《现代科技》
丛书

# 水资源系统动态规划

Xiandai keji
congshu

《现代科技》丛书

# 水资源系统动态规划

张　超编

水利电力出版社

## 内容提要

本书介绍最优化技术中动态规划法的基本概念、基本方法及其在水资源系统的规划、设计和管理中的应用。第一章介绍动态规划的概念、适用范围及存在的弱点；第二章讨论动态规划的基本方法，最优性原理，基本方程，数学模型及计算程序框图；第三章介绍动态规划在水资源系统若干确定性多阶段问题中的应用；第四章介绍动态规划在随机性多阶段问题中的应用。

本书深入浅出、注重实用，列举了许多例题的详细解算过程，可供从事水资源规划设计与环境保护的技术人员、管理人员及有关中专、大专院校师生阅读参考。

《现代科技》丛书

**水资源系统动态规划**

张 超 编

*

水利电力出版社出版

（北京三里河路6号）

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

水利电力出版社印刷厂印刷

*

787×1092毫米 32开本 4印张 86千字

1986年4月第一版 1986年4月北京第一次印刷

印数0001—册3350定价0.86元

书号 15143·5921

# 序

水是人类生存和社会生产必不可少的物质资源。水利工作的基本任务是除水害、兴水利，开发、利用和保护水资源，为工农业生产和人们的物质、文化生活创造必要的条件。普及水利科学技术知识，让更多的人了解和掌握水利科学技术，也是两个文明建设的内容之一。为此，针对水利战线职工和社会上不同文化程度读者的需要，分层次地编写出版水利科普读物是十分必要的。

为了帮助水利科技人员的知识更新，掌握一些现代科技知识，并使水利科技成果更广泛地得到推广应用，尽快地形成生产力；为了使广大农村水利工作人员掌握一些实用的水利基础知识，并应用于生产实际；为了总结和宣传我国水利建设的伟大成就和悠久历史，介绍水利在四化建设和人民生活等方面的重要作用，激发广大人民群众和青少年热爱祖国江河、关心水利事业，我们组织编写了七套水利科普丛书，包括：《现代科技》丛书、《水利科技成果》丛书、《水利水电施工》丛书、《小水电技术》丛书、《农村水利技术》丛书、《中国水利史》小丛书、《水与人类》丛书。这些科普丛书将由水利电力出版社陆续出版。

编写和审定这些丛书时，力求做到以思想性和科学性为前提，同时注意通俗性、适用性和趣味性。由于我们工作经验不足，书中可能存在某些不妥和错误之处，敬请广大读者给予批评指正。

中国水利学会科普工作委员会

一九八四年七月

# 水利科普丛书编审委员会名单

# 前　言

水资源系统是地球上生物圈内与生态、气象、环境、经济、社会等系统相耦合的一个随时间、空间变化的复杂的动态系统。对此系统进行最优控制、管理、开发与利用是当代影响人类生存和发展的重大课题之一。应用系统工程方法中的动态规划理论来解决这个问题则是近十多年来迅速发展起来的一个新课题。

动态规划是一种多阶段最优决策过程。它不是只在某一瞬间做出一次决策，得到局部最优结果就算完结，而是要做出一系列决策，使系统的整个过程的总效果为最优。这个性质非常适合于水资源系统的动态特性。为了便于从事水资源系统规划、管理、工程设计、环境保护等工作及有关的读者自学和掌握动态规划这种有效的最优化方法，作为一本入门读物，本书在不大的篇幅中，比较详细地阐述了动态规划法的基本概念和基本原理，并列举了最短路径问题、最优配水问题、生产计划及单水库调度问题、河流污染控制问题、多维分配问题、多水库调度问题、随机生产调度问题和雨季施工安排问题等实例的详细解算过程，以帮助读者理解和应用这种方法。应用动态规划法时，只有使用计算机才能显示出它的优点，因此在一些例题中介绍了计算的程序框图，以供使用参考。对于动态规划理论的基本定理的严格的数学证明，以及最新发展起来的多层次多目标动态规划、模糊动态规划、非数量指标动态规划的理论及应用问题，有兴趣的读

