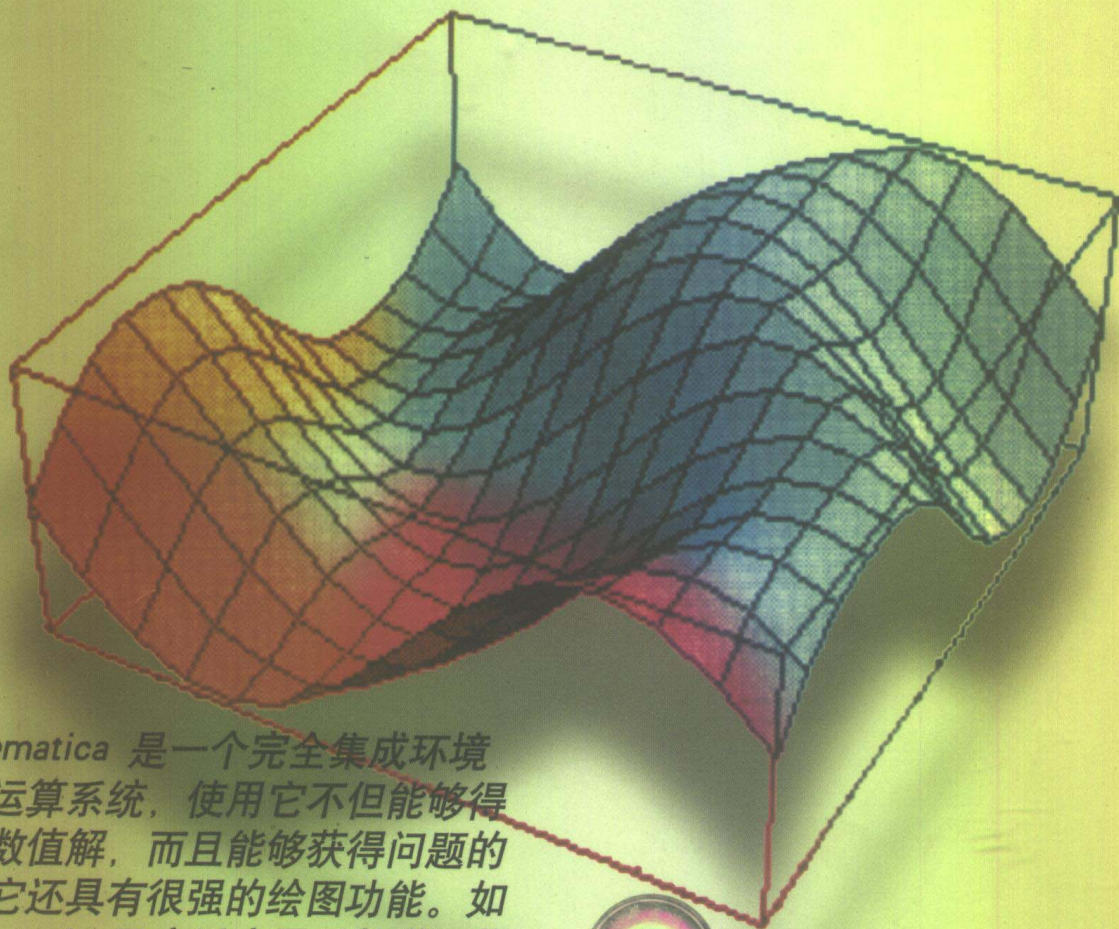


Mathematica 3.0

软件使用指南

窦万峰 郑宏兴 张子瑜



Mathematica 是一个完全集成环境
的符号运算系统，使用它不但能够得
到问题的数值解，而且能够获得问题的
解析解。它还具有很强的绘图功能。如
今，Mathematica已广泛应用于数学、物
理学、生物学、化学以及工程领域，被
认为是现代计算技术的标志。



华中理工大学出版社

HUZHONG UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

Mathematica 3.0 软件使用指南

窦万峰 郑宏兴 张子瑜

华中理工大学出版社

中国·武汉

图书在版编目(CIP)数据

Mathematica 3.0 软件使用指南/窦万峰 郑宏兴 张子瑜
武汉:华中理工大学出版社, 1999年9月
ISBN 7-5609-2039-X

I. M...

Ⅰ. ①窦... ②郑... ③张...

