

帮你考高中

KAOGAOZHONG

BANGNI

初中 数学

◎ 总复习精要 ◎

汉语大词典出版社

徐济平 主编

帮你考高中

初中数学总复习精要

徐济平 主编

汉语大词典出版社

图书在版编目(CIP)数据

初中数学总复习精要 / 徐济平编. — 上海: 汉语大词典出版社, 2001.1

(帮你考高中)

ISBN 7-5432-0506-8

I. 初… II. 徐… III. 数学课 - 初中 - 升学参考资料 IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 00648 号

责任编辑 胡逢建

装帧设计 钱自成

帮你考高中

初中数学总复习精要

徐济平 主编

世纪出版集团

汉语大词典出版社 出版、发行

200001 上海福建中路 193 号 www.ewen.cc

各地新华书店经销 上海师范大学印刷厂印刷

开本 787×1092 1/16 印张 18.25 字数 467 千字

2001 年 1 月第 1 版 2002 年 1 月第 2 次印刷

印数 6 101 - 11 200

ISBN 7-5432-0506-8/G·210

定价: 19.80 元

如有质量问题, 请与厂质量科联系。T: 64322465

主 编 徐济平

编 者 胡 军 王新旺 叶 军 邵世开

凌建光 郑勇进 张伟霞 程颂华

苏良晨 徐济平

前 言

教育改革进入了新千年,全面推进素质教育,培养学生的创新精神和创造能力是九年制义务教育的燃眉之急。

为了帮助应届初三毕业生参加高中阶段招生文化考试,我们根据上海市中小学课程教材委员会制定的《九年制义务教育数学学科课程标准(修订本)》编写了这本书。

本书分为单元复习、专题复习、模拟试卷与上海市近年中考试卷四大部分。

本书的单元复习部分,编写教师从大量的习题中精选了最有代表性的例题与习题,并且按照《上海市初级中学数学学科教学基本要求》编写与排列,可以作为初三数学总复习的补充材料。

本书的编写教师在专题复习部分中,用充分的篇幅详尽地完整地介绍了初中阶段常用的数学方法,如待定系数法、换元法、配方法和面积法等,数学思想有化归思想、方程思想和数形结合思想;新颖题型有分类讨论问题、运动变化问题、数学应用问题、阅读理解问题和创新探索问题。凡是有相当数学基础且立志报考高中的同学,通过本章复习,将会大大提高数学能力与素质。在同类书籍中,难觅如此完整、全面介绍数学思想、数学方法与问题的力作。故本书亦可作为初三数学教师总复习时的有力参考书。

本书的模拟试卷部分则能帮助同学们巩固应该掌握的考试内容。

本书的“上海市中考试卷”部分收录了1999年与2000年的试卷。这是上海市初三学生毕业考试与升学考试分离前后的两份试卷。同学们通过比较,可以看出最近中考命题的最新动向。

本书由多年从事初三数学教学,富有经验的教师编写,书中的知识覆盖面广,习题要求适当,题型新颖,思路开阔,应用性、综合性强,极富启发性和创造性,较为准确地、全面地体现了对初中毕业生的数学素质要求,可以相信,本书对于梳理基础知识,强化技能技巧,拓宽解题思路,提高解题能力是十分有益的。

