为适应我国汽车工业的发展和“四化”建设的需要而编写的。

本书介绍了当今国内外汽车上普遍使用的以及近年来新发展起来的一些万向传动装置的结构和工作原理，同时阐述了各种类型万向节传动的设计方法，并从运动学和动力学角度出发对其结构进行了理论分析。全书共分四章：第一章为普通万向节传动设计；第二章为等角速万向节设计；第三章为挠性万向节设计；第四章为万向节传动装置的试验、技术要求、材料。为了便于读者阅读，书中对一些重要公式进行了推导，并附有必要的插图和资料，以供从事实际工作的人员参考。

在编写过程中，安徽工学院有关教研室的一些同志给予了热情的帮助，上海、南京等有关厂矿也为编者提供了许多有益的资料。特别是清华大学汽车工程系刘惟信副教授还审阅了全部原稿，提出了许多宝贵的修改意见，在此一并表示衷心的感谢。

由于编者水平有限，时间也比较仓促，书中难免存在缺点和错误，恳请读者批评指正，将意见寄安徽工学院汽车教研室编者收，以便再版时修正。

编 者

目 录

概述.....	1
第一章 普通万向节传动设计.....	4
§1.1 普通十字轴万向节传动的运动学.....	4
§1.2 普通十字轴万向节传动的动力学.....	8
§1.3 普通万向节传动的结构及评价.....	15
§1.4 万向节传动的计算载荷.....	21
§1.5 传动轴主要参数和主要尺寸的确定.....	25
§1.6 传动轴花键.....	29
§1.7 十字轴万向节尺寸的确定.....	31
§1.8 十字轴万向节的轴承.....	31
§1.9 万向节叉和突缘螺栓的计算.....	34
§1.10 球环式万向节设计.....	37
§1.11 提高万向节传动装置寿命的措施.....	41
第二章 等角速万向节设计.....	50
§2.1 球叉式等角速万向节.....	53
§2.2 球笼式等角速万向节.....	62
§2.3 双联式等角速万向节.....	79
§2.4 三销式等角速万向节.....	85
第三章 挠性万向节设计.....	98
§3.1 挠性万向节在汽车上的应用及它的类型.....	98
§3.2 挠性万向节的强度与稳定性计算.....	102
第四章 万向节传动装置的试验、技术要求、材料.....	107
§4.1 十字轴式万向节传动的试验.....	107
§4.2 等角速万向节的试验.....	109
§4.3 万向节传动的效率.....	110
§4.4 万向节传动的技术要求和零部件的材料.....	111
主要参考资料.....	113

概 述

在现代汽车上,万向节传动装置是由万向节、传动轴和支承装置组成的。它主要用于在工作过程中相对位置不断改变的两根轴之间的动力传递。图 0-1 中所示为万向节传动在汽车传动系中的应用。

图 0-1a) 与 b) 为用于汽车变速器到驱动桥之间的万向节传动装置。由于变速器、离合器和发动机连成一体被支承在车架上,而驱动桥则是通过悬挂系统与车架连接,变速器的输出轴与主减速器的输入轴二者的轴线常常不在一个轴线上,并且由于悬挂系统在汽车的行驶过程中有较大的弹性变形,使变速器的输出轴和驱动桥的输入轴的相对位置经常变化,因此常采用一根传动轴和两个十字轴万向节或采用一根中间传动轴、一根传动轴和三个或四个十字轴万向节,将它们连接起来。

图 0-1c) 为用于 4×4 型汽车上变速器和分动器之间及分动器与前后驱动桥之间的万向节传动装置。对越野汽车来说,往往会遇到变速器第二轴与分动器输入轴之间有较大距离,或者分动器位置较高而引起分动器输出轴线与传动轴轴线、前后驱动桥主动锥齿轮轴线与传动轴轴线间的夹角过大;或者由于安装不准确和车架变形在传动机构中引起附加荷载等情况。为了克服在设计中碰到的这些矛盾,多用简单十字轴万向节或柔性万向节将有关总成连接起来。

图 0-1d) 为用于重型汽车离合器与变速器之间万向节传动装置。对于重型汽车,由于总布置要求,常将离合器与变速器分开一段距离,因此也常用万向节传动装置将两个总成连接起来。

图 0-1e) 为用于带有摆动半轴的驱动桥中的万向节传动装置。由于半轴轴线和车轮轴线不重合,且其相对位置还经常发生变化,此时用一根整体轴将两端刚性连接起来显然是不行的,故要用万向节传动装置。

图 0-1f) 为用于汽车的转向驱动桥的万向节传动装置。由于前轮既是驱动轮又为转向轮,要求车轮能在最大转角范围内任意偏转某一角度,并能不间断地传递动力。因此,转向驱动桥的半轴不能制成整体而要分段,车轮和半轴之间常用等角速万向节将两者连接起来。

除上述以外,一些特种车辆,如越野汽车、农用汽车、自卸汽车的绞盘、功率输出装置以及为满足方向盘和转向器之间布置上的需要,也大都采用了万向节传动装置。

万向节传动的工作条件在很大程度上决定于它所连两轴的夹角。一般希望此角度越小越好,过大会导致寿命的下降和效率的降低。当万向节传动连接的两根轴均安装在车架上时,如离合器到变速器、变速器到分动器,则轴间夹角一般不大于 $2^\circ \sim 3^\circ$,如不考虑车架变形,这个角度是不变的。如果被万向节传动所连接的两根轴分别属于汽车的悬挂部分和非悬挂部分时,万向节传动轴和它们之间的夹角较大,工作过程中变化范围也大。在载重汽车上万向节传动轴与变速器第二轴或主减速器主动齿轮轴的夹角最大时可达 $15^\circ \sim 20^\circ$,在越野汽车上

(特别是短轴距的)这个角度的最大值甚至达 30° 。但应注意传动轴两端的夹角 α_1 和 α_2 ,如图 0-2 所示,在满载静止时最好不大于 $3 \sim 4^\circ$,最大不应超过 8° 。在有些越野汽车上前传