Ⅱ. 计算机软件, Mathematica 3.0-基本知识

N. TP31

本书封面贴有华中理工大学出版社激光防伪标志,无标志者不得销售。

版权所有 盗印必究

Mathematica 3.0 软件使用指南

窦万峰 郑宏兴 张子瑜

责任编辑:周 筠

封面设计:潘 群

责任校对:戴文遐 朱 霞

监 印:张正林

出版发行:华中理工大学出版社

武昌喻家山 邮编:430074 电话:(027)87542624

经销:新华书店湖北发行所

录排:华中理工大学惠友科技文印中心

印刷:荆州市今印集团有限责任公司

开本:787×1092 1/16

印张:12.5

字数:310 000

版次:1999年9月第1版

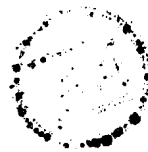
印次:1999年9月第1次印刷

印数:1—5 000

ISBN 7-5609-2039-X/TP·341

定价:18.00元

(本书若有印装质量问题,请向出版社发行科调换)



内 容 提 要

Mathematica 是目前广为流行的数学工具软件，也是迄今为止所开发的最大的单应用程序之一。Mathematica 3.0 是其最新版本。

本书全面系统地介绍了 Mathematica 的功能、特点和使用，主要内容包括：Mathematica 的强大功能与系统集成环境界面；Mathematica 使用与编程的基础；表达式的定义与输入；模型的概念与使用；函数运算；先行代数运算；图形绘制；数值分析。

本书结合对 Mathematica 功能的介绍，给出了大量的实例，例子由简单到复杂，能使读者迅速掌握 Mathematica 的使用，举一反三。

目 录

第一章 Mathematica 概述.....	(1)
1.1 Mathematica 的功能与特点.....	(4)
1.2 Mathematica 系统的要求和安装.....	(13)
1.3 Mathematica 运行与系统集成界面.....	(14)
1.4 关于学习 Mathematica 的一些建议.....	(18)
第二章 Mathematica 的基本应用.....	(20)
2.1 Mathematica 系统运行方式.....	(20)
2.1.1 基于文本的运行方式.....	(20)
2.1.2 基于 Notebooks 的运行方式.....	(21)
2.2 数学运算.....	(22)
2.2.1 算术运算.....	(22)
2.2.2 基本数学函数.....	(23)
2.2.3 复数运算.....	(24)
2.2.4 精确计算和近似计算.....	(25)
2.2.5 定义变量.....	(26)
2.3 Mathematica 数据类型与精度.....	(27)
2.3.1 Mathematica 数据类型.....	(27)
2.3.2 数值精度.....	(28)
2.3.3 不定结果和无穷结果.....	(29)
2.4 数学符号运算.....	(30)
2.5 数值运算方法.....	(38)
2.6 集合运算.....	(41)
2.6.1 关于集合.....	(41)
2.6.2 制表.....	(42)
2.6.3 集合元素操作.....	(43)
2.7 Mathematica 外部操作.....	(48)
2.7.1 外部程序.....	(49)
2.7.2 调用外部函数.....	(49)
第三章 Mathematica 的表达式模型和变换法则.....	(52)
3.1 表达式计算.....	(52)
3.2 模型及其使用.....	(53)
3.3 变换法则和定义.....	(57)

第四章 函数运算与程序	(58)
4.1 自定义函数.....	(58)
4.2 函数重用.....	(59)
4.2.1 用函数 Do 实现重复运算.....	(59)
4.2.2 重复使用变量的函数.....	(60)
4.3 函数变换法则.....	(62)
4.4 函数与集合.....	(62)
4.5 函数与表达式.....	(63)
4.6 纯函数.....	(66)
4.7 函数集合.....	(67)
4.8 结构运算.....	(68)
4.9 数学函数.....	(71)
4.9.1 命名规则.....	(71)
4.9.2 基本函数.....	(71)
4.9.3 随机函数.....	(73)
4.9.4 整数函数.....	(74)
4.9.5 组合函数.....	(79)
4.9.6 初等超越函数.....	(82)
4.9.7 非单值函数.....	(83)
4.9.8 常数.....	(85)
4.9.9 正交多项式.....	(86)
4.9.10 特殊函数.....	(88)
4.9.11 椭圆积分和椭圆函数.....	(96)
4.9.12 统计分布函数.....	(100)
第五章 线性代数运算	(102)
5.1 向量和矩阵运算.....	(102)
5.1.1 构造向量.....	(102)
5.1.2 构造矩阵.....	(103)
5.1.3 矩阵分块.....	(104)
5.1.4 矩阵运算.....	(105)
5.2 标量、向量和张量运算.....	(107)
5.2.1 标量、向量与矩阵.....	(107)
5.2.2 标量和向量运算.....	(108)
5.2.3 向量和矩阵的乘法.....	(108)
5.2.4 张量运算.....	(110)
5.3 矩阵反演.....	(112)
5.4 求解线性方程组.....	(114)