本书编写时间紧迫,书中难免有疏漏、错误之处,倘能承蒙教育专家和广大读者的拨冗指正,不胜感激。

2000年国庆于上海

目 录

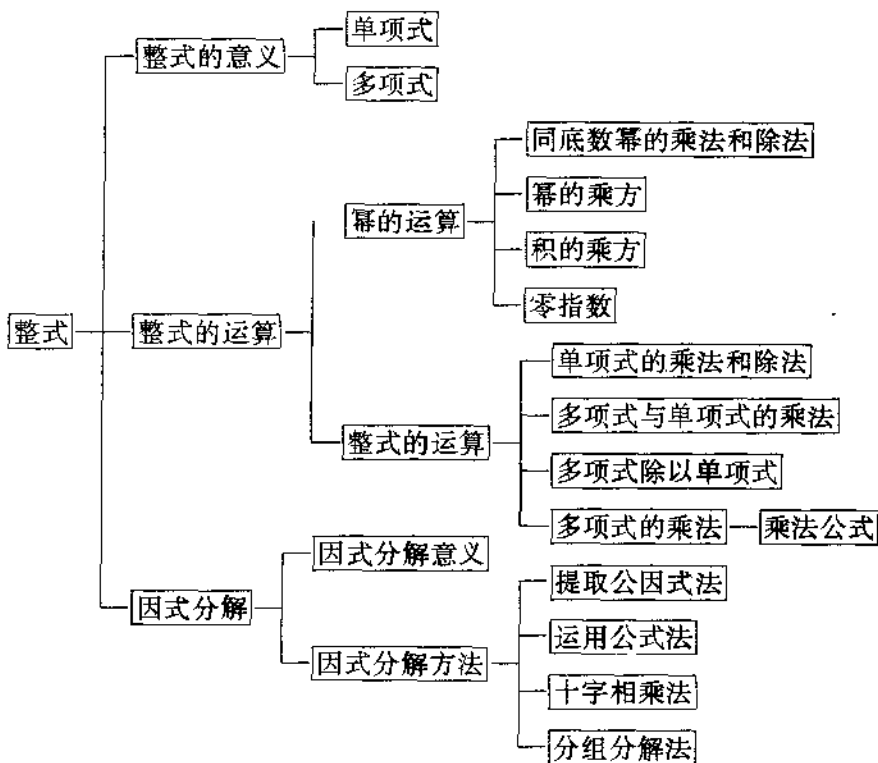
第一部分 单元复习	1
一、整式	1
二、分式	4
三、数的开方、二次根式	8
四、一次方程(组)	11
五、一元一次不等式(组)	16
六、一元二次方程	19
七、函数	28
八、统计初步	45
九、相交线与平行线	51
十、对称与旋转	56
十一、三角形	60
十二、四边形	75
十三、相似形	86
十四、锐角三角比	107
十五、圆	118
第二部分 专题复习	130
一、待定系数法和换元法	130
二、配方法和面积法	136
三、化归思想	142
四、方程思想	147
五、数形结合思想	154
六、分类与讨论问题	160
七、运动变化问题	171
八、数学应用问题	178
九、阅读理解问题	189
十、开放探索问题	197
第三部分 模拟试卷	207
模拟试卷 A	207
模拟试卷 B	210
模拟试卷 C	213
模拟试卷 D	217
模拟试卷 E	220
模拟试卷 F	224

模拟试卷 G	227
模拟试卷 H	231
附录一	234
上海市 1999 年初中毕业 中等学校招生文化考试数学试卷	234
上海市 2000 年中等学校高中阶段招生文化考试数学试题	239
上海市 2001 年中等学校高中阶段招生文化考试数学试题	244
附录二 答案与提示	248
第一部分 单元复习.....	248
第二部分 专题复习.....	258
第三部分 模拟试卷.....	267
第四部分 上海市中考数学试卷.....	273

第一部分 单元复习

一 整 式

【知识网络】



【知识要点】

1. 只有数字与字母的积的代数式叫做单项式.

几个单项式的和叫做多项式.

单项式和多项式统称为整式.

2. 整式的加减法, 实际上就是合并同类项. 遇到括号, 就先去括号, 再合并同类项.

单项式相乘(除), 系数相乘(除), 同底数幂的指数相加(减).

多项式乘以单项式, 用单项式去乘多项式的每一项, 再把所得的积相加.

多项式乘以多项式, 先用一个多项式的每一项乘以另一个多项式的每一项, 然后再把所得的积相加.

多项式除以单项式, 先把这个多项式的每一项除以这个单项式, 再把所得的商相加.

3. 乘法公式 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$(a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3.$$

4. 因式分解 把一个多项式化成几个整式的积的形式,叫做多项式的因式分解.因式分解的常用方法有:

(1) 提取公因式法 提取多项式各项的最高公因式.

例如: $am + an + ap = a(m + n + p)$.

(2) 运用公式法 $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

$$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$$

(3) 十字相乘法 $x^2 + px + q = (x + m)(x + n)$

$$\text{其中 } m + n = p, mn = q.$$

(4) 分组分解法 分组后各组需有公因式可提取,或有公式可用,或可十字相乘.