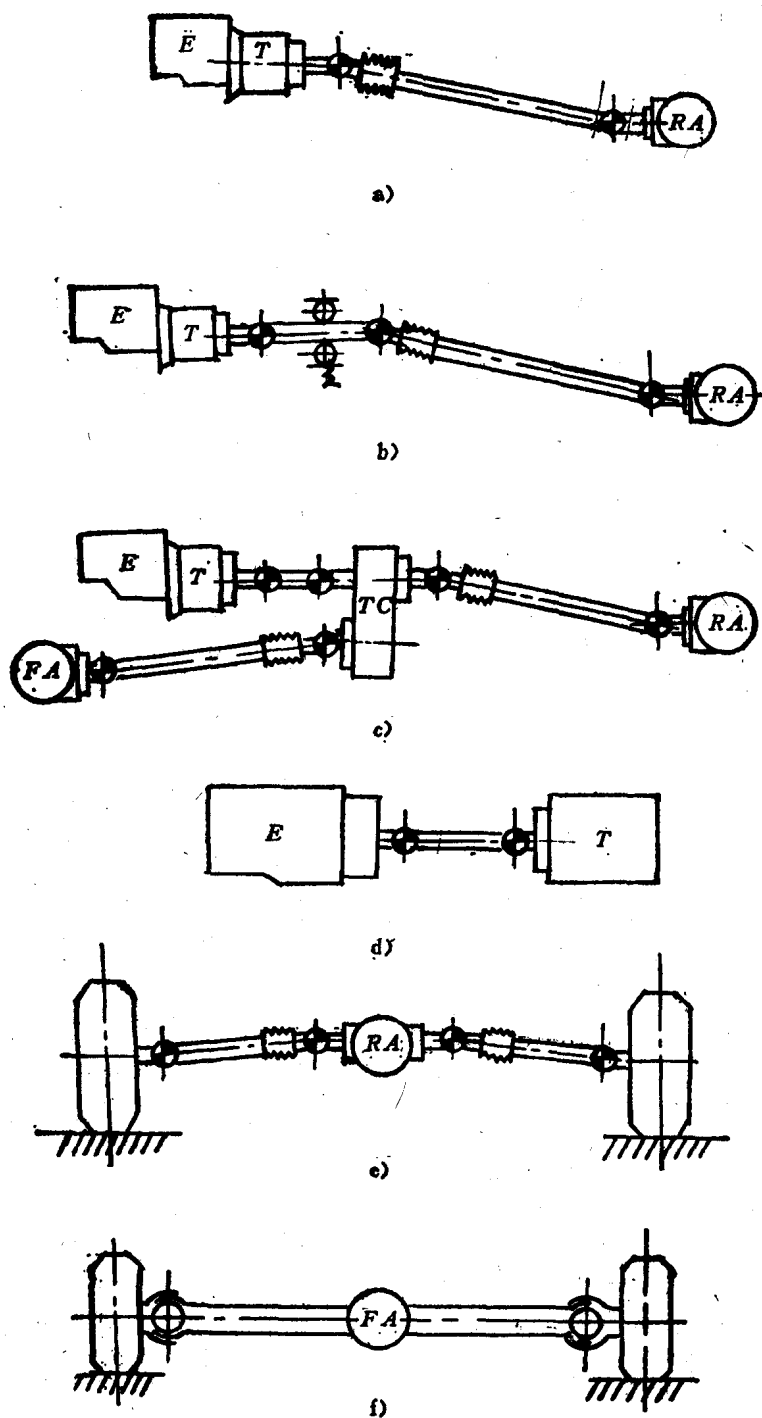


图0-1 万向节传动在汽车传动系中的应用

a)、b)用于 4×2 型后桥驱动的汽车中；c)用于 4×4 型汽车中；d)用于重型汽车离合器与变速器之间；e)用于带有摆动半轴的驱动桥上；f)用于转向驱动桥中

E-发动机；T-变速器；TC-分动器；FA-前驱动桥；RA-后驱动桥

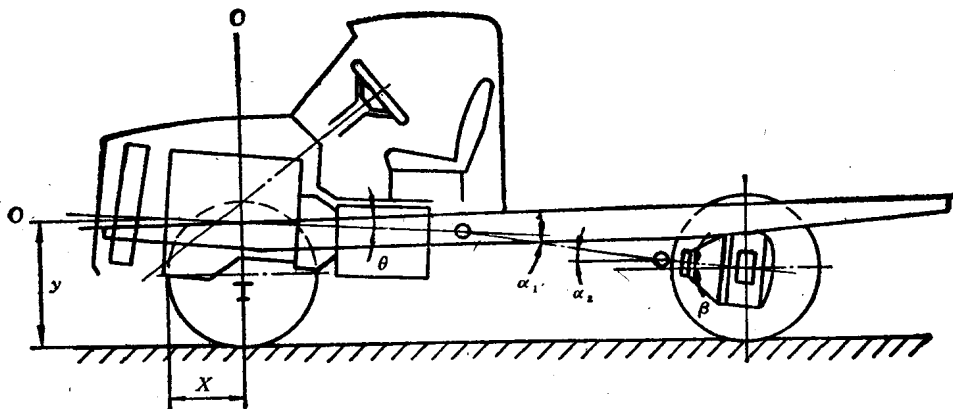


图0-2 传动系布置简图

动轴的夹角由于总布置的原因不得超过 8° ，但也不宜超过 12° （满载静止时）。

一般用于转向驱动轮的万向节传动装置的轴间夹角，当车轮转向时，最大值可达 $30\sim 40^\circ$ 左右。

被万向节传动所连接的两轴之间的距离很大时，当采用一根传动轴超过临界转速时，则必须在万向节传动中安装中间支承，以便缩短万向节传动轴的长度。

实践表明，万向节传动所连接的两轴的位置和所传递的动力大小不同，万向节传动将有不同的结构型式。同时因为生产和使用条件不一样，往往所选的结构型式也是不一样的，故我们在进行万向节传动设计时，应根据整车设计和使用部门的要求以及生产部门的具体情况，努力使设计、制造出来的万向节传动装置能满足如下要求：