5.5 求特征值和特征向量	(116)
5.6 矩阵分解	(117)
第六章 多项式运算	(120)
6.1 符号运算及赋值	(120)
6.1.1 符号运算	(120)
6.1.2 符号赋值	(121)
6.2 代数多项式的展开与化简	(122)
6.2.1 代数多项式按不同形式表示	(122)
6.2.2 多项式的展开	(122)
6.2.3 代数多项式的因式分解和化简	(124)
6.3 代数多项式的显示和显示控制	(125)
6.3.1 显示指定的项	(126)
6.3.2 控制代数式显示	(127)
6.4 处理物理量的单位	(128)
6.5 有理式运算	(129)
6.6 多项式运算	(132)
6.7 三角函数表达式	(135)
6.8 复数变量表达式	(137)
第七章 方程变换与运算	(139)
7.1 求解代数方程	(139)
7.1.1 求解一元代数方程	(139)
7.1.2 求解联立方程组	(143)
7.2 求解函数方程	(145)
7.3 求方程的全部解	(147)
7.3.1 求全部解	(147)
7.3.2 判断解的存在条件	(148)
7.4 消去变量法	(149)
7.5 求解条件方程	(450)
7.6 求解逻辑复合方程	(151)
第八章 Mathematica 图形绘制	(153)
8.1 二维图形绘制	(153)
8.1.1 基本二维图形绘制	(153)
8.1.2 图形输出	(154)
8.1.3 图形修饰	(155)
8.1.4 图形重绘和组合	(157)
8.1.5 离散数据集合图形	(159)

8.2	图形结构.....	(160)
8.3	二维图形元素.....	(162)
8.4	三维图形绘制.....	(165)
8.4.1	基本三维图形绘制.....	(165)
8.4.2	绘制等高线和密度图.....	(166)
8.4.3	三维图形基元.....	(168)
8.5	绘制参数图.....	(169)
8.6	特殊图形.....	(170)
第九章	Mathematica 编程.....	(171)
9.1	Mathematica 基本语句.....	(171)
9.2	全局变量与局部变量.....	(171)
9.3	模块与局部值.....	(172)
9.4	条件语句.....	(173)
9.5	循环控制结构.....	(174)
第十章	数值分析.....	(178)
10.1	曲线拟合.....	(178)
10.2	函数逼近与插值.....	(180)
10.3	傅立叶变换.....	(181)
10.4	数值积分.....	(182)
10.5	求积与求和数值运算.....	(184)
10.6	微分数值运算.....	(185)
10.7	极值与线性规划.....	(186)
10.7.1	极小值.....	(186)
10.7.2	线性规划.....	(187)
第十一章	幂级数、极限与余式运算.....	(189)
11.1	幂级数运算.....	(189)
11.1.1	幂级数展开.....	(189)
11.1.2	幂级数生成.....	(190)
11.1.3	幂级数运算.....	(190)
11.1.4	幂级数的合成与反演.....	(190)
11.1.5	求解幂级数方程.....	(191)
11.2	极限运算.....	(191)
11.3	余式运算.....	(192)

第一章 Mathematica 概述

Mathematica 是美国 Wolfram Research 公司开发的产品，其研究者 Stephen Wolfram 在 1988 年推出了 Mathematica1.0。据说，Mathematica 被认为是现代计算技术的标志。Mathematica 在符号运算软件中并不是最早出现的软件，早在它出现以前就存在着一些为特定的数值、代数、图形等设计的单个的软件包，如 Reduce、Maple 等软件，它们已经成功地被广泛使用，然而 Mathematica 以其使用方便、功能强大、用户友好、扩展便利等特点，很快就在符号运算类软件中占有主导地位，在数学研究的各个分支和其它领域都出现了 Mathematica 专用的扩展软件包。

Mathematica 是一个完全集成环境下的符号运算系统，使用它不但能够得到问题的数值解，而且能够获得问题的解析解，这是其它数学工具软件，如 MATLAB 等所难以做到的。Mathematica 有很强的绘图功能，所以在一些特殊的领域和应用中，Mathematica 的优越性就更为突出。

Mathematica 使用全新的概念，以连贯统一的方式处理各种各样的计算，它最主要的突破是采用了一种新的符号计算语言，这样，仅使用少量的基本运算就可以操作包括在计算技术中的许多对象。当 Mathematica1.0 推出时，美国《时代》周刊评论道：这种软件编程的重要思想是我们必须注意的；而美国《商业》周刊则把 Mathematica 列为本年度十大重要新产品之一。