者可参阅有关最优化方法的论文及数学专著。

编者认为动态规划理论是一种很有效的最优化方法，但只有让更多的从事实际工作的人们掌握这种方法，并在各种实际问题中得到正确的成功的应用，获得重大的经济和社会效益时才更能说明它的有效性，并且推动这一理论不断向前发展。这也是编写本书的目的。本书从附录参考文献中引用和修改引用了原作的许多例据，并承黄守信、方淑秀、林翔岳同志校阅，提供许多宝贵的意见，仅此表示感谢。限于编者水平，书中不妥和错误之处，欢迎读者批评指正。

张　超

于清华园

# 目　　录

# 第一章　一　般　概　念

## 一、什么是动态规划

动态规划(Dynamic Programming 简称DP)是最优化技术中一种适用范围很广的基本的数学方法。它用于分析系统的多阶段决策过程（Multistage Decision Proccsees），以求得整个系统的最优决策序列。

当一个系统中含有时间变量或与时间有关的变量，且其现时的状态与过去和未来的状态有关联时，这个系统称为动态系统。动态系统的优化问题是一个与“时间过程”有关的优化问题。就是说，在寻求动态系统的状态与最优决策时，不能只从某一时刻着眼，得到一个状态和决策的优化结果，就算完结。而是要在某一段时期内，连续不断地做出多次决策，得到一系列状态和最优的决策，使得系统在整个过程中，由这一系列决策造成的总的效果为最优。换句话说，就是在时间过程中，依次采取一系列最适当的决策，来求得整个动态过程的最优化问题的解。这种动态过程寻优的一种基本的数学方法，被称为动态规划法。应当指出，动态规划的应用范围并不限于动态过程，这一点在下面我们还要说明。我们说它是最优化技术中基本的数学方法之一，是因为动态规划法具有独特的寻优途径，根据这种方法形成了一个独立的数学分支。在动态规划基本方法基础上迅速发展形成了一系列寻优方法。例如，确定性动态规划，随机性动态规划，增量微分动态规划，非数量指标动态规划，模糊动态规划等

等。总之，动态规划是一门正在向前发展的有着诱人前景的最优化技术学科分支。

## 二、动态规划法的适用范围

如上所述，动态规划是一种适用范围很广的数学方法，这是因为世界上一切事物都在不停地运动，随时间、空间而变化，绝对的“静态”是不存在的（“静态”只是一种暂时的平衡稳定状态）。从这一点上也可看出动态规划法所涉及问题范围之广阔。例如，在水资源系统中的河流流量的季节变化问题与水库调度问题；在工程施工与企业运行系统中的施工计划与生产计划的最优调度安排问题；在公路、铁路运输系统中的车辆运行最优路径问题等等，都可以看成是随时间而变化的“动态过程”，用动态规划法使其优化。此外，从动态规划的实质上看，它是把动态过程的规划问题转化为序列的$N$段“静态”规划问题（线性规划问题或非线性规划问题）来求解的。所以，反过来说，对于一般非时序问题，即对“时间过程”不明显，或没有“时间”因素的“静态问题”，例如，能源分配问题，投资问题，装载问题等，在一定条件下，也能用动态规划法来求解。就是说，只要根据时间、空间或问题性质的特点，把过程分为若干个阶段，在“静态”模型中人为地引进“时间”的因素，把它当作多阶段决策过程来考虑，满足最优化原理的要求，就可用动态规划来求解，得出全部问题的最优决策。这种性质的规划问题，又可称为“空间动态规划”，而前面所述的问题称为“时间动态规划”。现在，对于工农业生产、工程技术、军事技术、资源开发、经济工作、社会科学、环境生态和其他

最优控制领域的许多问题，都可归结为这种多阶段决策问题。因此，目前动态规划正在广泛的领域中得到应用，并已获得了显著的效果。

动态规划法是在美国学者别尔曼（R·Bellman）等人于1951年提出“最优性原理”的基础上在1957年发表的“Dynamic Programming”论文中正式提出，并逐渐发展起来的新的数学分支。它寻优的思想与求函数极值的微分法、求泛函极值的变分法、求解线性规划问题的单纯形法等都有明显的区别。它不一定要求所规划的问题是连续的、可微的；也不一定要求它们是线性的或凸性的。因此，对于众多的非线性规划问题，不连续不可导的问题，古典优化技术所不能解的问题，却可能使用动态规划法得到其最优解。总之，动态规划法适用领域范围广泛，实用性强，它可用来分析确定性或随机性的问题；有时序（“动态”）或无时序（“静态”）的问题；连续的或离散的问题；线性的或非线性的问题；单变量（一维）或多变量（多维）的问题。特别是对于离散的非线性的多变量的优化问题，动态规划更为常用。这些是动态规划法的优点。

## 三、动态规划法的弱点

应当指出：尽管动态规划法适用于求解各种各样的多阶段决策过程的问题，但是并非所有多阶段决策过程的问题都能用动态规划法求得最优解。从动态规划法赖以立足的理论基础的原始条件和近年来在各领域中应用的情况中，已经暴露出动态规划法存在的一些弱点。例如，线性规划有一定的标准数学型式，也有通用的标准解法程序可供有关问题求解

时调用。而动态规划所用的数学形式，需依照各问题的具体性质来决定，无标准形式，亦无标准的解法与语言程序。对于不同的动态规划问题需编制不同的程序进行计算，这就在实际上限制了它的推广应用。另外，当问题中变量个数(维数)太多时，虽然动态规划算法程序可以列出，但因计算需要占用大量的计算机存贮单元，或需要很长的计算时间，使得现有的最大型的计算机都不能满足要求，而使问题实际上得不出解，这种问题常称之为“维数灾”，这是它的又一个弱点。还有，有一些多阶段决策过程问题本身就不存在最优解，或者不具有马尔可夫链(Markov Chain)的性质(注：关于这一点在第二章中说明)，当然使用动态规划法也不可能求得最优解。这一点在应用动态规划求解问题时，需特别注意，不然可能得出并非最优解的错误的结果。

无论如何，动态规划法是一种很有用的最优化数学方法。下面我们首先讨论动态规划的基本方法与原理，然后讨论确定性动态规划和随机性动态规划，及在水资源工程系统中求解“动态”和“静态”规划的几个实际问题。

# 第二章　动态规划的基本方法

动态规划的基本方法是把一个复杂的系统问题分解，形成一个多阶段的决策过程，并按一定顺序或时序，从初始阶段开始，逐次求出每段当系统发生所有可能的状态时的最优决策，并经历各阶段到达终点，从而求得整个系统的最优决策。

动态规划的根据是别尔曼（Bellman）提出的最优性原理（The Principle of Optimality），他是这样叙述的："一个过程的最优策略具有这样的性质，即无论初始状态和初始决策如何，对以第一个决策所形成的状态作为初始状态的过程而言，余下的诸决策必须构成最优策略。"

根据最优性原理，把问题表述为一数学形式——递推方程后，可以逐次迭代求得最优解。下面举例介绍这一方法的特点、基本概念、基本原理、数学方程及解算过程。

## 一、多阶段决策过程

把问题的过程按照其时间、空间或变化的特性，划分为首尾相连，不重复循环（非闭环）的若干阶段。在每一阶段，问题由初始状态，经过某种决策，变为终点状态。这个终点状态，对下一个阶段来说又是新的初始状态。以此重复，经历所有的阶段，在每一阶段都有相应决策的整个过程，称为多阶段决策过程。系统的某个多阶段决策过程，如能使整个过程取得最优的效益，则称之为系统的多阶段最优

决策过程。下面先分析一个例题。

**例题（1）** 城市引水管线问题。某城市$B$要从水库$A$引水，引水管线要经过$E$、$F$、$G$三个地区。每个地区各有两个可供选择的管线方案，即（$E_1$、$E_2$），（$F_1$，$F_2$），($G_1$,$G_2$)。管线网络如图1所示，图中两点间的数字为建造和运行该段管线所需的费用。要求选择一条费用最小的线路。

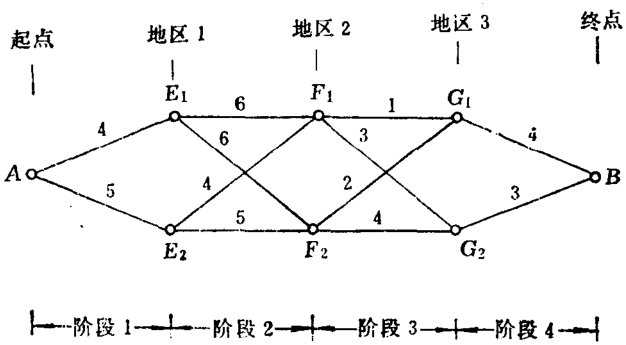


图 1 引水管线网络图

在这个引水管线系统中，起点$A$，终点$B$，中转站$E$、$F$、$G$都是已经选定的，对于这样一个简单的问题，利用穷举法不难列出$2^3=8$条可供选择的管线方案中费用最小的方案作为最优管线。如图2所示为$A—E_2—F_1—G_1—B$。总费用为14万元。

使用穷举法，即使用决策树法。它要求列出并计算所有可能的方案。图2中每一个点称为决策点，由决策点引出到另一决策点的连线叫方案分枝线。例如由决策点$F_1$可向决策点$G_1$，$G_2$引出两条方案分枝线。而$G_1$点或$G_2$点向终点$B$只能引出一条方案分枝线。这样由起点$A$到终点$B$就能引出

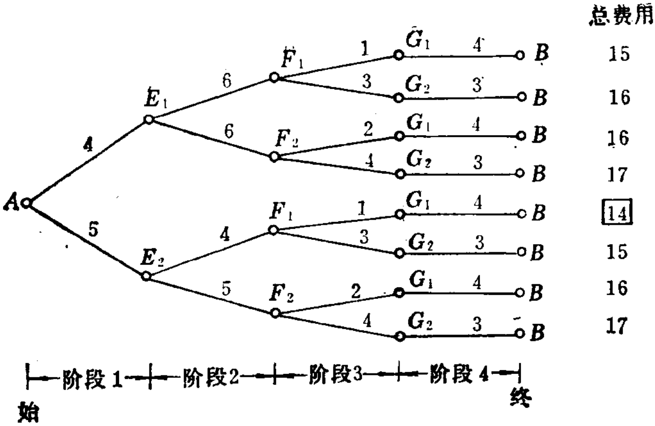


图 2　穷举法决策树图

一个树枝状的图，就是决策树图。计算每一条方案分枝线的效益值（或费用值）并进行比较，可以得出效益最大或费用最小的方案作为采用方案的方法，对于一些简单的问题还是可行的。但是当阶段数（图 1 中为中转站数）和每阶段可供选择的比较方案决策点数较多时，穷举法的计算工作量会大得惊人，以致不可能在实际工作中使用。例如水库调度问题，若调度周期为一年，按月分为12个时段，每个时段中若将水库水位（或库容）分为10级可供选择的比较方案，则可按决策树法组合形成各种可供比较的运行过程方案，其方案数为$10^{12}$＝10,000亿个。若按旬分时段，一年分为36个时段，则有$10^{36}$＝10,000亿亿亿亿个。显然要计算这样多的方案，再比较选择最优者，由于计算量庞大，甚至用高速计算机也不能完成，所以实际上是无法进行的。为了减少计算工作量，应当寻找简便的择优方法。