例如:① $ax + ay + bx + by = a(x + y) + b(x + y) = (x + y)(a + b)$.

$$\text{② } a^2 - b^2 - 2bc - c^2 = a^2 - (b^2 + 2bc + c^2)$$

$$= a^2 - (b + c)^2$$

$$= (a + b + c)(a - b - c).$$

$$\text{③ } a^2 + 2ab + b^2 - 2a - 2b + 3 = (a^2 + 2ab + b^2) - (2a + 2b) + 3$$

$$= (a + b)^2 - 2(a + b) + 3$$

$$= (a + b - 1)(a + b - 2).$$

【例题评析】

1. 计算:(1) $(-2bc)^3 \div (-7b^2c^3) \cdot 21ab^2d$;

$$(2) (2a^n - b)(a^n + b);$$

$$(3) (12m^5n^4 - 9m^4n^5 + 6m^2n) \div 6m^2n.$$

解:(1) $(-2bc)^3 \div (-7b^2c^3) \cdot 21ab^2d$

$$= (-8b^3c^3) \div (-7b^2c^3) \cdot 21ab^2d$$

$$= \frac{8}{7}b \cdot 21ab^2d$$

$$= 24ab^3d.$$

$$(2) (2a^n - b)(a^n + b)$$

$$= 2a^{2n} - a^n b + 2a^n b - b^2$$

$$= 2a^{2n} + a^n b - b^2.$$

$$(3) (12m^5n^4 - 9m^4n^5 + 6m^2n) \div 6m^2n$$

$$= 12m^5n^4 \div 6m^2n - 9m^4n^5 \div 6m^2n + 6m^2n \div 6m^2n$$

$$= 2m^3n^3 - \frac{3}{2}m^2n^4 + 1.$$

评析 (1) 注意运算顺序,先做乘方,后做乘除法,最后做加减法.在同一级运算中要从左到右依次运算.

(2) 多项式与多项式相乘的积仍是多项式,乘积展开后有同类项必须合并.

(3) 一个数除以本身(零除外)的商为1.

2. 将下列各式分解因式:

$$(1) 2a(x + y - z) + 3b(z - x - y) - c(x + y - z);$$

$$(2) \frac{4}{9}x^2 - 0.01;$$

$$(3) (x^2 - 2x)^2 - 2(x^2 - 2x) - 3;$$

$$(4) 1 - a^2 + 4ab - 4b^2;$$

$$(5) x^2 - 2x + 3xy - 6y.$$

$$\begin{aligned}\text{解: (1)} \quad & 2a(x+y-z) + 3b(z-x-y) - c(x+y-z) \\ &= 2a(x+y-z) - 3b(x+y-z) - c(x+y-z) \\ &= (x+y-z)(2a-3b-c).\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad & \frac{4}{9}x^2 - 0.01 \\ &= \left(\frac{2}{3}x\right)^2 - 0.1^2 \\ &= \left(\frac{2}{3}x + 0.1\right)\left(\frac{2}{3}x - 0.1\right).\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3) \quad & (x^2 - 2x)^2 - 2(x^2 - 2x) - 3 \\ &= (x^2 - 2x - 3)(x^2 - 2x + 1) \\ &= (x-3)(x+1)(x-1)^2.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(4) \quad & 1 - a^2 + 4ab - 4b^2 \\ &= 1 - (a^2 - 4ab + 4b^2) \\ &= 1 - (a - 2b)^2 \\ &= (1 + a - 2b)(1 - a + 2b).\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(5) \quad & x^2 - 2x + 3xy - 6y \\ &= (x^2 - 2x) + (3xy - 6y) \\ &= x(x-2) + 3y(x-2) \\ &= (x-2)(x+3y).\end{aligned}$$

评析 (1) 提取公因式时必须每一项都有公因式.

(2) 平方差公式中系数必须同时为平方数.

(3) 十字相乘法中能分解的因式必须继续分解到不能分解为止.

(4) 分组分解时必须正确地分组, 如果 $1 - a^2 + 4ab - 4b^2 = (1 - a^2) + (4ab - 4b^2) = (1 + a)(1 - a) + 4b(a - b)$, 虽然两个小组都进行了分解, 但在两组之间既没有公因式也不能用公式, 因此这样的分组是不正确的.

【迁移练习】

1. 单项式 $-5xy^2$ 的次数是_____.

2. 计算下列各题:

$$(1) 6a^6 \div 3a^3 = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(2) (-x)^2 \cdot (-x)^3 = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(3) (x^2)^3 - (x^3)^2 = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(4) (2x^2)^3 \div (-x)^2 = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(5) a^2 - (a-2)^2 = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(6) (2x^ny^{2n})^3 \cdot [(-xy)^2]^n = \underline{\hspace{2cm}};$$

(7) $(x+3)(x-2) - (x-2)(x+1) = \dots\dots\dots$.

3. 把下列各式分解因式:

(1) $x^2 - 16x = \dots\dots\dots$;

(2) $x^2 - 5x - 14 = \dots\dots\dots$;

(3) $3x^2 - 5x - 2 = \dots\dots\dots$;

(4) $2x^2 - 10xy + 12y^2 = \dots\dots\dots$;

(5) $4x^2 + 3y - 3xy - 4x = \dots\dots\dots$;

(6) $4x^2 + \frac{1}{4} - 2x - 9y^2 = \dots\dots\dots$;

(7) $x^2 - \frac{7}{8}x - \frac{1}{8} = \dots\dots\dots$.

4. 设 $(a+b)^2 = m$, $(a-b)^2 = n$, 则 ab 用 m, n 的代数式表示为 $\dots\dots\dots$.

5. 如果二次三项式 $x^2 + ax - 1$ 可以分解成 $(x-2)(x+b)$, 则 $a-b = \dots\dots\dots$.

6. 若关于 x 的二次三项式 $x^2 + 2ax - 3a^2$ 分解后有一个因式 $x-1$, 则 $a = \dots\dots\dots$.

7. 如果 m, n 为正数, 那么 n 个 a 的 m 次方的乘积是 $(\quad)$

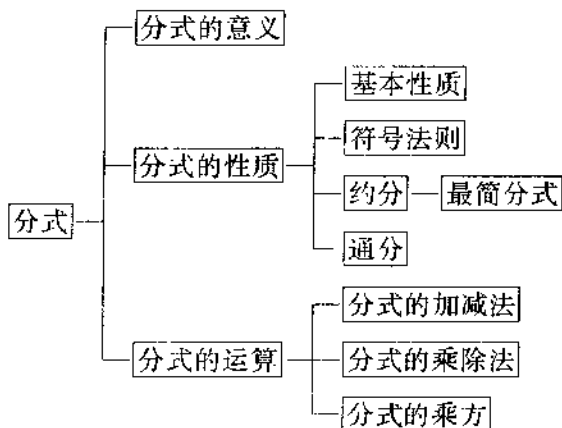
(A) ma^n ; (B) a^{m+n} ; (C) a^{mn} ; (D) na^m .

8. 已知: $2^a = 8$, $2^b = 6$, $2^c = 12$, 则 $a+b-c = \dots\dots\dots$.

9. 已知实数 $m, n (m \neq n)$ 满足条件: $m^2 - 5m + 3 = 0$, $n^2 - 5n + 3 = 0$, 则 $\frac{n}{m} + \frac{m}{n} = \dots\dots\dots$.

二 分 式

【知识网络】



【知识要点】

1. 两个整式 A, B 相除时, 可以表示为 $\frac{A}{B}$ 的形式, 如果分母 B 中含有字母且 $B \neq 0$, 那么 $\frac{A}{B}$ 叫做分式.

整式和分式统称有理式.

2. 分式的分子与分母都乘以(或除以)同一个不等于零的整式, 分式的值不变.

$$\frac{A}{B} = \frac{A \cdot M}{B \cdot M}, \frac{A}{B} = \frac{A \div M}{B \div M} \quad (M \neq 0)$$

分式的分子、分母及分式本身的符号,改变其中任何两个,分式的值不变.

把一个分式的分子、分母的公因式约去,叫做分式的约分.分子、分母没有公因式的分式叫做最简分式.

把几个异分母的分式分别化成与原来分式的值相等的同分母的分式,叫做分式的通分.

3. 分式的运算

$$(1) \text{ 分式的加减法 } \frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{a \pm c}{b}; \frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}.$$

$$(2) \text{ 分式的乘除法 } \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}; \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}.$$

$$(3) \text{ 分式的乘方 } \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad (n \text{ 为整数}).$$

【例题评析】

1. 要使分式 $\frac{x^2-1}{x+1}$ 的值为零,则 $x = \underline{\quad}$.

评析 要使分式的值为零,首先是分式有意义,即分母不为零,然后才是分子为零.则本题

要求 $\begin{cases} x+1 \neq 0 \\ x^2-1=0 \end{cases}$,可以得到 $x=1$.

2. 将下列各式化为最简分式:

$$(1) \frac{2xy}{6xy^2};$$

$$(2) \frac{x^2y+2xy}{x^2y}.$$

$$\text{解: (1) } \frac{2xy}{6xy^2} = \frac{1}{3y}.$$

$$(2) \frac{x^2y+2xy}{x^2y} = \frac{xy(x+2)}{x^2y} = \frac{x+2}{x}.$$

评析 在化最简分式时,分子、分母是单项式,可以直接约去分子、分母的公因式[如(1)];如果分子、分母有多项式,则必须先进行因式分解后,然后才能约去分子、分母的公因式[如(2)].

3. 计算:

$$(1) \frac{1}{x+y} - \frac{x+3y}{x^2-y^2} \cdot \frac{x^2-2xy+y^2}{x^2+4xy+3y^2};$$

$$(2) \left(\frac{a+2}{a^2-2a} - \frac{a-1}{a^2-4a+4} \right) \div \frac{a-4}{a}.$$

$$\begin{aligned} \text{解: (1) } & \frac{1}{x+y} - \frac{x+3y}{x^2-y^2} \cdot \frac{x^2-2xy+y^2}{x^2+4xy+3y^2} \\ &= \frac{1}{x+y} - \frac{x+3y}{(x+y)(x-y)} \cdot \frac{(x-y)^2}{(x+y)(x+3y)} \\ &= \frac{1}{x+y} - \frac{x-y}{(x+y)^2} \\ &= \frac{2y}{(x+y)^2}; \end{aligned}$$

$$(2) \left(\frac{a+2}{a^2-2a} - \frac{a-1}{a^2-4a+4} \right) \div \frac{a-4}{a}$$

$$\begin{aligned}
&= \left[\frac{a+2}{a(a-2)} - \frac{a-1}{(a-2)^2} \right] \cdot \frac{a}{a-4} \\
&= \frac{a-4}{a(a-2)^2} \cdot \frac{a}{a-4} \\
&= \frac{1}{(a-2)^2}.
\end{aligned}$$

评析 进行分式运算时,先将可以分解的分子、分母进行因式分解,再进行分式的乘除运算,最后再进行分式的加减运算.

4. 已知 $ab=1$, $a \neq -1$, 求 $\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b}$ 的值.

$$\begin{aligned}
\text{解: } \frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} &= \frac{1+b+1+a}{(1+a)(1+b)} \\
&= \frac{2+a+b}{1+a+b+ab} \\
&= 1.
\end{aligned}$$

评析 注意已知条件在运算过程中的应用.

【迁移练习】

- 当 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 时,分式 $\frac{x-1}{x-10}$ 没有意义.
- 已知 $x = -2$ 时,分式 $\frac{x+b}{x-a}$ 没有意义; $x = 4$ 时,分式的值为零,则 $a+b = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 当 $x \underline{\hspace{2cm}}$ 时,分式 $\frac{x-2}{x^2}$ 的值为负数.
- 如果分式 $\frac{z}{x+y}$ 中, x 、 y 、 z 都缩小为原来的 $\frac{1}{5}$ 时,则分式的值 ()
 (A) 缩小 $\frac{1}{5}$; (B) 缩小 $\frac{1}{25}$; (C) 扩大 5 倍; (D) 不变.
- 分式 $\frac{1}{x^2-3x}$ 与 $\frac{1}{x^2-9}$ 的最简公分母是 .
- $\frac{2a^2b}{a^2b-ab^2} = \frac{(\quad)}{a-b}$.
- 计算下列各题:
 (1) $\frac{2}{x-2} + \frac{x}{2-x}$;
 (2) $\frac{x-1}{x+1} + \frac{4x}{x^2-1}$;
 (3) $\frac{2a-6}{a^2-3a+2} - \frac{3}{a-1} + \frac{a}{a-2}$;
 (4) $\frac{2x+6}{x^2-4x+4} \div (x+3) \cdot \frac{x^2+x-6}{x+3}$;

$$(5) 1 - \frac{a-b}{a+2b} \div \frac{a^2-b^2}{a^2+4ab+4b^2};$$

$$(6) \left(\frac{a+1}{a^2-a} + \frac{4}{1-a^2} \right) \div \frac{a^2+2a-3}{a^2+3a}.$$

$$8. \text{ 先化简,再求值: } \frac{1+x}{x^2+x-2} \div \left(x-2+\frac{3}{x+2} \right), \text{ 其中 } x = \frac{1}{2}.$$