1. 保证所连接的两轴相对位置在预计范围内变动时能可靠地传递扭矩。
2. 保证所连接的两轴能够均匀地旋转，且由于两轴之间存在的夹角而产生的惯性力矩所引起的载荷应降低到许可范围内。
3. 保证传动效率高，寿命长、结构简单、制造维修方便。

第一章 普通万向节传动设计

§1.1 普通十字轴万向节传动的运动学

对于单一的十字轴万向节如图1-1所示，当轴 I 回转一圈时，轴 II 也跟着回转一圈。因此，就整个的转数而论，其两轴间的转数比始终等于一。但其瞬时传动比则随其位置而时时变更。换句话说，如果轴 I 以等角速度回转时，轴 II 则为变角速度转动。其变化情况分析如下：

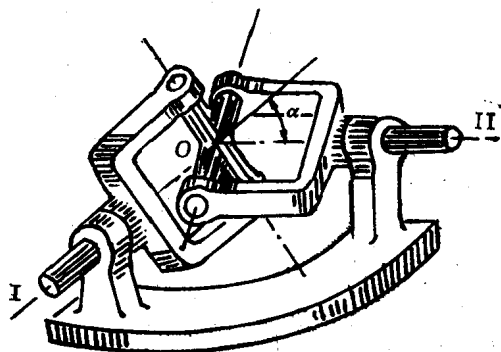


图1-1 单个万向节

如图1-2a)所示，设主动轴 I 与从动轴 II 之间的夹角为 α ，当轴 I 和轴 II 回转一圈时，B 和 A 两点的轨迹均为一圆，该两圆所在的平面各垂直于回转轴 I 和 II，因此该两平面间的夹角也等于轴间夹角 α 。如果取垂直于轴 I 的平面为投影面，那么，B 点的轨迹在投影面上的投影为一实际大小的圆。如图1-2b)中的 D 圆。而 A 点的轨迹在投影面上的投影为一椭圆，如图1-2b)中的 E 所示。由于 OA 与 OB 始终互相垂直，且 OB 平行于投影面，因此它们的投影亦必始终互相垂直。当 OB 在位置 OB_0 时（即轴 I 的叉位于轴 I 与轴 II 所在的平面内时）OA 应在 OA_0 位置（即轴 II 的叉位于轴 I 与轴 II 所在平面的垂直面内）。当轴 I 回转角度 φ_1 时， OB_0 转至 OB_1 。轴 II 回转角度 φ_2 。其大小可这样求出：过 O 点作 OA'_1 垂直于 OB_1 交椭圆于 A'_1 点，那么 OA'_1 为此时 OA_1 的投影， $\angle A'_1OA_0$ 为角 φ_2 的投影，其大小等于 φ_1 。欲得角 φ_2 的实际大小可将 A 的运动平面围绕平行于 OA_0 的轴回转一角度 α ，使其平行于投影面。此时 A 点轨迹的投影与圆 D 相重合，而 A'_1 点与过 A'_1 点且垂直于 OA_0 的直线 QA'_1 和圆 D 的交点 A''_1 相重合，连 OA''_1 线，则 $\angle A''_1OA_0$ 即为所求的角度 φ_2 。所以：

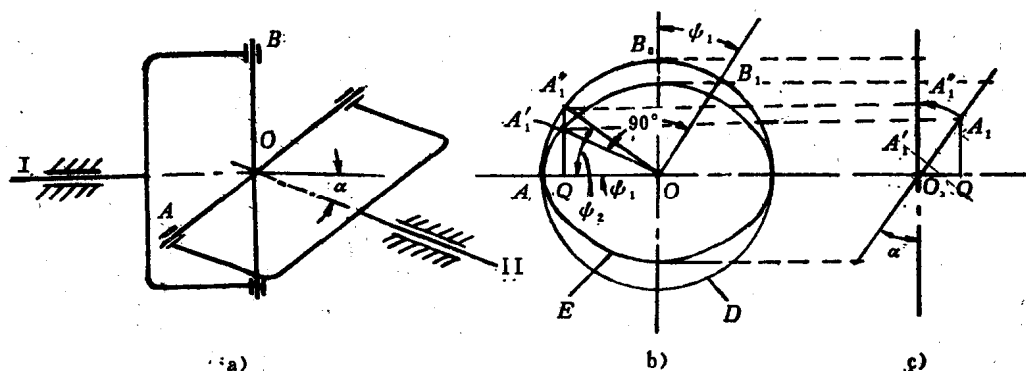


图1-2 简单万向节运动分析图

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{QA'_1}{OQ}, \quad \operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{QA'_2}{OQ}$$

但由图1-2c可知:

$$\frac{QA'_1}{QA'} - \frac{QA'_2}{QA'} = \cos \alpha$$

$$\therefore \frac{\operatorname{tg} \varphi_1}{\operatorname{tg} \varphi_2} = \frac{QA'_1}{QA'_2} = \cos \alpha$$

$$\text{即 } \operatorname{tg} \varphi_1 = \operatorname{tg} \varphi_2 \cos \alpha \quad (1-1)$$

上式就是普通万向节传动的输入轴 I 和输出轴 II 的转角随两轴夹角的变化关系。图 1-3 表示在不同 α 角时, φ_1 与 φ_2 之差随 φ_1 的变化情况。由图可见, 主动轴转角 φ_1 从 0° 到 90° , 从动轴转角相对主动轴是超前的, 即 $\varphi_2 > \varphi_1$ 。并且两角差值在 φ_1 为 45° 时达最大值, 随后差值减小。即在此区间从动轴旋转速度先加快后减慢。当主动轴转过 90° 时, 从动轴也转过 90° 。 φ_1 从 90° 变到 180° , 从动轴转角相对主动轴是滞后的, 即 $\varphi_2 < \varphi_1$ 。并且两角差值在 φ_1 为 135° 时达最大值, 随后差值减小。即在此区间从动轴旋转速度先减慢后加快。当主动轴转过 180° 时, 从动轴也转过 180° 。后半转情况与前半转情况相同。因此, 如果主动轴以等角速度转动时, 而从动轴则是时快时慢, 此即普通十字轴万向节传动的不等速性。

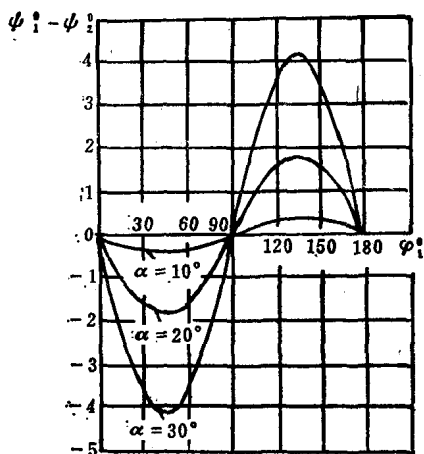


图1-3 两轴转角之差($\varphi_2 - \varphi_1$)随输入轴转角 φ_1 的变化情况

由图1-3还可看出, 两轴夹角 α 愈大, 转角差 $\Delta\varphi = (\varphi_2 - \varphi_1)$ 的绝对值就愈大。即普通十字轴万向节传动的不等速性愈严重。

对于单万向节, 输入轴 I 与输出轴 II 之间的转角差 $\Delta\varphi$ 的最大值可如下求出:

$$\text{根据三角公式: } \operatorname{tg} \Delta\varphi = \operatorname{tg}(\varphi_2 - \varphi_1) = \frac{\operatorname{tg} \varphi_2 - \operatorname{tg} \varphi_1}{1 + \operatorname{tg} \varphi_1 \operatorname{tg} \varphi_2}$$

将(1-1)式代入上式得:

$$\operatorname{tg} \Delta\varphi = \frac{\operatorname{tg} \varphi_2 (1 - \cos \alpha)}{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_2 \cos \alpha} \quad (1-2)$$

假定 $\operatorname{tg}(\varphi_2 - \varphi_1)$ 为 $\operatorname{tg} \varphi_2$ 的函数, 对(1-2)式求导数, 并令其等于零, 可得:

$$1 - \operatorname{tg}^2 \varphi_2 \cos \alpha = 0$$

$$\operatorname{tg}^2 \varphi_2 = \frac{1}{\cos \alpha}$$

将上式代入(1-2)式, 并整理得:

$$(\operatorname{tg} \Delta\varphi)_{\max} = \frac{1 - \cos \alpha}{2 \sqrt{\cos \alpha}} \quad (1-3)$$

在汽车传动系中, 夹角 α 一般不大, 可认为 $\sqrt{\cos \alpha} = 1$, 于是:

$$(\operatorname{tg} \Delta\varphi)_{\max} = \frac{1 - \cos \alpha}{2} \quad (1-4)$$

如将 $\cos \alpha$ 展开成级数:

$$\cos \alpha = 1 - \frac{\alpha^2}{2!} + \frac{\alpha^4}{4!} - \frac{\alpha^6}{6!} + \dots$$

将此展开式代入(1-4)式, 有:

$$(\operatorname{tg} \Delta \varphi)_{\max} = \frac{1}{2} \left[1 - \left(1 - \frac{\alpha^2}{2!} + \frac{\alpha^4}{4!} - \frac{\alpha^6}{6!} + \dots \right) \right]$$

当夹角 α 很小时, 可近似地认为 $\operatorname{tg} \Delta \varphi = \Delta \varphi$, 并忽略 α^2 以后的各项, 便可得到求单万向节的最大转角差的简化公式:

$$\Delta \varphi_{\max} = \frac{\alpha^2}{4} \quad (1-5)$$

式中最大转角差 $\Delta \varphi_{\max}$ 和夹角 α 的单位为弧度。此式计算出的 $\Delta \varphi_{\max}$ 值与精确公式 (1-3) 相比, 在 $\alpha \leq 20^\circ$ 时, 误差不大于 1.96%。

运用这些关系, 也可以将两个或两个以上依次排列的多万向节传动的转角差的最大值求出来。图 1-4 所示为三万向节传动示意图。

设输入轴 I、输出轴 IV、传动轴 III 和中间传动轴 II 的轴线共一平面。传动轴两端的万向节又布置在同一平面上, 中间传动轴上两个万向节又互成 90° 。如输出轴 IV 与输入轴 I 同步旋转, 参考图 1-4, 可推出如下关系:

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \operatorname{tg} \varphi_2 \cos \alpha_1$$

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \operatorname{tg} \varphi_3 \cos \alpha_2$$

$$\operatorname{tg} \varphi_4 = \operatorname{tg} \varphi_3 \cos \alpha_3$$

式中: φ_1 、 φ_2 、 φ_3 、 φ_4 ——为相应轴 I、II、

III、IV 转角;

α_1 、 α_2 、 α_3 ——为相应轴之间夹角。

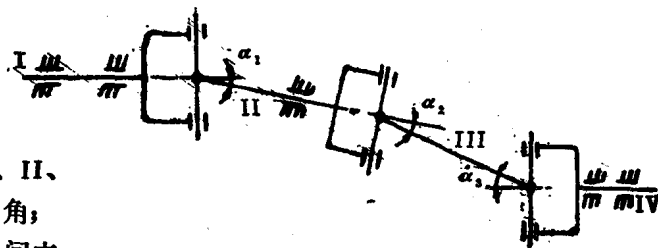


图 1-4 三万向节传动示意图

经过整理可得:

$$\frac{\operatorname{tg} \varphi_4}{\operatorname{tg} \varphi_1} = \frac{\cos \alpha_3}{\cos \alpha_1 \cos \alpha_2}$$

