

高等材料力学及 实用应力分析

〔美〕 R.G.巴德纳斯 著

西安交通大学材料力学教研室翻译组译



机械工业出版社

高等材料力学及 实用应力分析

〔美〕 R.G.巴德纳斯 著



机械工业出版社

本书对高等材料力学的基本理论和应用作了详细阐述。全书共分三个部分。第一部分对初等材料力学的基础知识作了简要的复习。第二部分介绍了高等材料力学的基本理论，概括了各种专题，还专章讨论了工程中常用的能量法，并介绍了在设计和破坏分析中应用的解析法与近似法；最后，对数学弹性理论作了简要的介绍。第三部分针对经典分析方法不能求解的问题，介绍了实验方法与数值解法，包括实验应力分析和有限元素法。

每章都附有习题和答案。

本书可供机械、土木、航空、造船等方面的工程技术人员和大学教师参考，并可作为大学高等材料力学课程教学参考书。

ADVANCED STRENGTH AND APPLIED STRESS ANALYSIS

Richard G. Budynas

McGraw-Hill Book Company 1977

* * *

高等材料力学及实用应力分析

[美] R. G. 巴德纳斯 著

西安交通大学材料力学教研室翻译组 译

*

机械工业出版社出版（北京阜成门外百万庄南街一号）

（北京市书刊出版业营业许可证出字第 117 号）

轻工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

*

开本 $850 \times 1168 \frac{1}{32}$ · 印张 $17 \frac{3}{8}$ · 字数 454 千字
1983年1月北京第一版·1983年1月北京第一次印刷

印数 0,001—9,400 · 定价 2.10 元

*

统一书号：15033·5264

前 言

机械设计师在处理设计问题或进行重新设计时，应懂得该项设计必须达到：（1）按某些规定要求发挥作用；（2）使设计在结构的完好性方面具有令人满意的水平，即该结构物的各个构件必须具有足够强度，以实现设计的功能。进行应力分析的目的，在于力求保证结构物的每个构件在工作期间不致失效，以满足结构上的需要。本书力图扩大机械设计师或机械分析工作者对于载荷作用下的机械构件内部状态的基础知识。

假定读者以前已学完了初等材料力学课程，该课程已向学生介绍了应力分析的基础知识，同时已使他们了解内力、内力矩，和在简单加载情况下，简单构件的应力、应变与这些内力素之间的关系，以及整个构件最终的变位或变形。由于在最初的学习中曾作了许多假设，这使学生既不能完全理解又不便记忆。而且，由于作出这些简化，妨碍了学生扩大分析更为复杂问题的能力，同时，也限制了学生对在最初的入门学习中所引用的简单模型的“真实”本质的确切认识。因此，材料力学的初等课程仅被视为应力分析的初步基础。

实际的应力分析包括两个方面的问题。其一属于简单性质的，它与经典的闭合解的理想模型一致；而另一种是复杂性质的，它不适于用经典方法。对于分析者来说，可以处理各式各样的问题，但他们首先必须知道这些基本概念，而这正是他们所要讨论的内容，同时也必须了解与这概念有关的重要的基本方程。分析者还必须熟悉已知的经典问题的大成或其中的一部分。而这些经典问题是具有完整解答和分析方法的。最后，他们应该具备实验应力分析和数值方法方面的技能与专长。

从范围上来说，人们力图包括这些基本部分，但是从来没有

一本简明的书籍能达到这一完满的要求。尽管如此本书中仍概括了大学三至四年级学生的数学程度所允许的，工程上碰到的各种特殊类型的基本内容。而且，如果使数学的复杂性保持到最低限度，把按传统属于研究生水平的某些重要而高深的专题介绍出来，他们将不会感到有多大困难。这样将来向高深的研究生水平的专题过渡，将较为容易并能获得成效。

对象应力、应变等这样一些基本概念，若没有一个正确的物理认识，在实际情况下，要掌握问题的实质，从而使用这些数学公式将是十分困难的。同样，对于为了使真实行为达到合理的近似，所作的那些假设和简化，理解也是困难的。但是，一旦有了这样的认识，在应力分析中对所使用的较高深的公式和方法的研究就更有意义。本书中第一章就是讨论这方面问题的。第一章和第二章一样，不仅对本书所应用的数学符号作了介绍，而且还进行了复习。