Mathematica 首先在物理学、工程计算和数学方面得到应用，然而在近十年间，Mathematica 的重要性已经在许多领域越来越多地显现出来了。如今，Mathematica 已应用于数学、物理学、生物学、化学、社会学等几乎整个科学领域，它已经在许多重要的科学发现中扮演重要的角色，是成千上万的技术论文产生的基础。在工程领域，Mathematica 已经成为开发、研究中的标准工具。

自从 Mathematica 推出以来，其用户在稳定增长，到目前已超过 100 万。Mathematica 已经成为许多组织和团体的标准。在技术方面，Mathematica 思想被看作软件工程的主要的竞争对手。Mathematica 是迄今为止所开发的最大的单应用程序之一，它包含了许多全新的算子和重要的技术思想，其中，Notebooks 作为一个独立作用文件平台，已经成为许多报告和文件的标准。随着 Mathematica3.0 的推出，Notebooks 成为在 Web 上和其它地方出版技术文档的通用标准。

Mathematica1.0 在 1988 年推出后，在计算技术领域引起了不小的震动，使得 Wolfram Research 公司成为世界软件工业的先驱，并被广泛认为是技术和商业领域的佼佼者。

Mathematica2.0 在 1991 年发布, 全新的符号运算工具和处理思想使 Mathematica 成为符号运算的领导者。Mathematica3.0 在 1996 年面市, 其丰富、强大的功能形成了符号运算和软件工程的标准。

Mathematica 可以在许多网站上下载, 这里给出如下一些站点, 读者可自行搜索:

① diamond.ncic.ac.cn

/incoming

mathematica, Jan 9 1999, 512 bytes

/incoming/mathematica

mathematica3.zip, May 28 1998, 28553680 bytes

② ftp.ahu.edu.cn

/pub/Science_Tool

mathematica3, Dec 22 04:05, 1024 bytes

/pub/Science_Tool/mathematica3

Mathematica3.0_for_unix_installer_text.zip, Nov 22 17:50, 7346 bytes

mathematica_pc.zip, Dec 26 1997, 28439523 bytes

mathematica_pc_8_3.zip, Dec 26 1997, 34762903 bytes

③ ftp.cs.uestc.edu.cn

/incoming/MathSoftwares

Mathematica3, Dec 28 11:14, 1024 bytes

/incoming/MathSoftwares/Mathematica3

mathematica3.zip, Dec 22 18:49, 34803065 bytes

mathematica_for_dos.zip, Dec 22 18:53, 1785895 bytes

④ ftp.gb.com.cn

/pub/internet/in-notes/iana/assignments/media-types/application

mathematica, Feb 18 09:39, 3682 bytes

⑤ ftp.neu.edu.cn

/pub2/pub5/ScientificComputing

Mathematica3, Oct 21 11:49, 512 bytes

/pub2/pub5/ScientificComputing/Mathematica3/95

Mathematica3.zip, Oct 21 11:49, 34803065 bytes

/pub2/pub5/ScientificComputing/Mathematica3/Linux

Mathematica3.INSTALL, Oct 21 11:50, 883 bytes

Mathematica3.tgz, Oct 21 11:50, 32367283 bytes

⑥ ftp.synet.edu.cn

/pub2/pub5/ScientificComputing
Mathematica3, Oct 21 11:49, 512 bytes
/pub2/pub5/ScientificComputing/Mathematica3/95
Mathematica3.zip, Oct 21 11:49, 34803065 bytes
/pub2/pub5/ScientificComputing/Mathematica3/Linux
Mathematica3.INSTALL, Oct 21 11:50, 883 bytes
Mathematica3.tgz, Oct 21 11:50, 32367283 bytes

⑦ ftp.xjtu.edu.cn

/incoming
mathematica3, Jan 24 05:12, 512 bytes
/incoming/mathematica3
mathematica3.zip, Jan 24 05:12, 34803065 bytes
mathematica_for_dos.zip, Jan 24 05:12, 1785895 bytes

⑧ sunsite.net.edu.cn

/faq/sci/crypt
Cryptography_FAQ_(04_10:_Mathematical_Cryptology), Apr 23 1997, 11255 bytes

⑨ sunsite.scut.edu.cn

/pub2/oakland/pub/physics
mathematica, Jul 12 1997, 512 bytes

⑩ tracy.bupt.edu.cn

/ComeInHere/ScientificComputing
Mathematica3, Mar 6 06:15, 1024 bytes
/ComeInHere/ScientificComputing/Mathematica3/95
Mathematica3.zip, Jan 14 1998, 34803065 bytes
/ComeInHere/ScientificComputing/Mathematica3/Linux
Mathematica3.INSTALL, Apr 16 1998, 883 bytes
Mathematica3.tgz, Apr 16 1998, 32367283 bytes
/ComeInHere/incoming/wolf/math3.0/math3.0
mathematica3.zip, Jan 18 08:11, 28553680 bytes
/ComeInHere/incoming/wolf/math3.0
mathematica3.zip, Jan 18 08:10, 5210112 bytes