如果把例1中管线分为四段，化原问题为一个四阶段决策问题。其目标仍是使整个管线总费用最小。则可把穷举法的8个方案，每个方案计算总费用需3次相加运算，共需做 $8 \times 3 = 24$次相加运算，化减为三阶段（最后一个阶段只有一个方案分枝，不需进行计算），5个节点（即决策点$A$，$E_1, E_2, F_1, F_2$），每个决策点只有两种选择，共 $5 \times 2 = 10$次相加运算就能完成。显然划分阶段的方法比穷举法计算量少（$10 < 24$），当阶段数很大，各阶段可供选择的点很多时，前法比后法运算次数减少的优点就十分突出。划分阶段来计算择优的方法，我们用例1说明如下：若管线修到$F_1$点，要取道$G_1$，$G_2$到达终点$B$时，由于$F_1G_1B$的费用为 $1+4=5$，小于$F_1G_2B$的费用$3+3=6$。因此，在下一阶段计算时，只需考虑$E_1F_1G_1B$和$E_2F_1G_1B$，而不需考虑$E_1F_1G_2B$和$E_2F_1G_2B$，由起点$A$点经由$F_1$到$B$点，则只需考虑$AE_1F_1G_1B$和$AE_2F_1G_1B$，而不需再考虑$AE_1F_1G_2B$和$AE_2F_1G_2B$，所以这种方法比穷举法减少了计算比较方案的数量。

如上所述，按照这种思路来寻优，是按逆序过程进行的，若如图1所示把过程划分为四个阶段时，需按阶段4，3，2，1的次序来进行计算。下面逐次说明计算过程。

第一步：看最后一个阶段，即第四阶段。由点$G_1$到终点$B$，只有一种选择，费用为4；由点$G_2$到终点$B$也只有一种选择，费用为3。即从$G_1$到$B$最小费用

$$f_4(G_1) = 4 \quad 路线为G_1B \qquad (1)$$

从$G_2$到$B$最小费用

$$f_4(G_2) = 3 \quad 路线为G_2B \qquad (2)$$

第二步：看倒数第二阶段，即第三阶段。在这一阶段起始端，可能有两个起点$F_1$和$F_2$，整个过程的最优路线是经

过$F_1$还是$F_2$，我们尚不知道，但我们知道，若经过$F_1$，则最优路线必须走以$F_1$为起点，到终点$B$的最优路线。由$F_1$到$B$有两个方案可供选择，即$F_1G_1B$和$F_1G_2B$，它们的费用分别为决策取道$G_1$的费用，表示为

$$d_3(F_1, G_1)+f_4(G_1)$$

决策取道$G_2$的费用，表示为

$$d_3(F_1, G_2)+f_4(G_2)$$

然后在两者中比较选择最小者作为由$F_1$到$B$的最优线路，即$F_1$到$B$的最小费用为

$$f_3(F_1)=\min\begin{Bmatrix}d_3(F_1,G_1)+f_4(G_1)\\d_3(F_1,G_2)+f_4(G_2)\end{Bmatrix}$$

$$=\min\begin{Bmatrix}1+4\\3+3\end{Bmatrix}=5 \qquad (3)$$

最优路线为$F_1G_1B$。

同理，若以$F_2$为起点，则$F_2$到$B$的最小费用为

$$f_3(F_2)=\min\begin{Bmatrix}d_3(F_2,G_1)+f_4(G_1)\\d_3(F_2,G_2)+f_4(G_2)\end{Bmatrix}$$

$$=\min\begin{Bmatrix}2+4\\4+3\end{Bmatrix}=6 \qquad (4)$$

最优路线为$F_2G_1B$。

第三步：看倒数第三阶段，即第二阶段。在这一阶段起始端，可能的起点有$E_1$和$E_2$两个点，与上同理可求得$E_1$到$B$的最小费用为

$$f_2(E_1)=\min\begin{Bmatrix}d_2(E_1,F_1)+f_3(F_1)\\d_2(E_1,F_2)+f_3(F_2)\end{Bmatrix}$$