第二章到第六章所涉及的问题，是可以按照从理论模型求得闭合解的各种经典方法求解的。第二章是复习初等材料力学。第三章是概括各种专题。这些专题不仅是初等问题的自然延伸，同时也是高等材料力学课程通常所包括的内容。第四章专门讨论在应力分析中所常用的能量法，因为这种分析方法对处理含有大量标准构件的复合系统是极其重要的。对用标准的经典方法难于求解的问题，能量法也提供了一个近似解答。第五章介绍了在设计和破坏分析中应用的解析法，以及实际应用中的近似方法。第六章简单介绍数学弹性力学基础。

对于用经典分析方法不切实际或不可能求解的一类问题，本书以两章的篇幅简单介绍实验方法和数值解法。第七章是实验应力分析的介绍，第八章是有限元法的介绍。

著者力求对应力分析方面的整个领域及其近代的发展提供一个简要的介绍。书中采用统一的符号、意义明确的坐标系以及美国常用的单位制和国际单位制。

Richard G. Budynas

目 录

符号表

第一章	力、应力、应变和位移的基本概念	1
1-0	引言	1
1-1	示力图	1
1-2	分布力	4
1-3	应力	10
1-4	应变	21
1-5	位移	25
1-6	极坐标	30
1-7	重要关系式的总结	33
	习题	36
第二章	初等材料力学	40
2-0	引言	40
2-1	轴向载荷	40
2-2	圆截面杆扭转	48
2-3	弯曲	52
2-4	薄壁压力容器	67
2-5	叠加法	70
2-6	超静定问题	76
2-7	应力莫尔圆	81
2-8	应变莫尔圆	90
2-9	圆杆在两个平面内的弯曲	94
2-10	压杆稳定	98
	习题	102
第三章	高等材料力学专题	110
3-0	引言	110
3-1	不对称加载的梁	110

3-2	横向剪应力的进一步讨论	113
3-3	薄壁截面梁的剪力流	116
3-4	薄壁梁的剪切中心	120
3-5	移动载荷	126
3-6	组合梁的弯曲	128
3-7	宽梁	133
3-8	曲杆的切向应力	134
3-9	曲杆的径向应力	139
3-10	薄板的弯曲	141
3-11	厚壁圆筒和旋转圆盘	147
3-12	薄壁管扭转	158
3-13	接触应力	161
3-14	应力集中	170
3-15	塑性状态	176
	习题	189
第四章 应力分析中的能量法		196
4-0	引言	196
4-1	功	200
4-2	应变能	201
4-3	简单受载杆的总应变能	204
4-4	应变能定理	209
4-5	余能定理	214
4-6	卡氏定理	218
4-7	厚壁曲杆的位移	234
4-8	用卡氏定理解超静定问题	238
4-9	虚载荷法	244
4-10	用虚载荷法解超静定问题	249
4-11	具有塑性区和永久应变的梁的挠度	250
4-12	用瑞利法解梁的弯曲	254
4-13	用瑞利-李兹法解梁的弯曲问题	258
4-14	轴向载荷和横向载荷联合作用时的直梁	261
	习题	272

第五章	强度理论和设计方法	279
5-0	引言	279
5-1	强度理论	280
5-2	设计方程	288
5-3	设计系数	291
5-4	用于超静定问题的工程近似法	295
5-5	疲劳分析	306
	习题	318
第六章	弹性理论的概念	323
6-0	引言	323
6-1	三维问题的应力变换	324
6-2	平衡方程	339
6-3	广义虎克定律	341
6-4	大应变	341
6-5	相容性	344
6-6	平面弹性问题	357
6-7	艾雷应力函数	358
6-8	扭转应力函数	367
6-9	讨论	374
	习题	374
第七章	实验应力分析	383
7-0	引言	383
7-1	量纲分析	383
7-2	分析方法	386
7-3	应变片(概述)	389
7-4	应变片形状	396
7-5	电阻应变仪	402
7-6	光测弹性力学原理	409
7-7	光弹性应用中的一些方法	428
7-8	脆层法	442
	习题	445
第八章	有限元法介绍	451

8-0	引言	451
8-1	一维模型	453
8-2	刚度矩阵的推广	462
8-3	二维、平面应力模型	465
8-4	有限元法的进一步讨论	477
	习题	479
附录		483
A	USCS 和 SI 单位制及其换算	483
B	剪切模量 G 、弹性模量 E 和泊松比 ν 之间的关系	484
C	横截面的性质	487
D	梁的弯曲	490
E	奇异函数	498
F	用莫尔圆确定主惯性矩和主轴	507
G	应力集中系数	510
H	应变片的粘贴法	516
I	应变花方程	520
J	应变片的横向灵敏度修正	522
K	矩阵代数和正交张量	525
L	挑选出的部分习题答案	536