上述提供的站点可能会发生变化, 读者可以通过 search.igd.edu.cn 来搜索, 也可在站点 www.fmmu.edu.cn 下的网络服务中查找。

如果需要最新的信息, 可以通过下面的地址浏览 Wolfram Research 公司:

<http://www.wolfram.com>

email:s.wolfram@wolfram.com or comments@wolfram.com

1.1 Mathematica 的功能与特点

Mathematica 以其使用方便、功能强大、界面友好、易于扩展等特点很快受到广大用户的青睐，并成为符号运算类软件中的统治者，在数学、物理以及计算机与通信研究等方面得到了广泛应用。Mathematica 的主要功能可归纳为如下几点。

1. 数值计算

使用 Mathematica 可以像使用标准科学计算器一样进行算术运算，例如输入“5.2+7.9”，然后按 Shift+Enter 组合键，则系统将会输出“13.1”，命令行如下：

```
In[1]: =5.2+7.9
```

```
Out[1]=13.1
```

注意：In[1]: =和 Out[1]=是系统自动加上的，用户不必输出它们。

但 Mathematica 又与科学计算器有所不同，比如它能更精确地给出计算结果，如计算 4^{50} 的精确值，命令行如下：

```
In[2]: =4^50 {^为自乘幂运算符}
```

```
Out[2]=1267650600228229401496703205376
```

Mathematica 数值解的一个显著特点，是可以按任意指定的精度去逼近原问题的解，而不是像 MATLAB 那样只能给出固定精度的解。例如，使用 N 函数来得到上面近似的计算结果：

```
In[3]: =N[%] {%表示计算的最后结果，即 Out[2]的输出值}
```

```
Out[3]=1.26765 1030
```

同样，用户也可以得到给定精度的结果，如给出 20 的平方根精确到 40 位的结果：

```
In[4]: =N[Sqrt[20],40] {Sqrt 为求方根函数}
```

```
Out[4]=4.472135954999579392818347337462552470881
```

Mathematica 可以处理复数，例如 $(7+3i)^{10}$ ，计算如下：

```
In[5]: =(7+3I)^10 {I 代表-1 的方根}
```

```
Out[5]= -404220800 - 517116768 I
```

Mathematica 还可以处理关于整数的精确计算，如用 FactorInteger 函数给出一个整数的素数，计算如下：

```
In[6]: =FactorInteger[70612139395722186]
```

```
Out[6]= {{2, 1}, {3, 2}, {43, 5}, {26684839, 1}}
```

Mathematica 能够计算所有的标准数学函数，如给出 Bessel 函数 $J_0(13.1)$ 的值，计算如下：

```
In[7]: =BesselJ[0,13.1]
```

```
Out[7]=0.212888
```

另外，Mathematica3.0 还增添了如下一些新的功能：

- 自适应精度控制，保证结果的正确精度；

- 独立于机器的数值输入输出机制，保证精度；
- 增强了提取数字段的能力；
- 完全数字量的自动比较和操作；
- 提供自动调整的全局数字精度模型。

2. 代数运算

Mathematica 不但能进行数值计算，而且也能进行代数运算，例如，对代数式 $10(x+2y)(3x+y)+(x+4y)(3x+y)^2$ 进行运算，命令行如下：

```
In[1]: =10(x+2y)(3x+y)+(x+4y)(3x+y)^2
```

```
Out[1]=10 (3 x + y) (x + 2 y) + (3 x + y)(x + 4 y)^2
```

计算上式的三次方，并展开代数式，结果如下：

```
In[2]: =Expand[%^3]
```

```
Out[2]=27000 x^6 + 24300 x^7 + 7290 x^8 + 729 x^9 +
189000 x^5 y + 226800 x^6 y + 85050 x^7 y +
10206 x^8 y + 495000 x^4 y^2 + 761400 x^5 y^2 +
362880 x^6 y^2 + 53703 x^7 y^2 + 595000 x^3 y^3 +
1170000 x^4 y^3 + 705780 x^5 y^3 + 131760 x^6 y^3 +
330000 x^2 y^4 + 871500 x^3 y^4 + 675450 x^4 y^4 +
158247 x^5 y^4 + 84000 x y^5 + 333600 x^2 y^5 +
350130 x^3 y^5 + 105318 x^4 y^5 + 8000 y^6 +
63600 x y^6 + 101100 x^2 y^6 + 41257 x^3 y^6 +
4800 y^7 + 15360 x y^7 + 9516 x^2 y^7 + 960 y^8 + 1200 x y^8 + 64 y^9
```