$$9. \text{ 计算: } \frac{2a-3}{a^2-a-2} + \left(1 - \frac{1}{a+1} \right) \div \left(1 + \frac{1}{a-1} \right).$$

$$10. \text{ 计算: } \left(a^2 + \frac{1}{a^2} + 2 \right) \div \left(a + \frac{1}{a} \right).$$

$$11. \text{ 已知 } a+b=2, \text{ 求 } \frac{3^a}{3^a+3} + \frac{3^b}{3^b+3} \text{ 的值.}$$

$$12. \text{ 已知 } x^2-3x+1=0, \text{ 求 } x^3+\frac{1}{x^3} \text{ 的值.}$$

$$13. \text{ 设 } a \neq b, \text{ 且 } 2a^2-3a=7, 2b^2-3b=7, \text{ 求 } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \text{ 的值.}$$

14. 阅读下列例题:

$$\text{计算: } \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{9 \times 10}.$$

$$\text{解: } \because \frac{1}{1 \times 2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2}; \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}; \frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}; \cdots \frac{1}{9 \times 10} = \frac{1}{9} - \frac{1}{10}.$$

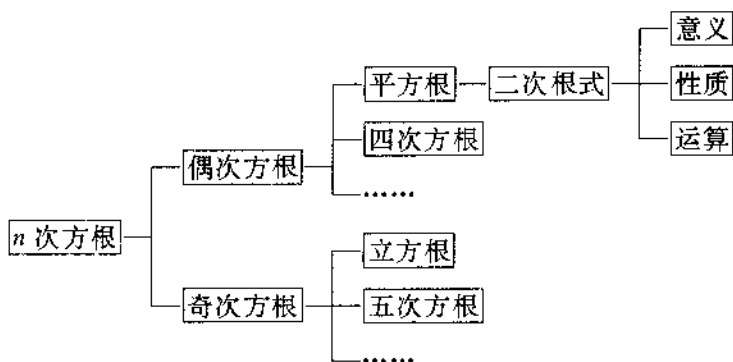
$$\begin{aligned} \therefore & \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{9 \times 10} \\ &= \left(1 - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \cdots + \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{10} \right) \\ &= 1 - \frac{1}{10} \\ &= \frac{9}{10}. \end{aligned}$$

请用上述方法,计算 $\frac{1}{2 \times 4} + \frac{1}{4 \times 6} + \frac{1}{6 \times 8} + \cdots + \frac{1}{20 \times 22}$.

15. 已知 $x + \frac{1}{x} = 5$, 求 $x - \frac{1}{x}$ 的值.

三 数的开方、二次根式

【知识网络】



【知识要点】

1. 如果 $x^2 = a$, 那么 x 叫做 a 的平方根.

正数的两个平方根互为相反数; 零的平方根是零; 负数没有平方根.

如果 $x^3 = a$, 那么 x 叫做 a 的立方根.

正数的立方根是一个正数; 零的立方根是零; 负数的立方根是一个负数.

如果 $x^n = a$, 那么 x 叫做 a 的 n 次方根.

n 次方根可以分成偶次方根与奇次方根两类.

2. 无限不循环小数叫做无理数.

有理数和无理数统称实数, 实数和数轴上的点一一对应.

3. 分数指数幂 $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ ($a \geq 0, m, n$ 是正整数, $n > 1$)

$$a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}} \quad (a > 0, m, n \text{ 是正整数}, n > 1)$$

4. $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 叫做二次根式.

$$(1) (\sqrt{a})^2 = a \quad (a \geq 0).$$

$$(2) \sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a & (a > 0), \\ 0 & (a = 0), \\ -a & (a < 0). \end{cases}$$

$$(3) \sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \quad (a \geq 0, b \geq 0).$$

$$(4) \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad (a \geq 0, b > 0).$$

5. 满足下列两个条件的二次根式叫做最简二次根式:

- (1) 被开方数的因数是整数, 因式是整式;
- (2) 被开方数中不含能开得尽方的因数或因式.

几个二次根式化成最简二次根式后, 如果被开方数相同, 这几个二次根式就叫做同类二次根式.

把分母中根号化去, 叫做分母有理化. 两个含有二次根式的代数式相乘, 如果它们的积不含二次根式, 就称这两个代数式互为有理化因式.

6. 二次根式相加减, 先把各个二次根式化成最简二次根式, 再把同类二次根式分别合并. 二次根式乘除法公式:

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab} \quad (a \geq 0, b \geq 0)$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \quad (a \geq 0, b > 0)$$

【例题评析】

1. 代数式 $\frac{\sqrt{19}}{3} \cdot x'$ 是 ()

(A) 整式; (B) 分式; (C) 无理式; (D) 根式.

评析 答案为 D. 无理式是根式, 根式不一定是无理式.

2. 计算: $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{7}}{\sqrt{10} + \sqrt{14} + \sqrt{15} + \sqrt{21}}.$

$$\begin{aligned} \text{解: } \frac{\sqrt{5} + \sqrt{7}}{\sqrt{10} + \sqrt{14} + \sqrt{15} + \sqrt{21}} &= \frac{\sqrt{5} + \sqrt{7}}{\sqrt{2}(\sqrt{5} + \sqrt{7}) + \sqrt{3}(\sqrt{5} + \sqrt{7})} \\ &= \frac{\sqrt{5} + \sqrt{7}}{(\sqrt{5} + \sqrt{7})(\sqrt{2} + \sqrt{3})} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} \\ &= \sqrt{3} - \sqrt{2}. \end{aligned}$$

评析 本题表面上看来很复杂, 千万不能立即进行分母有理化, 仔细观察后, 经过因式分解、约分, 本题也就不难解了.

3. 如果 $0 < a < 1$, 且 $a + \frac{1}{a} = 6$, 那么 $\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}} = \underline{\hspace{2cm}}.$

评析 答案为 -2. 本题中 a 显然为正数, 而 $\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}}$ 的值可能为正, 也可能为负. 当 $a > 1$ 时, 这个差为正, 反之则为负, 如果 a 的取值范围不明确, 则应该分类讨论.

4. 如果 $(\sqrt[3]{a^3} - \sqrt{a^2})^0 = 1$, 那么 $a \underline{\hspace{2cm}}.$

评析 答案为 $a < 0$. 注意到非零实数的零次幂等于 1, 所以有 $\sqrt[3]{a^3} - \sqrt{a^2} \neq 0$, 也就是 $\sqrt{a^2} \neq a$, 可见 $a < 0$.

【迁移练习】

1. 如果 $\sqrt{2-3x}$ 有意义, 那么 x _____.

2. 下列各式中不是二次根式的是 ()

(A) $\sqrt{0}$; (B) $\sqrt{c^2+1}$; (C) $\sqrt{a} (a < 0)$; (D) $\sqrt{(a-b)^2}$.

3. 化简: $\sqrt{-\frac{m^3}{a}} = \underline{\hspace{2cm}}$. (其中 $m > 0$)

4. 已知 $4 < x < 6$, 化简 $\sqrt{(x-6)^2} + |x-4| = \underline{\hspace{2cm}}$.

5. 将 $a\sqrt{-\frac{1}{a}}$ 中根号外的 a 移入根号内, 结果为 ()

(A) $-\sqrt{a}$; (B) $-\sqrt{-a}$; (C) $\sqrt{-a}$; (D) $\sqrt{a}$.

6. 计算下列各题:

(1) $\sqrt{0.5} + \sqrt{\frac{1}{3}} - (\sqrt{8} - \sqrt{12})$;

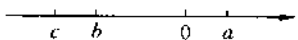
(2) $(2\sqrt{\frac{2}{3}} - 3\sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{2}) \cdot \sqrt{2}$;

(3) $\frac{1}{\sqrt{2}-1} - \frac{2}{\sqrt{2}-2}$;

(4) $(\sqrt{2} + \sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{5} - \sqrt{3})$.

7. 计算: $(-\frac{1}{8})^{\frac{2}{3}} - 5(\sqrt{5}-2)^0 - \sqrt{(1-\sqrt{3})^2}$.

8. 设 $f(x) = \frac{x-1}{x+1} + \frac{2}{x}$, 求: $f(\sqrt{2})$.

9. 如果实数 a 、 b 、 c 在数轴上的对应点如图所示 , 那么 $\sqrt{(a+b)^2} - |b-c| - |a+c|$ 的值为多少?

10. 已知 $a = (2 + \sqrt{3})^{-1}$, $b = (2 - \sqrt{3})^{-1}$. 求 $a^2 + ab + b^2$ 的值.