

理论物理导论

从物理概念到数学结构

L. E. H. 特雷纳 M. B. 怀斯 著

科学出版社



理论物理导论

从物理概念到数学结构

L. E. H. 特雷纳 M. B. 怀斯 著

冯承天 李顺祺 张民生 译

张民生 校

科学出版社

1987

内 容 简 介

本书系统地论述了理论物理学的数学结构。书中结合弹性力学、量子力学、狭义及广义相对论、基本粒子理论等讨论了群论、张量、希尔伯特空间、黎曼几何、张量分析等数学概念。变换的观点贯穿始终，还讨论了近代物理学的方法论、认识论等问题。

本书立足点高，阐述清晰，数学和物理紧密结合是其特色。它可以作为物理学、化学、数学学科的理论工作者和高等院校师生的参考书。

L. E. H. Trainor & M. B. Wise

FROM PHYSICAL CONCEPT TO MATHEMATICAL STRUCTURE: AN INTRODUCTION TO THEORETICAL PHYSICS

University of Toronto Press, 1981

理论物理导论

从物理概念到数学结构

L. E. H. 特雷纳 M. B. 怀斯 著

冯承天 李顺祺 张民生 译

张民生 校

责任编辑 张邦固

科学出版社出版

北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1987年9月第一版 开本：787×1092 1/32

1987年9月第一次印刷 印张：11 3/8

印数：0001—4,800 字数：254,000

统一书号：13031·3388

本社书号：5426·13—3

定价：2.70 元

译 序

物理学和数学有着十分密切的关系，一方面物理学要依靠数学来表达规律、推演结论和进行应用，另一方面物理学的发展又是数学发展的主要源泉和动力。本书正是从这两个方面，全面而系统地论述了理论物理学中的数学结构和方法。特别要指出的是，在讨论有关内容的同时十分强调概念和结构(从物理到数学)的建立过程，以及一些总体的思想(如线性化)。这是本书区别于其他同类书籍的主要特点之一。另外，在讨论有关数学内容时，应用了近代的观点(变换和映射的观点贯穿始终)，因此立足点高，论述清晰。

本书包含的内容十分丰富。在物理学方面，包括弹性理论、Maxwell方程、狭义相对论及广义相对论、量子力学和基本粒子理论。在数学方面，包括向量空间、张量、群论、Riemann几何和 Hilbert 空间。在最后一章中还介绍了理论物理中的一些近代概念的研究进展，对一些前沿领域的今后发展也作了展望。在每一章后面还附有文献目录和习题，以供读者深入学习之需。

我们翻译本书旨在为物理学、数学、化学等学科的理论工作者，以及高等院校的教师、高年级学生和研究生提供一本优秀的参考书。它的出版对推动高等院校的教学和科研以及理论研究与应用相结合有一定作用。由于译者水平有限，错误恐怕难免，祈请读者不吝赐正。

译 者

1985年1月

原 序

多年来，本书著者之一(特雷纳)在多伦多大学为高年级的一些攻读数学和理论物理的专业的学生开设了一门论述物理理论中的概念和结构的课程。这门课程受欢迎的程度以及对这种处理方法的兴趣，鼓励我们把这门课程的讲义扩展成一本教科书，以应其他大学高年级学生学习理论物理导引性课程之需。来自教师的反应表明，本书也能作为研究生这一层次的有用的参考书，这既是因为我们处理问题的方法与其他书所采用的方法不同，也因为我们尽力使好多纯属专门研究领域的抽象概念能被广大读者接受。

虽然本书较详细地处理了包含理论物理和数学物理在内的很大一个领域中的概念和结构，但它并不全面地包含任何单个领域。我们的着重点是把用到的概念结构总体的统一性表示出来。就某种意义来说，我们的目标是增强兴趣和激起好奇心，而不是满足或减弱它们。对于那些有志于进一步深入钻研专门课题的读者，我们在正文的脚注中，以及每一章结束后给出的总的参考文献中为他们提供一些指导。还有许多习题也编排得力图促使学生去钻研一些比本书内容更为专门化的课题。

Joos 的经典著作《理论物理》也许是最后一次认真地尝试用一卷的篇幅做到合理地、综合和统一地处理理论物理的所有主要领域的内容。近 50 年来由于新知识的广度和深度大大增加，现在要这样做，如果不是完全不可能的，也是相当困难的。虽然 Morse 和 Feshbach 撰写的书是另一部经典著作，

现在仍很有用，但是它主要是论述各种有用的数学方法，而不是探究理论物理本身的各个领域。

我们的书不象 Joos 的书那样包罗万象，也没有 Morse 和 Feshbach 的书那种目标。本书既不以一个广阔的课题领域来处理理论物理，也不准备完整地去讨论近代数学的技巧和方法。我们强调的是关于理论物理的思考以及有志于科学探究的青年的智力开发。在某种程度上，读者在学习本书的过程中，可以丰富他们对近代发现的知识以及这些发现的某些详细的应用。从哲学性不太强的观点来说，我们撰写本书有两个目的。第一个目的是，在学生成长过程的早期，在强调事物相互关系而不是内容本身的做法上引入理论物理的高深概念。第二个目的是去寻找某些共同的贯穿在近代理论探索的大部分结构之中的概念和方法论上的线索。

这样的线索之一是我们可以不很严格地称之为线性的原则。不管是有意识的构思还是潜意识的倾向，近代理论物理的特点是，只要可能总是尽力使用一个线性的框架来处理任何事物。也许这一倾向是使用大型计算机所不可避免的结果。在任意情况中，人们通常是把物理结构选为一个线性向量空间中的元素来实现这一线性原则的。线性原则也出现在力图把对这些结构施行作用的运算线性化，而不管这些运算是与变换方程有关还是与粒子系的真正动力学有关。就这种做法所取得的成功而言，线性理论是能被理解的，同时在美学方面也是具有吸引力的。狭义相对论和量子力学提供了两个例子。当线性化失效以后，就充满了数学上和概念上的困难，如在解流体动力学方程和广义相对论方程时所出现的那些困难。

本书所使用的方法旨在提出一些非常简单和基本的方程，例如，分别多伦多和华沙的观察者，当他们用不同的坐

标系来描绘物理事件时,是如何比较结果的(由同样的实验得出)。虽然这些问题看来是简单的,但是它们具有深远的意义,一方面马上、直接地导致张量和张量场的概念,另一方面导致群论和群的表示。最后,在这种发展中达到了这样的程度:这些概念上的结构汇合了,这指的是张量的对称类表征了在理论物理的许多领域中有意义的变换群的不可约表示。

鉴于张量的概念发展并扩展到多维空间,并最终到达非线性几何,我们列举了理论物理的许多已完美发展起来的领域(诸如弹性理论、量子力学和基本粒子结构)中的例子。虽然我们一再说明线性理论的性质,但是我们特别重视作为自然现象理论的近代发展基础的两个最基本的概念框架,即量子力学和狭义相对论,我们的第三个基本概念,原则上是线性过程的一个反例;这是与引力和相对论都相关的概念,即 Einstein 在广义相对论的理论中企图将动力学几何化的尝试。然而,甚至在那里,我们在切向量空间中仍有局部线性化,以及在物质密度很小时有整体线性化。

下面把本书的安排简述如下。在第二章中,在 2 维空间的坐标变换的框架下我们引入了 Descartes 张量和变换群。在第三章中,我们把这些情况推广到 3 维空间中,而且读者通过旋量的存在和转动群参数空间的双连通性能更深入地理解 3 维空间的复杂性。在第四章中,我们给出了物理定律的一些张量表述的实际例子,特别是张量在线性形变、弹性波和流体动力学理论中的应用。

在第五章中,我们发展了在第二章中开始讨论的主题,即张量对研究群表示论提供了一个基本途径:张量的对称类构成了矩阵群的不可约表示的基。

在第六章中,我们讨论量子力学(作为一个高度发展的线性理论)的纲要。我们的目的并不是研究量子力学这一课题

的本身，而是把它的结构上的形式合并列在本书中建立起来的一般概念中去。没有有关量子力学的历史和唯象知识的那些读者可以先读一些有关的补充材料或跳过整个第六章。

在第七章中，通过引入非线性理论，我们的眼界又进一步开阔了。我们首先研究 Gauss 意义下的几何，然后是 Riemann 意义下的几何，而且新几何是用曲线坐标的例子来说明的。虽然在第八章中，我们又回到另一个线性理论，即狭义相对论中去，但是我们的眼界现在已开阔到使我们能应用 4 维时空中的非 Euclid 的 Lorentz 度规。为了尽量节省篇幅，对于我们目前了解基本粒子和场提供基础的量子理论和狭义相对论，我们是在一个半公理化的基础上进行处理的。在第九章中，为了说明对称性原理在自然界和物理世界中的重要性，我们考察了基本粒子的分类。

在第十章中，我们回过来更深入地研究 Riemann 几何，这在第十一章中简要地介绍广义相对论作了准备。广义相对论是高度发展的非线性理论的一个优美例子，它对宇宙的大尺度结构已有一些重要的结论。

最后在第十二章《开阔眼界》中，我们简要地回顾了理论物理中的一些近代概念的发展，并对富有革新精神的和前沿的一些领域（诸如分子生物学、基本粒子物理学和宇宙学）作了展望。

（下略）

L. E. H. 特雷纳

M. B. 怀斯

目 录

译序	v
原序	vii
第一章 引言	1
1.1 总的评述	1
1.2 线性理论	5
1.3 线性算子与变换群	9
第二章 Descartes 张量和变换群	12
2.1 位置向量及其推广: 2 维转动群	12
2.2 向量的内积和外积: 张量	17
2.3 作为 2 阶张量的转动惯量	20
2.4 作为多重线性映射的张量	23
参考文献	24
习题	24
第三章 转动、反射以及关于张量的进一步讨论	27
3.1 引言	27
3.2 3 维空间中转动群的表示	28
3.3 3 维空间中转动群的双值表示	30
3.4 转动群的四元数形式	34
3.5 旋量	35
3.6 反射和反演——赝张量	37
3.7 不变张量	41
3.8 3 维空间中的轴向量是 2 阶张量	43
3.9 向量和张量场	43
3.10 物理定律的协变性	46
参考文献	49

习题	50
第四章 Descartes 张量的一些应用	52
4.1 弹性连续介质理论	52
(a) 局部转动、压缩和切变——胁变张量	52
(b) 膨胀	56
(c) 胁强 张量	58
(d) Hooke 定律——线性近似	59
(e) 主胁强和胁变	61
(f) 各向同性的立方体晶体	62
4.2 弹性固体中波的传播	64
4.3 流体动力学	67
参考文献	73
习题	73
第五章 负载群表示的张量	75
5.1 引言	75
5.2 群的抽象概念	76
5.3 对称群 S_n	79
5.4 群的表示	82
5.5 对称群 S_n 的不可约表示	89
5.6 积表示	92
5.7 一般线性群的表示	95
5.8 完全正交群的表示	101
参考文献	102
习题	103
第六章 作为一种线性理论的量子力学	108
6.1 引言	108
6.2 自伴算符的本征函数展开	110
6.3 量子力学的假设	115
6.4 矩阵力学	122
6.5 简谐振子的例子	125

6.6	有内部结构的粒子	129
6.7	轨道角动量的量子化	133
6.8	转动算符和特殊正交(转动)群的表示	136
6.9	多粒子体系	140
参考文献		143
习题		143
第七章	Riemann 几何中的广义张量	147
7.1	引言	147
7.2	非欧几何的 Gauss 引入	148
7.3	曲线坐标	150
	(a) 一般情况	150
	(b) 球极坐标	152
	(c) 长度、面积和体积	153
7.4	Riemann 几何	156
7.5	坐标变换——广义张量	161
7.6	张量代数	165
7.7	标积	168
7.8	作为多重线性映射的张量	170
参考文献		172
习题		173
第八章	狭义相对论	176
8.1	引言	176
8.2	一些预备知识	177
8.3	Galileo 相对性	179
8.4	狭义相对论的假设	180
8.5	Poincaré 群及其子群的性质	183
8.6	Minkowski 空间	189
8.7	Maxwell 方程组的协变形式	191
8.8	两个相对论不变量	195
8.9	Lorentz 力方程的协变性, 守恒定律	196

8.10	相对论力学	199
8.11	相对论力学的应用	201
	(a) Doppler 效应	202
	(b) Compton 效应	204
	(c) π^0 产生的阈值	205
8.12	狭义 Lorentz 群的双值表示	206
8.13	旋量	209
参考文献		214
习题		215
第九章 基本粒子的分类		217
9.1	引言	217
9.2	相对论波动方程	221
9.3	旋量扳手	229
9.4	Hamilton 函数的不变性	230
9.5	作为内部对称性的同位旋	236
9.6	么正对称性和 $SU(3)$ 不变性	241
9.7	夸克模型	248
9.8	规范不变性	252
参考文献		254
习题		254
第十章 Riemann 几何		257
10.1	引言	257
10.2	仿射联络和协变导数	259
10.3	测地坐标	262
10.4	Christoffel 符号	264
10.5	平行移动	268
10.6	自平行曲线和测地线	271
10.7	球面上的测地线(一个有解的例子)	276
10.8	Riemann-Christoffel 曲率张量	278
10.9	Riemann-Christoffel 曲率张量的性质	280

10.10 基向量	283
参考文献	287
习题	288
第十一章 广义相对论——非线性理论的一个例子	291
11.1 引言	291
11.2 广义相对论的假设	292
11.3 检验粒子的运动	295
11.4 弱引力场	297
11.5 Schwarzschild 解	299
11.6 广义相对论的推论	301
参考文献	303
习题	303
第十二章 开阔眼界	305
12.1 引言	305
12.2 解释和理解	305
12.3 研究和发现	309
12.4 概念和结构	313
附录	324
A. 线性代数和多重线性代数	324
习题	329
B. 向量空间中的线性变换——正交矩阵和么正矩阵	330
习题	333
C. 作为等价类的张量	334
D. 拓扑空间	335
E. 测度和积分	337
F. Hilbert 空间	342

第一章 引 言

1.1 总的评述

物理学包含了对自然规律的观察和描述。在与周围环境互相影响的过程中,我们逐步积累了经验,形成了某些或多或少有些直觉的概念,诸如空间的广延性、时间的流逝、物质的惯性、温度和热流等等。其中没有一个概念是完全独立于其他概念的,他们的定义互相依赖,而且在一定程度上是集体性的。物理定律可以看成是这种相互依赖关系的某种精确的定量表述。例如,考虑下列形式的 Newton 第二定律:

$$F = ma. \quad (1.1)$$

在我们研究这一“定律”的显式之前,我们对于其中涉及到的三个概念——力、质量和加速度,要先有一个直觉的感觉或认识。这一“定律”阐明了这三个概念是互相关联的,对于这一简单的“设计”,我们往往感到惊异。然而,更详细的考察揭示出,质量和力是不能彼此孤立地加以定义的,因此我们就得深思,哪一个是第一性的?是“定律”呢?还是概念?

因为所使用的概念是依赖于物理定律的,所以我们对概念的定义决不会比我们对作为它们依据的物理定律的认识更完善。我们已习惯于认为物理定律是“真实”,是真理,如果一旦被认识了,就是不能违背的。然而,很明显,与物理定律相关的真理仅是一种相对真理,它是以经验为依据的。当我们的经验扩大了,我们的概念也要扩大或改变,物理定律也必须修正,以适应这些变化。就这种意义上来说,自然科学并不

能揭示绝对真理。如果绝对真理存在的话，我们是不能掌握它的，因为经验总是有局限性的。根据这一论据，真理是无穷无尽的，而追索真理就相当于尽力地扩大我们的经验。Bohm¹⁾在他论述相对论的书中，把科学家对真理的探索比拟为没有经验的小孩获得经验。一个外行对质量概念的理解与一个优秀大学生不同，而他们的解释又不同于一位场论专家或一位基本粒子物理学家的理解：他们每一个人都依赖于自己从与质量有关的经验中发展起来的质量概念。

当然，对质量具有不同经验的无偏见的科学家们，仍然对质量概念有着部分一致的看法。在某种程度上，Newton 和 Einstein 有相同的质量概念，但是 Einstein 的经验更丰富，这使他具有更为深刻的洞察力。不过，就是 Einstein 的概念也受到他的经验的限制，因此也不是完美无缺的。当我们谈到质量时，我们在某种程度上有着共同的经验，因此我们彼此对它可以有共同语言，但是我们的经验却不是完全相同的。

且不管某些相反的一般看法，我们认为，自然科学不是一种精确无误的科学。通常的做法是使用我们认为已懂得的术语来描述和“解释”自然现象。因为这些术语是与我们的经验相关的，所以上述描述在相当大程度上总是主观的。在不同实验室工作的两个科学家，可以进行“相同的实验”，而且测量结果一致，但是他们对实验的解释决不会完全一致，因为当需要解释实验结果时，他们就会各按其特有的经验行事。事实上，麻烦还会更多一些，因为不同的因素（包括实验者的个性以及他的技术人员的技能等）都会渗入到实验的实际设计中去，因此，任何两个实验都不会完全一样。

不过，自然科学是相对地精确的，因此许多实验者多少具

1) David Bohm, *The Special Theory of Relativity* (W. A. Benjamin Inc., New York, 1965).

有共同的经验，而且简单类型的实验几乎可以精确地予以重复。然而，我们应该经常牢记，我们对实验结果的分析，不仅反映出自然界的真正含义，而且也反映出由于我们观察事物的特殊方式而带来的色彩和修正。

在开始时，我们由于对一些基本概念缺乏认识而感到困难。我们对于运动在时间和空间连续统中的物质的存在有着直觉观念，但是其中每一个观念都是难以捉摸的。Einstein 的相对论表明了，时空是什么的问题，在某种程度上是与观察者有关的，而且时间或空间都不是独立于物质而存在的。从概念观点上看来，使情况更加复杂的是，量子物理告诉我们，观察者要影响观察结果，因此似乎先验地独立存在的某些问题而事实上却是互不相容的。客观性成为一个更难达到的目标了，物理学是一门充满着概念上的陷阱的学科。

就某种意义来说，正视“事实”是一条永无止境的路。对于那些追求尽善尽美的人来说，得知物理学不是一门精密无误的科学是扫兴的。这既是因为上面讨论过的概念的相对性，同时也是因为甚至最简单的问题在数学上求解也是困难的，因而必须求助于常常是粗糙而且难以令人高兴的近似方法。从另一个观点看来，给人印象深刻的是得弄清楚，通过艰巨测量以及各种顽强的解释（即使是不完美的）完成了些什么。正如 Einstein 创建狭义相对论那样，天才的力量有时使知识迅猛地向前推进。但是更多的进展则是缓慢的，必须依赖于许多人的工作。有这样一种说法：科学发现靠百分之一的灵感和百分之九十九的汗水及坚忍不拔。一个光辉的思想如果不继续深究下去就等于零，在一瞬间的灵感后，必须继之以数月甚至数年的坚定的艰苦劳动。甚至连 Einstein 也花费了后半生（虽然成效甚微）寻求相对论、电磁理论和引力的一个统一理论——人类长期以来梦寐以求的神圣目标。

不管我们的出发点如何不完美，我们必须从某处开始。把有关存在性的问题留给哲学家去争论吧，我们当然认为自然现象是存在的，而且认为至少作一个部分和有用的描述是有可能的。我们的大部分直觉概念是涉及到诸如压力、力或温度这些量，它们以按时间变化的方式表现为空间连续统中的一种分布。事实上，这种变化的有规则的延续顺序提供了对时间的一种有意义的定义。但是这些简单、直觉而又明显的概念实际上完全不是显然的，而且在某种程度上是不正确的。然而，尽管它们是不完美的，但是它们仍是有用的，因此我们暂时将采用如下观点：空间存在着，物质分布在整个空间中，而且牛顿定律对于我们宇宙的演化给出了一个正确的描述。

我们进而回避这样一些令人为难的问题：空间是否有边界？边界在哪里？空间是弯曲的还是不弯曲的？如果是弯曲的，那弯曲的程度又如何？物理学的主要任务是构造模型，并把这些模型与我们看到的世界加以比较。我们开始的模型是，在一个平直的（Euclid 的）、在任意方向都是无限延伸的 3 维空间中分布着运动的物质。所谓“观察者”，我们指的是一整套记录仪器，它们分布在空间中任何需要的地方，同步到任意合意的精确度，并且彼此是静止的。这样的一整套记录仪器使我们能够直接地或通过物质的性质，来监测物质的任意分布，并且把所得的结果用时空坐标的函数来表达。例如，观察者可以在某一关注的区域里，在某一段适当的时间间隔中，记录温度分布 $T(\mathbf{r}, t)$ 。

在受控制的条件下，记录这种分布中的一种或多种的过程称为实验（受控制的条件，实际上指的是，使得其他分布不变或按一种指定的方式来改变它们，例如在测量比热时，保持压力不变）。归根结蒂，理解一个实验，意味着建立起把这些