对上式分解因式，得到下面的简单式：

```
In[3]: =Factor[%]
```

```
Out[3]= (3 x + y)^3 (10 x + 3 x^2 + 20 y + 13 x y + 4 y)^23
```

Mathematica 可以进行级数运算，如使用 Series 函数对三角函数 $x^2 \sin^2(x)$ 在 $x=0$ 处进行展开，结果如下：

```
In[4]: =Series[x^2 Sin[x]^2, {x, 0, 14}]
```

```
Out[4]= x^4 - \frac{x^6}{3} + \frac{2x^8}{45} - \frac{x^{10}}{315} + \frac{2x^{12}}{14175} - \frac{2x^{14}}{467775} + O[x]^{15}
```

Series 函数还可以进行纯符号函数处理，例如：

```
In[5]: =Series[(f[x+h]-f[x-h])/(2h), {h, 0, 6}]
```

```
Out[5]= f[x] + \frac{f^{(3)}[x]h^2}{6} + \frac{f^{(5)}[x]h^4}{120} + \frac{f^{(7)}[x]h^6}{5040} + O[h]^7
```

另外，关于代数运算，Mathematica3.0 也增添了如下一些新功能：

- 增强的代数表达式的自动简化；
- 提供包含特定函数的简化；
- 内建的三角对称表达式的函数转换；
- 扩展的有限和无限符号积分；

- 优化的符号线性代数运算。

3. 求解方程或方程组

使用 Mathematica 可以方便地对方程进行求解, 例如, 下面的一个代数方程可以使用 Solve 函数求解:

In[1]: =x^3+7x^2-3x+145==0 {方程的等号必须为双等号}

Out[1]=145-3x^2+7x^3+x==0

In[2]: =Solve[%,x]

Out[2]={{x → $-\left(\frac{7}{3}\right) + \frac{582^{1/3}}{3(-4790 + 6 \text{Sqrt}[615657])^{1/3}} + \frac{(-4790 + 6 \text{Sqrt}[615657])^{1/3}}{32^{1/3}}$ },
 {x → $-\left(\frac{7}{3}\right) - \frac{292^{1/3}(1 + I \text{Sqrt}[3])}{3(-4790 + 6 \text{Sqrt}[615657])^{1/3}} - \frac{(1 - I \text{Sqrt}[3])(-4790 + 6 \text{Sqrt}[615657])}{62^{1/3}}$ },
 {x → $-\left(\frac{7}{3}\right) - \frac{292^{1/3}(1 - I \text{Sqrt}[3])}{3(-4790 + 6 \text{Sqrt}[615657])^{1/3}} - \frac{(1 + I \text{Sqrt}[3])(-4790 + 6 \text{Sqrt}[615657])^{1/3}}{62^{1/3}}$ }}

该方程有三个根, 其中后两个为复根。

Solve 函数也可以求解线性方程组。下面是一个方程组的求解过程:

In[3]: =Solve[{5x+2y==0,x+y==c},{x,y}] {{x,y}表示 x,y 为未知数}

Out[3]={{x → $-\frac{2c}{3}$, y → $\frac{5c}{3}$ }}

使用 NSolve 函数可以求解 5 阶代数方程, 用 FindRoot 函数可以求解超越方程组。这里给出一个线性方程组在 x=1,y=0 附近的解:

In[4]: =FindRoot[{sin[x]==x-y, cos[y]==x+y},{x,1},{y,0}]

Out[4]={x → 0.883401, y → 0.1105}

DSolve 可以求解微分方程, 举例如下:

In[5]: =DSolve[y''[x]-ky[x]==1,y[x],x]

Out[5]={{y[x] → $-\left(\frac{1}{k}\right) + \frac{C[1]}{E^{\text{Sqrt}[k]x}} + E^{\text{Sqrt}[k]x} C[2]}$ }}

4. 列表

Mathematica 定义了列表功能, 可以计算离散数值。下面计算 1~10 共 10 个整数各自的阶乘:

In[1]: =Table[n!,{n,1,10}]

```
Out[1]={1, 2, 6, 24, 120, 720, 5040, 40320, 362880, 3628800}
```

类似于 Log 这样的函数具有可列表的特点，它们能与表中的元素一一对应。用户可以对上面的表取对数运算：

```
In[2]: =N[Log[%]]
```

```
Out[2]={0, 0.693147, 1.79176, 3.17805, 4.78749,
        6.57925, 8.52516, 10.6046, 12.8018, 15.1044}
```