故为保证 $\varphi_4 = \varphi_1$, 三个十字轴万向节的夹角必须满足如下关系:

$$\cos \alpha_3 = \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 \quad (1-6)$$

对于各轴在同一平面的多万向节传动, 当各万向节的叉转到图 1-4 所示位置时, 输出轴相对于输入轴的转角差的最大值等于各万向节最大转角差的代数和:

$$\Delta \varphi_{\max} = \pm \Delta \varphi_{\text{II-I}} \pm \Delta \varphi_{\text{III-II}} \pm \Delta \varphi_{\text{IV-III}} \pm \dots$$

式中: $\Delta \varphi_{\max}$ ——输出轴相对于输入轴的转角差的最大值;

$\Delta \varphi_{\text{II-I}}$ ——中间传动轴 II 相对于输入轴 I 的转角差的最大值;

$\Delta \varphi_{\text{III-II}}$ ——传动轴 III 相对于中间传动轴 II 的转角差的最大值;

$\Delta \varphi_{\text{IV-III}}$ ——IV 轴相对于 III 轴的转角差的最大值;

.....

式中的正负号可这样决定: 当万向节的主动叉处在各传动轴所在的平面时为正, 被动叉处在此平面时为负。

将(1-5)式代入上式得:

$$\frac{\alpha_0^2}{4} = \pm \frac{\alpha_1^2}{4} \pm \frac{\alpha_2^2}{4} \pm \frac{\alpha_3^2}{4} \pm \dots$$

式中: α_0 ——为与多万向节传动最大转角差相等的单万向节的当量夹角。

因此, 将上式整理后便得:

$$\alpha_0 = \sqrt{\pm \alpha_1^2 \pm \alpha_2^2 \pm \alpha_3^2 \pm \dots} \quad (1-7)$$

万向节传动的轴的转角差, 会造成动力总成支承和悬挂弹性元件的振动载荷, 引起它们的振动。此外, 还能引起齿轮的冲击和噪音。因此在设计多万向节传动时, 总是希望其当量夹角 α_0 尽可能小。

下面, 我们进一步来讨论图1-1所示的万向节传动其主动轴 I 和从动轴 II 的角速度变化规律及其运动不均匀系数。

将(1-1)式对时间 t 微分, 得:

$$\frac{1}{\cos^2 \varphi_1} \cdot \frac{d\varphi_1}{dt} = \frac{\cos \alpha}{\cos^2 \varphi_2} \cdot \frac{d\varphi_2}{dt}$$

轴 I 和轴 II 的角速度分别为 ω_1 和 ω_2 :

$$\omega_1 = \frac{d\varphi_1}{dt}, \quad \omega_2 = \frac{d\varphi_2}{dt}$$

由此得:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\cos^2 \varphi_1} \cdot \omega_1 &= \frac{\cos \alpha}{\cos^2 \varphi_2} \cdot \omega_2 \\ \frac{\omega_2}{\omega_1} &= \frac{\cos^2 \varphi_2}{\cos^2 \varphi_1} \cdot \frac{1}{\cos \alpha} \end{aligned} \quad (1-8)$$

由(1-1)式得:

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{\operatorname{tg} \varphi_1}{\cos \alpha} \quad (1-9)$$

又

$$\cos \varphi_2 = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_2}}$$

把(1-9)式代入上式:

$$\cos^2 \varphi_2 = \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \varphi_1} \quad (1-10)$$

把(1-10)式代入(1-8)式, 整理后得:

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\cos \alpha}{1 - \sin^2 \alpha \cos^2 \varphi_1} \quad (1-11)$$

当主动轴转角 $\varphi_1 = 0^\circ, 180^\circ, 360^\circ$ 等值时, 比值 $\frac{\omega_2}{\omega_1}$ 达最大值:

$$\left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)_{\max} = \frac{1}{\cos \alpha}$$

当主动轴转角 $\varphi_1 = 90^\circ, 270^\circ$ 等值时, 比值 $\frac{\omega_2}{\omega_1}$ 达最小值:

$$\left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)_{\min} = \cos \alpha$$

如果主动轴 I 的角速度 ω_1 不变, 从动轴 II 的最大角速度 $\omega_{\max}$ 和最小角速度 $\omega_{\min}$ 可由下式求出:

$$\omega_{2\max} = \frac{\omega_1}{\cos\alpha}$$

$$\omega_{2\min} = \omega_1 \cos\alpha$$

从动轴的最大角速度与最小角速度之差对其平均角速度的比值称为万向节传动的不均匀系数, 以 k 表示。从动轴的平均角速度 ω_{cp} 可认为是 ω_1 :

$$k = \frac{\omega_{2\max} - \omega_{2\min}}{\omega_{cp}} = \frac{\frac{\omega_1}{\cos\alpha} - \omega_1 \cos\alpha}{\omega_1} = \frac{1 - \cos^2\alpha}{\cos\alpha} = \operatorname{tg}\alpha \cdot \sin\alpha \quad (1-12)$$

当夹角 α 很小时, $\operatorname{tg}\alpha \approx \sin\alpha \approx \alpha$, 此时:

$$k = \alpha^2$$

或

$$\alpha = \sqrt{k}$$

在实际工作中, 并不是先求 k 再决定 α , 而往往是首先初步确定两轴间的夹角 α 的值, 然后再进行其他设计工作。

§1.2 普通十字轴万向节传动的动力学

一、工作时两轴所传递的扭矩之间的关系

根据上节运动学分析, 主动轴和从动轴角速度之比 $\frac{\omega_2}{\omega_1}$ 在 $\frac{1}{\cos\alpha}$ 到 $\cos\alpha$ 的范围内变动着。此时, 假如支承是刚性的, 且不计万向节传动的摩擦损失, 则可认为效率等于一。如果作用在主动轴上的扭矩为 M_1 , 从动轴传递的扭矩为 M_2 , 则:

$$M_1 \omega_1 = M_2 \omega_2 \quad (1-13)$$

将式(1-11)代入上式, 得

$$M_2 = M_1 \frac{\omega_1}{\omega_2} = M_1 \cdot \frac{1 - \sin^2\alpha \cos^2\varphi_1}{\cos\alpha} \quad (1-14)$$