第一章 力、应力、应变和位移的基本概念

1-0 引言

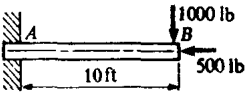
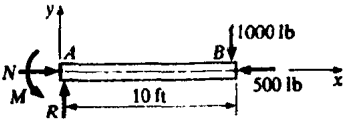
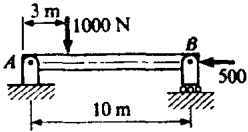
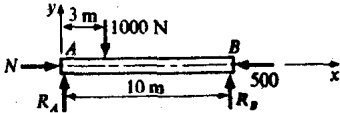
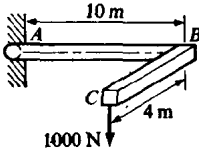
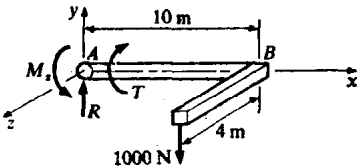
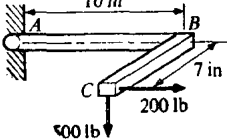
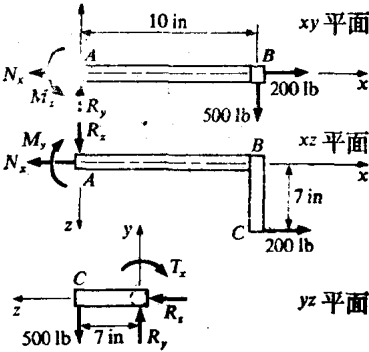
在基础课程静力学中，介绍了力和力的分布的概念，而在初等材料力学中又提出了应力、应变和弹性位移的概念。对于在这些课程中建立起来的基本概念的重要性，必须予以充分强调。为了了解各种更高深的公式、各种实验方法并进行设计的改进，静力学和材料力学原理的广泛知识是必不可少的。

本章按照习惯的顺序，复习受力状态的基本性质，即从外力开始，然后引进内力分布的定义（应力）。有了这个定义，应力就和应变联系起来，最后，应变又和位移联系起来。然而，按照物理意义或者在处理实际工程问题时，这个过程是倒过来的。通常，应力和应变公式首先以变形或位移的分析为基础。例如，对于直梁弯曲应力的线性分布，是建立在基本假设的基础上的，即原来垂直于弯曲轴线的平面，在梁承受弯曲时仍保持为平面。作出这一假设后，利用力的平衡方程，就可导得弯曲方程。因此，从物理意义上来说，作用力产生弹性变形，它解析地与应变相联系，然后又和应力相联系。

本章的题材，力求强调从物理意义理解一些重要基本性质，这对读者将是一次复习，促使他在完成本章的过程中重新查阅他的材料力学笔记和教科书。

1-1 示力图

在解决任何一个应力分析问题时，分离体图是一个必要的工具，任何读者如在这一点上比较薄弱，都应及早弥补这一不足，因为画分离体图通常是分析的第一步，并且是最重要的一步。

结 构	分 离 体 图
<p>(a)</p> 	
<p>(b)</p> 	
<p>(c)</p> 	
<p>(d)</p> 	

图

分		析
$\Sigma F_x = 0$	$\Sigma F_y = 0$	$\Sigma M_A = 0$
$N - 500 = 0$	$R - 1000 = 0$	$M - (10)(1000) = 0$
$N = 500\text{lb}$	$R = 1000\text{lb}$	$M = 10000\text{lbft}$
$\Sigma F_x = 0$	$\Sigma M_A = 0$	$\Sigma M_B = 0$
$N - 500 = 0$	$10R_B - (3)(1000) = 0$	$-10R_A + (7)(1000) = 0$
$N = 500\text{N}$	$R_B = 300\text{N}$	$R_A = 700\text{N}$
$\Sigma F_y = 0$	$\Sigma (M_A)_z = 0$	$\Sigma (M_A)_x = 0$
$R - 1000 = 0$	$M_z - (10)(1000) = 0$	$-T + (4)(1000) = 0$
$R = 1000\text{N}$	$M_z = 10000\text{N}\cdot\text{m}$	$T = 4000\text{N}\cdot\text{m}$
$\Sigma F_x = 0$	$\Sigma F_y = 0$	$\Sigma F_z = 0$
$200 - N_x = 0$	$R_y - 500 = 0$	$R_z = 0$
$N_x = 200\text{lb}$	$R_y = 500\text{lb}$	
$\Sigma (M_A)_x = 0$	$\Sigma (M_A)_y = 0$	$\Sigma (M_A)_z = 0$
$(7)(500) - T_x = 0$	$(7)(200) - M_y = 0$	$M_z - (10)(500) = 0$
$T_x = 3500\text{lb}\cdot\text{in}$	$M_y = 1400\text{lb}\cdot\text{in}$	$M_z = 5000\text{lb}\cdot\text{in}$

通常，一个被分析的构件是由其他构件所支承或与其他构件相连接的。为了分析该构件，把它从支承中完全分离出来；然后，在构件上示出作用于其上的全部载荷；最后，在被分离的构件上表示出可以通过支承传递的各种力和力矩。这些支承力和支承力矩的数值，可用适当的运动方程求得，而这些运动方程是在整体结构中以构件动力状态为基础的。例如，结构中的任何一个构件往往处于动力平衡的某一特定状态。因此，当构件从结构中分离出来时，作用在构件上的外载荷和支承载荷，必须使得被分离的构件处在与整体结构中已经指明的同样的动力平衡状态下。图1-1表示了结构处于静平衡状态时构件分离和支承分析的几个例子。自然，这些例子是不全面的，而仅仅用以说明构件分离的方法。在这一点上，建议读者复习基础静力学。

在取分离体的方法中，必须检验每个支承点，并正确地确定该支承所能传递的力和力矩的类型。值得注意的是，如果图1-1 a所示的500磅力不存在，则支承力将为零，而图中所示的 N 显然是不必要的。然而，在许多情况下，首先表示出支承可能提供的反力是一个可靠的步骤。然后，通过动力平衡方程，确定反力的值。例如，象在图1-1 c和d所表示的那些题目中，如果不标明所有可能存在的反力，就有可能发生错误。

1-2 分布力

一般地说，当处理象1-1节中所示的那些集中力和集中力矩时，我们是相当自信的；但是当研究到沿长度或沿面积分布的力时，这种分布力对初学者来说就变得比较深奥，并且物理意义也变得模糊不清了。很遗憾，因为在自然界中，真实的力都是分布力，而集中力仅仅是分析者为了简化问题的求解而作的假想和抽象。举例说明：如图1-2 a所示，在悬臂梁的一端放置一均匀重量，而图1-2 b到d所示的载荷分布都是静力等效的。图1-2 b是理想化的，所示的这些集中力和集中力矩是外加载荷和墙壁反力的总效应。图1-2 c比较接近实际，已由分布力来代替集中力

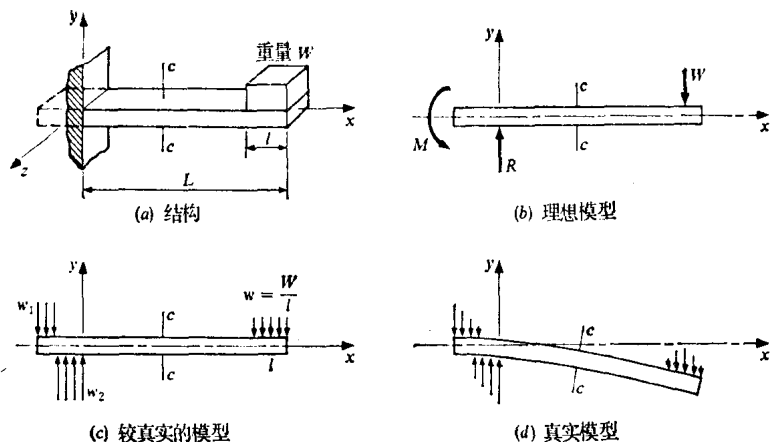


图 1-2

和集中力矩，然而，仍假设分布力是均匀的。一个较为真实的模型应综合重物、梁和墙壁变形的影响，如图 1-2 d 所示。为了更精确地模拟真实的结构，我们还可以采取进一步的步骤。但是，要指出的是，选择什么样的模型取决于所要求的结果。如果我们要求的是 $c-c$ 截面的应力，那么，图示三个模型中的任何一个都将基本上提供相同的结果，因为截面离开墙壁和载荷区较远，支承应力消失得很快。所以，对于 $c-c$ 截面采用图 1-2 b 的模型是完全可行的。但是在支承区或载荷区内，每个模型将得出不同的结果。因此，在研究这些区域内的应力时，我们应该小心从事。

还要注意的，随着结构的变形或偏转，净反力将发生改变。这意味着要进行反力的精确计算，在应用平衡方程之前，必须知道变形后的几何形状。然而，当变形很小时，变形后的结构几乎和未变形的结构一样，因此在计算力和力矩时的误差可以略去不计。大多数的结构均属此范畴。但是，在少数问题中，变形所引起的相应的反力非常大，因而显著地影响力的分析。这些问题，包括弹性稳定（屈曲）、接触应力以及梁的纵横弯曲等，将在本书的后面予以考虑。

如果载荷的分布已经知道或者作了假定，那么，简单分析的

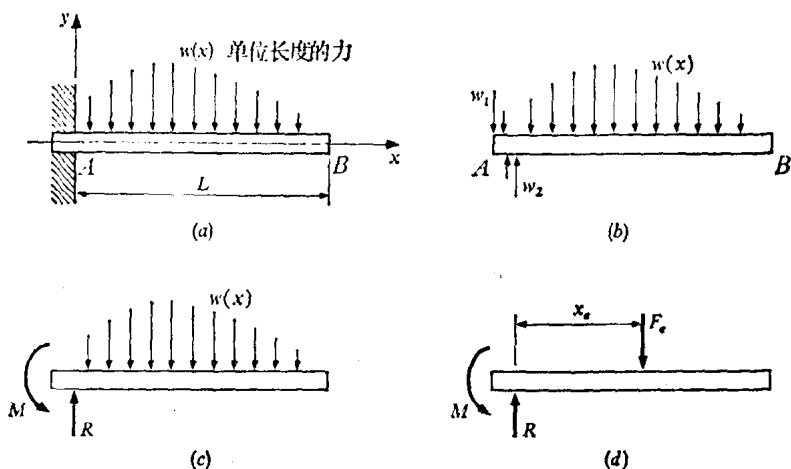


图 1-3

方法就是确定“等效”集中力的方法。今考虑图 1-3 a 所示的梁，它受到沿梁的长度变化的分布载荷 $w(x)$ （每单位长度上的力）的作用。在 A 点墙壁的实际反力将看成如图 1-3 b 所示。但是，通常需求的首先是墙壁作用在梁上的力和力矩。因此，图 1-3 c 所示的力 R 和力矩 M 是分布力 w_1 和 w_2 产生的结果。对于处于平衡状态的梁， R 必定等于且反向于由 $w(x)$ 产生的总的力，而 M 必定等于且反向于由 $w(x)$ 产生的总力矩。为了简化支反力的确定，我们来求等效力 F_e ，它是由 $w(x)$ 产生的总的力。该等效力必须作用在某一点 x_e 处，以使它产生的力矩和 $w(x)$ 产生的力矩相同（见图 1-3 d）。确定 F_e 和 x_e 的方法非常简单，通常已在前修课程静力学中介绍。但是它很重要，所以在此加以重复。

今考察作用在 $x = x_1$ 处，遍布在 dx_1 微段上的一小部分载荷。

在这很小的距离上，载荷的分布可认为不变，且等于 $w(x_1)$ ，如图 1-4 所示。于是，作用在 dx_1 上的力就是 $w(x_1) dx_1$ ，对于从 x_1

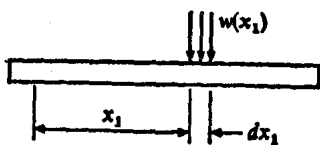


图 1-4

≈ 0 到 $x_1 = L$ 中的每个 x 值, 由分布载荷 $w(x)$ 引起的总的力为每个 $w(x_1)dx_1$ 的总和或积分, 即

$$F_e = \int_0^L w(x_1) dx_1 \quad (1-1)$$

而作用在 $x = 0$ 处的总力矩为

$$M_e = \int_0^L x_1 w(x_1) dx_1 \quad (1-2)$$

由于, $M_e = F_e x_e$; 因此

$$x_e = \frac{M_e}{F_e} = \frac{\int_0^L x w(x) dx}{\int_0^L w(x) dx} \quad (1-3)$$

从方程 (1-1) 可见, 等效力仅仅是分布力在其作用长度上的“面积”, 而该面积的形心就是等效力作用的位置〔方程 (1-3)〕。对于如图 1-5 所示的那些简单的分布载荷, 因为面积和形心已知, 不必用公式 (1-1) 和 (1-3) 积分。当载荷象图 1-6 a 那样不连续时, 则可求出载荷为连续的各段的等效力, 如图 1-6 b 所示。

显然, 总的分布载荷的等效力只能用来求支座反力, 而不能

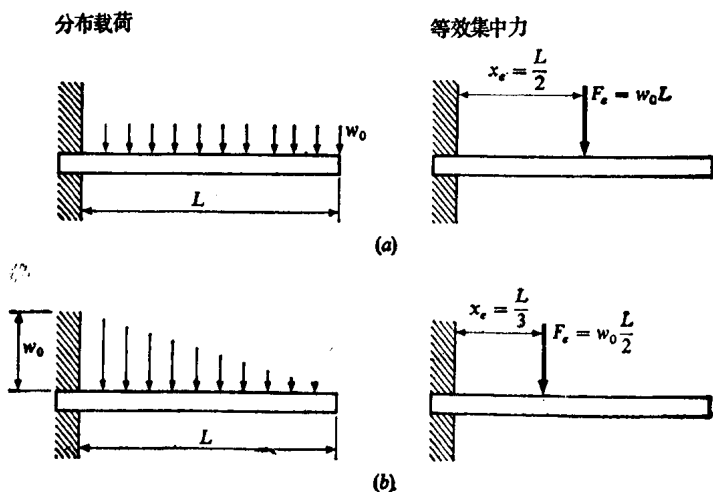


图 1-5

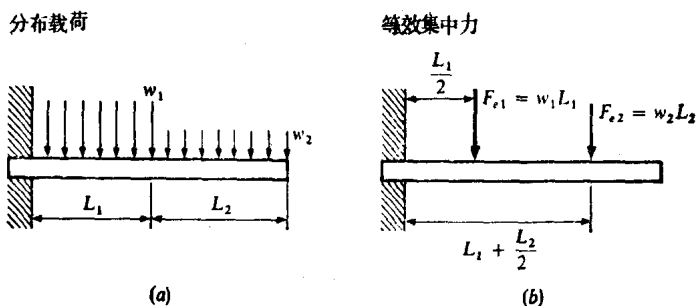


图 1-6

用来分析构件各处的内力和变形。为了分析构件中的内力，首先必须截取构件的一部分，把要研究的面显示出来。在该部分上，不管留下什么样的载荷，等效力的方法能再次应用。例如，设有一如图 1-7 a 所示的承受均布载荷的悬臂梁。读者可以证明，墙壁给梁一个向上的反力 w_0L ，以及一个逆时针向的大小为 $0.5w_0L^2$

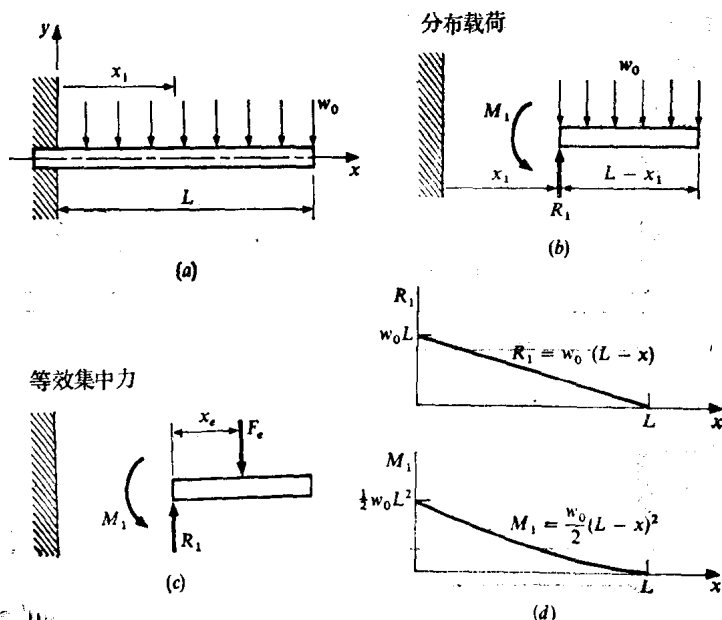


图 1-7