5. 提供数学函数

Mathematica 提供了大量内部函数，可以方便快速地完成各种计算任务。在 Mathematica 中，数学函数的命名是按一定的规则来进行的。大多数数学函数的名字常常是它们英文单词的全名，或以人名的形式命名，如 Legendre 多项式 $P_n(x)$ ，函数名称为 LegendreP[n, x]。对于一些较普通的函数，Mathematica 则以缩写的形式命名，如求模函数为 Mod，而不是 Module。

① Mathematica 提供了数值函数，如 Round[x](取整)、Floor[x](不比 x 大的最大整数)、Sign[x](符号函数)，以及各种初等函数等。

② Mathematica 还提供了一些随机函数，可以产生随机数，如 Random[], Random[Real, xmax]等。下面的例子中将给出 6 个随机数：

```
In[1]: =Table[Random[ ],{6}]
```

```
Out[1]={0.905053, 0.746647, 0.873421, 0.999262, 0.485507, 0.343782}
```

再如下面的例子，则给出介于 100 到 200 之间的 9 个随机数：

```
In[2]: =Table[Random[Integer,{100,200}],{9}]
```

```
Out[2]={112, 185, 152, 194, 107, 159, 195, 129, 166}
```

③ Mathematica 提供了整数和数值理论函数，如 GCD[n1, n2, ...] (求最大公约数)、LCM[n1, n2, ...] (求最小公倍数)、FactorInteger[n] (列出 n 的质数因子及其指数) 等等。下面的例子是列出 123456789 的所有因子：

```
In[3]: =FactorInteger[123456789]
```

```
Out[3]={{3, 2}, {3607, 1}, {3803, 1}}
```

④ Mathematica 提供了如 $n!$ (阶乘)、 $n!!$ (双阶乘)、Multinomial(多项式系数)等组合函数，它们用于完成各种形式的多项式计算。

⑤ Mathematica 提供了如 Exp[z]、ArcTan[z]等初等超越函数和如 Sqrt[x]等非单值函数。另外，Mathematica 还提供了 LegendreP[n, x]等正交多项式函数和 BesselJ[n,z]等特殊函数。

6. 绘制图形

Mathematica 提供了完善的图形绘制功能。例如，使用 Plot 函数绘制 $\sin(1/x)$ 函数图形，如图 1.1 所示。

```
In[1]: =Plot[Sin[1/x],{x,-1,1}]
```

{绘制 x 在[-1, 1]区间的图形}

```
Out[1]= -Graphics-
```

用户可以使用 Show 函数定制图形的显示样式。例如，给上面的图形加上标签和方格，如图 1.2 所示。

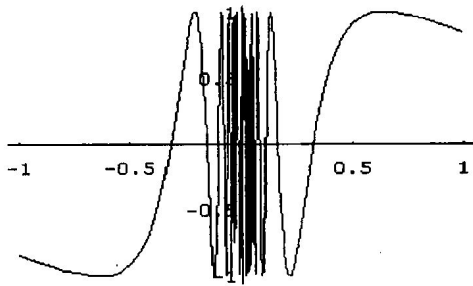


图 1.1 Sin(1/x)函数图形

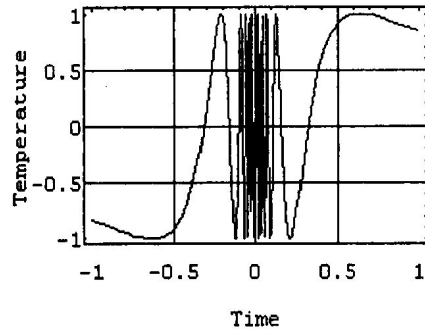


图 1.2 定制后的图形

```
In[2]: =Show[%,Frame→True,FrameLabel→{"Time","Temperature"},
GridLines→Automatic]
```

```
Out[2]= -Graphics-
```

Mathematica 使用 Plot3D 函数绘制三维图形，下面的例子给出的是 $\sin(x + \sin(y))$ 的三维图形，如图 1.3 所示。

```
In[3]: =Plot3D[Sin[x+Sin[y]], {x,-3,3},{y,-3,3}]
```

```
Out[3]= -SurfaceGraphics-
```