当主动轴转角 φ_1 为 90° 、 270° 等值时, M_2 达最大值:

$$M_{2\max} = \frac{M_1}{\cos\alpha} \quad (1-15)$$

当主动轴转角 φ_1 为 0° 、 180° 等值时, M_2 达最小值:

$$M_{2\min} = M_1 \cos\alpha \quad (1-16)$$

二、作用在万向节叉上的附加弯矩和各种力的分析

由于轴间交角 α 的存在, 在传递扭矩时, 输入轴和输出轴还承受由万向节十字轴轴颈传至万向节叉的一个周期性的附加弯矩的作用, 此力矩在传动轴支承处造成径向反作用力。

为了确定作用在万向节轴叉上的作用力及附加弯矩, 我们来分析十字轴万向节的受力平衡条件。

图1-5b)表明了作用在十字轴上力矩矢量的分布情况。从图可看出, 除掉扭矩 $\vec{M}_1$ 和 $\vec{M}_2$ 外, 还有通过相应的轴叉传递到十字轴上的力, 在主动叉和从动叉平面上引起弯曲力矩 $\vec{M}_{u1}$ 和 $\vec{M}_{u2}$ 。 $\vec{M}_{u1}$ 和 $\vec{M}_{u2}$ 的矢量相应地垂直于主动叉和从动叉平面。矢量 $\vec{M}_1$ 、 $\vec{M}_2$ 、 $\vec{M}_{u1}$ 、 $\vec{M}_{u2}$

组成一个封闭系统，表明了十字轴万向节处于平衡状态。

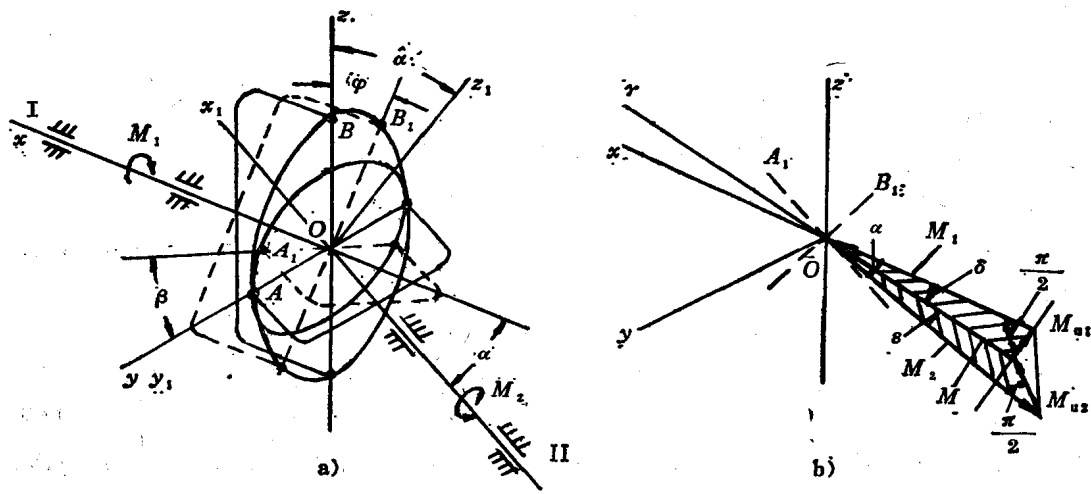


图1-5 十字轴万向节的力学模型

矢量 $\vec{M}_1$ 和 $\vec{M}_2$ 的值分别是给定的和按公式(1-14)计算的。矢量 $\vec{M}_1$ 和 $\vec{M}_2$ 之间的夹角 α 等于主动轴和从动轴之间的夹角，矢量 $\vec{M}_{u1}$ 和 $\vec{M}_{u2}$ 分别垂直于向量 $\vec{M}_1$ 和 $\vec{M}_2$ ，此外有总力矩 $\vec{M}$ ，

$$\vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_{u1}; \quad -\vec{M} = \vec{M}_2 + \vec{M}_{u2}$$

矢量 $\vec{M}$ 垂直于十字轴平面。换句话说，由于主动轴和从动轴方面的作用，在十字轴上引起的总的力矩 $\vec{M}$ ，都位于万向节十字轴的平面上。假如能知道角度 δ （十字轴平面法线 γ 或力矩 $\vec{M}$ 的矢量方面和力矩 $\vec{M}_1$ 的矢量方向的夹角）和 ϵ （十字轴平面的法线 γ 和矢量 $\vec{M}_1$ 方向的夹角），弯矩 M_{u1} 和 M_{u2} 即可求出。

为了分析问题方便，我们来建立机构的坐标系，如图1-5a)所示。把 z 轴固定在与轴I相连的十字轴轴线上；把 Y 轴固定在与轴II相连的十字轴轴线上；将主动轴I作为 X 轴，使得 X 、 Y 、 Z 座标系统。

假如使 Y 轴不动，即 Y 轴与 Y_1 轴重合，让 Z 轴回转 α 角度后达到 Z_1 处； X 轴达到 X_1 处。 X_1 、 Y_1 、 Z_1 组成一个新的坐标系统。在轴I旋转时，十字轴轴颈 B 点在球面的一个圆周上运动到达 B_1 点， OB_1 与 OB 的夹角为 φ 。与此同时，十字轴轴颈上的 A 点在球面上的另一个圆周上运动到达 A_1 点， OA_1 与 OA 的夹角为 β 。

利用旋转坐标的转换公式，可得到 X_1 、 Y_1 、 Z_1 系统和 X 、 Y 、 Z 系统之间的关系：

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= X \cos \alpha + Z \sin \alpha \\ Y_1 &= Y \\ Z_1 &= -X \sin \alpha + Z \cos \alpha \end{aligned} \right\} \quad (1-17)$$

以 φ 表示主动叉平面相对于通过两轴中心线共同平面的转角。而十字轴平面的位置完全由十字轴轴线 OB_1 和 OA_1 来决定。

在 X 、 Y 、 Z 坐标系统中， OB_1 位于 YOZ 平面上，如图1-6。

其直线方程：

$$\left. \begin{aligned} X &= 0 \\ Z &= Y \operatorname{tg}(90^\circ + \varphi) = -Y \operatorname{ctg} \varphi \end{aligned} \right\} \quad (1-18)$$

在 $X_1Y_1Z_1$ 坐标系中, OA_1 位于 Y_1OZ_1 的平面上, 如图1-7。其直线方程:

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= 0 \\ Z_1 &= Y_1 \operatorname{tg} \beta \end{aligned} \right\} \quad (1-19)$$

利用公式(1-17), 上式可转化为:

$$\left. \begin{aligned} X \cos \alpha + Z \sin \alpha &= 0 \\ -X \sin \alpha - Y \operatorname{tg} \beta + Z \cos \alpha &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-20)$$

为简单起见, 在 XYZ 坐标系中, 取单位矢量来考虑, 利用空间解析几何知识, 得直线 OB_1 的方向余弦为:

$$a = 0; \quad b = -\sin \varphi; \quad c = \cos \varphi$$

直线 OA_1 是由方程(1-20)所决定的两个平面 (π_1, π_2) 的交线。如图(1-8)。

平面 π_1 的法矢量 $\vec{F}_1 = \{\cos \alpha, 0, \sin \alpha\}$, 平面 π_2 的法矢量 $\vec{F}_2 = \{-\sin \alpha, -\operatorname{tg} \beta, \cos \alpha\}$ 取其 $-\cos \beta (\vec{F}_1 \times \vec{F}_2)$ 作为直线 OA_1 在 XYZ 坐标系中的方向矢量。即方向矢量 e, f, g 为:

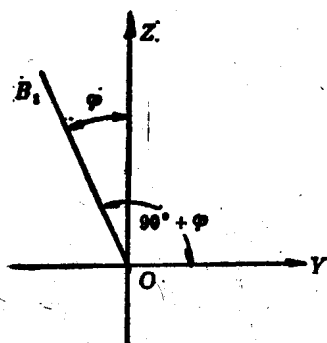


图1-6 OB_1 位于 YOZ 平面上

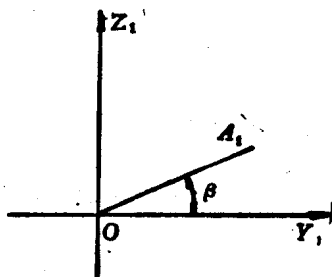


图1-7 OA_1 位于 Y_1OZ_1 平面上

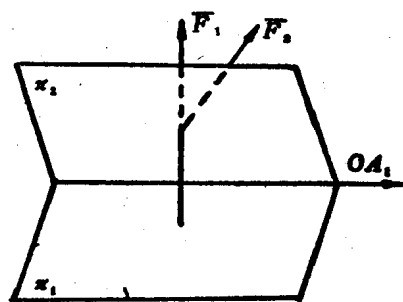


图1-8 OA_1 为 π_1, π_2 两平面的交线

$$e = -\sin \alpha \sin \beta$$

$$f = \cos \beta$$

$$g = \cos \alpha \sin \beta$$

设垂直于十字轴平面的法线 Y 的方向余弦为 l, m, n 。由于十字轴的两个轴线 OB_1 和 OA_1 始终互相垂直, 故法线 Y 垂直于 OA_1 和 OB_1 。由于两个互相垂直的矢量的数积等于零, 且方向余弦的平方和为一。所以有:

$$\left. \begin{aligned} le + mf + ng &= 0 \\ la + mb + nc &= 0 \\ l^2 + m^2 + n^2 &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (1-21)$$

以 a, b, c, e, f, g 各值代入式(1-21), 便得:

$$\left. \begin{aligned} -m \sin \varphi + n \cos \varphi &= 0 \\ -l \sin \alpha \sin \beta + m \cos \beta + n \sin \alpha \sin \beta &= 0 \\ l^2 + m^2 + n^2 &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (1-22)$$

解方程(1-22):

$$\left. \begin{aligned} l &= \frac{1}{\sqrt{1 + \sin^2 \varphi \operatorname{tg}^2 \alpha}} \\ m &= \frac{\sin \varphi \cos \varphi \operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{1 + \sin^2 \varphi \operatorname{tg}^2 \alpha}} \\ n &= \frac{\sin^2 \varphi \operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{1 + \sin^2 \varphi \operatorname{tg}^2 \alpha}} \end{aligned} \right\} \quad (1-23)$$

因此, 十字轴平面法线 γ 或总力矩矢量 $\vec{M}$ 与主动轴 (或与 $\vec{M}_1$) 之间的夹角 δ 可用下式解出:

$$\cos \delta = l = \frac{1}{\sqrt{1 + \sin^2 \varphi \operatorname{tg}^2 \alpha}} \quad (1-24)$$

十字轴平面的法线 γ 或总力矩矢量 $\vec{M}$ 与从动轴 (或与 $\vec{M}_2$) 之间的夹角 ε 可用如下的方法决定: 两个矢量之间的夹角等于对应的方向余弦乘积之和。即:

$$\cos(\vec{\gamma} \cdot \vec{M}_2) = l \cdot h + m \cdot s + nt$$

其中 $\vec{M}_2$ 在 XYZ 坐标系统中的方向余弦 h 、 s 、 t 为: $h = \cos \alpha$, $s = 0$, $t = \sin \alpha$

利用公式(1-23)得

$$\begin{aligned} \cos \varepsilon = \cos(\vec{\gamma} \cdot \vec{M}_2) &= \frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 + \sin^2 \varphi \operatorname{tg}^2 \alpha}} + \frac{\sin^2 \varphi \operatorname{tg} \alpha \sin \alpha}{\sqrt{1 + \sin^2 \varphi \operatorname{tg}^2 \alpha}} \\ &= \cos \alpha \sqrt{1 + \sin^2 \varphi \operatorname{tg}^2 \alpha} \end{aligned} \quad (1-25)$$

作用在十字轴平面上的总力矩 M 由下式计算:

$$M = \frac{M_1}{\cos \delta} = \frac{M_2}{\cos \varepsilon}$$

或

$$M = M_1 \sqrt{1 + \sin^2 \varphi \operatorname{tg}^2 \alpha} \quad (1-26)$$

因此, 当主动叉平面相对于通过两轴中心线共同平面转过 φ 角时, 作用在主动叉和从动叉上的弯曲力矩大小可按下面公式求出:

$$M_{u1} = M_1 \operatorname{tg} \delta = M_1 \sin \varphi \operatorname{tg} \alpha \quad (1-27)$$

$$M_{u2} = M_2 \operatorname{tg} \varepsilon = M \sin \varepsilon = M_1 \cos \varphi \sin \alpha \sqrt{1 + \sin^2 \varphi \operatorname{tg}^2 \alpha} \quad (1-28)$$

对于轴叉上所受的各力的分析, 借助于图1-9。

主动轴叉上的圆周力为:

$$P_1 = \frac{M_1}{2R} \quad (1-29)$$

被动轴叉上的圆周力为:

$$P_2 = \frac{M_2}{2R} \quad (1-30)$$

在力矩 M 的作用下, 作用在十字轴平面上的力 Q 是力 P_2 和 T_2 的合力, T_2 位于垂直于十字轴的平面上, 根据方程式(1-26), 力 Q 为:

$$Q = \frac{M_1}{2R} \sqrt{1 + \sin^2 \varphi \operatorname{tg}^2 \alpha} \quad (1-31)$$

T_1 与 T_2 由方程式(1-27)、(1-28)确定:

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= \frac{M_1}{2R} \sin \varphi \operatorname{tg} \alpha \\ T_2 &= \frac{M_1}{2R} \cos \varphi \sin \alpha \sqrt{1 + \sin^2 \varphi \operatorname{tg}^2 \alpha} \end{aligned} \right\} \quad (1-32)$$

图1-9a)为轴叉位于初始位置的受力状况。此时,认为主动叉和从动叉的回转角度 φ 和 β 都为零。当 $\varphi = 0$ 时, T_2 达最大值:

$$T_2 = \frac{M_1}{2R} \sin \alpha \quad (1-33)$$

图1-9b)为主动叉位于垂直位置时的受力状况。即主动叉、从动叉都回转了 90° 。这时 Q 、 P_2 与 T_1 达最大值:

$$Q_{\max} = \frac{M_1}{2R \cos \alpha} \quad (1-34)$$

$$P_{2\max} = \frac{M_2}{2R} \quad (1-35)$$

$$T_{1\max} = \frac{M_1}{2R} \operatorname{tg} \alpha \quad (1-36)$$

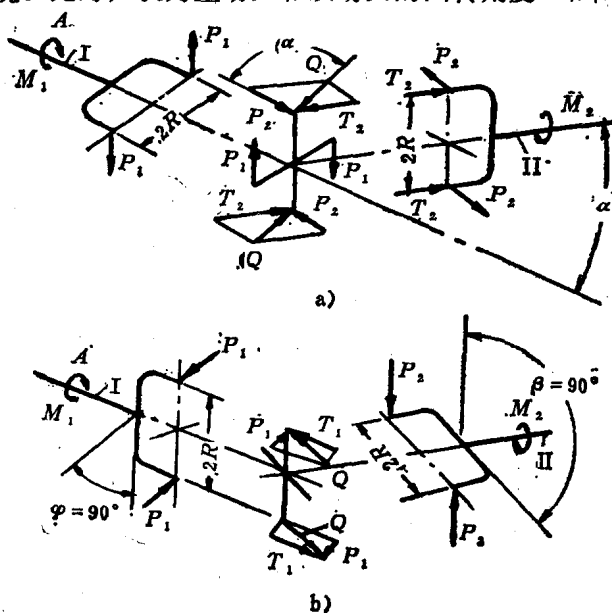


图1-9 作用在轴叉上的力示意图

三、传动轴支承上的侧向载荷

当万向节主动叉上作用着不变扭矩 M_1 时,那么在与它成夹角 α 的从动叉上的扭矩 M_2 将随叉的转角而变化。同时根据上述讨论,在万向节叉上产生的附加弯矩,使在不同位置时,在主、从动轴支承和万向节上产生一对大小相等,方向相反的侧向载荷。从实际使用出发,我们讨论当万向节主动叉位于两个典型位置时的情况:

当万向节主动叉的位置处于 $\varphi = 0^\circ$ 时,如图1-10a)所示。由于扭矩 M_1 作用在十字轴平面上,弯矩 M_{u1} 必为零。因扭矩 M_2 的作用平面与十字轴平面不共面,必有弯矩 M_{u2} ,矢量 $\vec{M}_{u2}$ 是垂直于 $\vec{M}_2$ 的,合向量 $\vec{M}_2 + \vec{M}_{u2}$ 是沿着十字轴平面的法线方向,且与 $\vec{M}_1$ 大小相等。由力矩向量三角形可求出 M_{u2} 的大小(M_{u2} 的大小也可用公式1-28求出)。

$$M_{u2} = M_1 \sin \alpha \quad (1-37)$$

这力矩使从动轴支承上引起周期性变化的侧向载荷,如图1-11a)所示

$$P_1 = P_{11} = \frac{M_1 \sin \alpha}{L} \quad (1-38)$$

式中: P_1 ——万向节上所承受的力

P_{11} ——从动轴支承所承受的侧向反力

L ——万向节中心至从动轴支承的距离

与此方向相反的反作用力矩由主动叉轴的支承所承受。