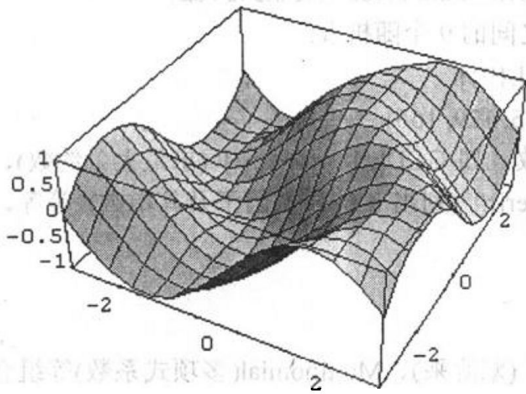


图 1.3 三维图形

Mathematica 还提供了 ParametricPlot3D 函数，用于绘制空间参数曲面。Mathematica 允许用户把不同的图形组合在一起，允许设定坐标文本和标签等修饰，允许将所绘制的图形转换为 EPS、TIFF、GIF 或其它图像格式，允许调整图形的位置和大小，允许在图形上引入网格线和增加分辨率等等。此外，Mathematica 还提供了绘制等高线图、在 Notebooks 中的动画控制等功能。

7. 提供矩阵运算

Mathematica 用集合的形式表示矩阵。

请看下面的例子：

```
In[1]: =m=Table[1/(i+j+1),{i,3},{j,3}] {将结果存储在 m 变量中}
```

```
Out[1]= {{ 1/3, 1/4, 1/5 }, { 1/4, 1/5, 1/6 }, { 1/5, 1/6, 1/7 }}
```

在这个矩阵中，(i, j)输出的值等于 $1/(i+j+1)$ 。

Mathematica 提供了各种矩阵运算功能。例如，对上面的矩阵进行求逆运算：

```
In[2]: =Inverse[m]
```

```
Out[2]= {{300, -900, 630}, {-900, 2880, -2100}, {630, -2100, 1575}}
```

逆矩阵与原矩阵相乘，结果为单位矩阵：

```
In[3]: =%.m {使用圆点表示矩阵相乘}
```

```
Out[3]= {{1, 0, 0}, {0, 1, 0}, {0, 0, 1}}
```


下面的例子是计算矩阵多项式:

```
In[4]: =Det[m-k IdentityMatrix[3]] { IdentityMatrix[3]构造一个三阶的单位阵}
```

$$\text{Out[4]} = \frac{1}{378000} - \frac{317k^2}{25200} + \frac{71k}{105} - k^3$$

使用 Eigenvalues 函数可以直接计算上述矩阵 m 的特征值:

```
In[5]: =Eigenvalues[N[m]]
```

```
Out[5]={0.657051, 0.0189263, 0.000212737}
```

8. 提供变换法则与定义功能

变换法则指表达式的变量替换或赋值运算。Mathematica 提供了变换法则运算与定义功能。比如, 对代数式 $12+5x^2+3x^3$ 进行 $x \rightarrow 1+a$ 的变换, 命令行如下:

```
In[1]: =12+5 x^2+3 x^3 /. x->1+a {/. 变换法则定义符}
```

```
Out[1]=12 + 5 (1 + a)^2 + 3 (1 + a)^3
```

Mathematica 允许对任何表达式进行变换, 如对 $f[n]$ 实施 n^2 变换:

```
In[2]: ={f[1],f[3],f[5]} /. f[n_]->n^2
```

```
Out[2]={1, 9, 25}
```

Mathematica 允许进行直接的函数定义, 例如:

```
In[3]: =f[n_]:=n^2 {:=为函数定义符}
```

则函数 f 的定义在使用时自动进行替换:

```
In[4]: =f[3]+f[a+b]+f[x^2]
```

```
Out[4]=9 + (a + b)^2 + x^4
```

这里给出阶乘的递推公式:

```
In[4]: =
```

```
f1[1]:=1
```

```
f1[n_]:=n*f1[n-1]
```

```
f1[30]
```

```
Out[4]=265252859812191058636308480000000
```

Mathematica 允许对任何的表达式定义变换法则, 如对一个 $g1$ 函数定义如下变换法则:

```
In[5]: =g1/:g1[x_]+g1[y_]:=g1[x+y]
```

则 Mathematica 会自动使用 $g1$ 函数的法则:

```
In[6]: =g1[a]+g1[b]+g1[c]+g1[d]
```

```
Out[6]=g1[a + b + c + d]
```

9. 提供符号运算功能

Mathematica 的优势在于其强大的符号运算功能, 亦即“解析解”求解方法, 这是 MATLAB 等数值软件所无法企及的。这里以列举 a 、 b 、 c 3 个元素 6 种可能的排列为例来进行说明:

```
In[1]: =Permutations[{a,b,c}]
```

```
Out[1]={{a, b, c}, {a, c, b}, {b, a, c}, {b, c, a}, {c, a, b}, {c, b, a}}
```

使用 Flatten 函数展开上述结果: