



研究生教材

电磁场理论及应用

马西奎 编 著



西安交通大学出版社

研究生教材

电磁场理论及应用

马西奎 编著

西安交通大学出版社

内容简介

本书在宏观范围内阐述工程中所需要的电磁场与电磁波的基本理论和计算方法,并介绍基本理论在各方面的应用。

全书共 10 章,前 5 章为电磁场与电磁波的基本理论,后 5 章是电磁场中的数学物理方法。每一章末附有一定数量的习题,其中一部分为课程内容的补充,另一部分为正文的推广。

本书适合于作电工、电子类专业的研究生教材。对于从事电磁场理论及其工程应用的科技工作者和大学教师亦有参考价值。

图书在版编目(CIP)数据

电磁场理论及应用/马西奎编著. - 西安:西安交通大学出版社,2000.6
研究生系列教材
ISBN 7-5605-1239-9

I. 电… II. 马… III. 电磁场-研究生教育-教材
IV. 0441.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 60333 号

*

西安交通大学出版社出版发行

(西安市咸宁西路 28 号 邮政编码:710049 电话:(029)2668316)

西安市永惠彩色印刷厂印装

各地新华书店经销

*

开本:850 mm×1 168 mm 1/32 印张:13.875 字数:350 千字

2000 年 6 月第 1 版 2001 年 2 月第 2 次印刷

印数:1 001~2 500 定价:20.00 元

若发现本社图书有倒页、白页、少页及影响阅读的质量问题,请去当地销售部门调换或与我社发行科联系调换。发行科电话:(029)2668357,2667874

“研究生教材”总序

研究生教育是为国家培养高层次的人才的,它是我国高等教育的最高层次。研究生必须在本门学科中掌握坚实的基础理论和系统的专门知识,具有从事科学研究工作或担负专门技术工作的能力。这些要求具体体现在研究生的学位课程和学位论文中。

认真建设好研究生学位课程是搞好研究生教学的重要环节。为此,我们组织出版这套以公共课和一批新型学位课程为主的研究生教材,以满足当前研究生教学的需要。这套教材的作者都是多年从事教学、科研、具有丰富经验的教师。

这套教材首先着眼于研究生未来工作和高技术发展的需要,充分反映国内外的最新学术动态,使研究生学习之后能迅速接近当代科技发展的前沿,以适应“四化”建设的要求;其次,也注意到应有的基本理论和基本内容,以保持学位课程内容的相对稳定性和系统性,并有足够的深度。

这套研究生教材虽然从提出选题、拟定大纲、组织编写到编辑出版,都经过了认真的调查论证和细致的定稿工作,但毕竟是第一次出版这样高层次的教材系列,水平和经验都感不足,缺点与错误在所难免。希望通过反复的教学实践,广泛听取校内外专家学者和使用者的意见,使其不断改进和完善。

西安交通大学研究生院
西安交通大学出版社

编著者的话

这本书是为电工、电子类研究生的“电磁场理论”课程编写的教材。在本书中,我的重点是集中在阐述工程中所需要的电磁场与电磁波的基本概念、基本定理、基本理论知识和计算方法方面。着力引导读者把物理语言与数学语言完美地结合起来处理电磁问题,并注意介绍基本理论在各方面的应用。

全书分上、下两篇共计 10 章。

上篇是电磁场的基本理论,共 5 章,包括电磁场的基本性质和方程、静电场、恒定电流的电场和磁场、电磁波的辐射和传播、电磁场与媒质的相互作用。这一篇目的是介绍电磁场理论的基本内容,强调一些基本概念、定理和定律,以期通过这 5 章为读者建立电磁场理论较为完整的轮廓。

下篇是电磁场中的数学物理方法,共 5 章,包括分离变量法、复变函数法、格林函数法、积分方程法、计算机方法(含变分法、有限差分法、有限元法、边界元法、矩量法和加权余量法)。在这 5 章中,从工程应用的观点出发,在不失数学严密性的前提下,阐明各种常用解析方法和数值方法的基本原理及其使用要点,并提供了有关计算公式,给出了一些典型的实例。对于电磁场问题,在 50 年代前,分析方法主要依靠解析法及经验公式,而现在由于计算技术的发展,各种数值方法在电磁场工程中得到日益增多的应用。有限差分法、有限元法、边界元法已成为基本方法。这一篇目的是使读者对电磁场边值问题解法有一个比较完整的认识。

本书以相当篇幅介绍了静态场的理论和位场的计算,它是进一步解决时变场与电磁波问题的基础。由于篇幅所限,不能对电磁场理论涉及的各个领域都作论述,但编著者在这里所选择的内

容不求全面只求实用。实际上,电磁场理论所涉及的领域极其广阔,如何选材和怎样组织好这些题材,如何兼顾基本概念与最新方法两方面的要求,都是写好本书的关键。但是编著者深感力与愿违,很难考虑周全。只要本书在某一点上能对读者有所裨益,这正是编著者的第一愿望。本书选择题材和组织编写内容时考虑到了既有理论上的系统性、又能适合大多数读者水平和满足他们的需要,并为其提供方便,使读者在通读本书之后既能掌握有关电磁场的基本理论和方法,又能根据所列有关文献作进一步深入学习。这就是编著者的第二个愿望。

使用本书时应注意把概念理解、公式推导和实际计算密切结合起来。各章配备了相当数量习题供读者思考和练习,借以巩固理论学习,培养分析问题和解决问题的能力。

随着科学技术的发展和应用,要求拓宽电磁科学,并引入某些新概念、新理论和新方法来解释许多复杂的电磁现象。可以认为,电磁现象的研究还有着极为广阔的前景。有许多方面还有待进一步探索。

傅君眉教授详细审阅了本书,提出了不少宝贵修改意见,编著者在此表示衷心感谢。

由于编著者才疏识浅,本书会有欠妥甚至错误之处,敬祈读者不吝指正。

编著者

1999年10月

于西安交通大学

目 录

编著者的话

第 1 篇 电磁场的基本理论

第 1 章 电磁场的基本性质和方程	2
1.1 场和源	2
1.2 电磁场的基本方程组	6
1.3 媒质分界面上电磁场场量的衔接条件	8
1.4 电磁场的能量守恒和转化定律	10
1.5 电磁场的动量守恒定律	14
1.6 电磁场的波动性	19
1.7 电磁场的位函数	20
1.8 电磁场基本方程组的自洽性与完备性	24
1.9 正弦电磁场	26
习题	29
第 2 章 静电场的基本性质和方程	31
2.1 静电场的一般特性·电位	31
2.2 位场的基本定理	33
2.3 电位解的积分形式	37
2.4 电场和电位在无限远处的性质·积分的收敛	46
2.5 电偶极子·电位的多极展开	48
2.6 场强和电位的连续性问题	53

2.7 静电场中的能量	59
2.8 静电力	63
习题	71
第3章 恒定磁场的基本性质和方程	74
3.1 恒定电流及其电场	74
3.2 恒定电流的磁场及其一般特性	80
3.3 磁偶极子·矢量磁位的多极展开	86
3.4 恒定磁场中的连续性问题	90
3.5 矢量格林公式及其应用	93
3.6 恒定磁场中的能量	97
3.7 磁场力	99
习题	102
第4章 电磁波的辐射和传播	104
4.1 辐射场与电磁波	104
4.2 电磁波在理想介质中的传播	112
4.3 电磁波在导电媒质中的传播·集肤效应	115
4.4 电磁波的反射和折射·全反射	119
4.5 电磁波在波导管中的传播	127
4.6 电磁波在同轴线中的传播	134
4.7 电磁驻波与谐振腔	140
4.8 群速度	143
4.9 电磁波在等离子体中的传播	146
习题	152
第5章 电磁场与媒质的相互作用	154
5.1 电介质极化场的分析	154
5.2 电介质的极化理论	159

5.3	电介质的色散理论	164
5.4	磁介质磁化场的分析	171
5.5	磁介质的磁化理论	176
5.6	铁磁质的磁化及其磁场	180
5.7	电磁场的非线性问题	186
5.8	超导体的电磁性质	190
5.9	超导体的居间态	196
	习题	200

第2篇 电磁场中的数学物理方法

第6章	分离变量法	202
6.1	直角坐标系中拉普拉斯方程的解	202
6.2	圆柱坐标系中拉普拉斯方程的解	206
6.3	球坐标系中拉普拉斯方程的解	216
6.4	叠片铁芯中的涡流	225
6.5	导体中的电磁场——扩散过程	228
6.6	铁磁球体问题	236
6.7	正交曲线坐标系中的分离变量法举例	242
6.8	本征值及本征函数	248
6.9	非齐次问题	254
	习题	260
第7章	复变函数法	264
7.1	复变函数的一些基本概念	264
7.2	复位函数	268
7.3	保角变换	277
7.4	多边形边界的许瓦兹变换	282

7.5 椭圆积分和椭圆函数	290
习题	296
第 8 章 格林函数法	298
8.1 格林函数	298
8.2 用格林函数表示的一般边值问题的解	302
8.3 几种简单情形的格林函数	306
8.4 用本征函数集展开求格林函数	313
8.5 格林函数的分离变量法解	315
8.6 二维格林函数的保角变换解法	320
习题	321
第 9 章 电磁场的积分方程	324
9.1 静电场的积分方程	324
9.2 恒定磁场的积分方程	330
9.3 面磁化电流的积分方程	333
9.4 涡流问题的积分方程	335
9.5 边界积分方程	337
9.6 反应积分方程	337
习题	340
第 10 章 计算机方法简介	342
10.1 变分法简述	342
10.2 多元函数的泛函的变分问题	352
10.3 变分问题的直接解法——里兹(Ritz)法	355
10.4 有限差分法	359
10.5 有限元法	367
10.6 矩量法	386
10.7 边界元法	398

10.8 加权余量法	402
习题	411
附录	414
A 矢量分析常用公式及有关定理	414
B δ 函数及其性质	416
C 贝塞尔函数	419
D 勒让德函数	424
E 物理常数表	429
主要参考书目	430

第 1 篇 电磁场的基本理论

本篇主要介绍电磁场的基本理论、基本规律和方程,共分 5 章。

第 1 章讨论电磁场的基本性质和方程,并介绍电磁能量、电磁动量、电磁波动方程和电磁场位函数。第 2 章中,介绍静电场的基本方程并讨论静电场的性质。其中还介绍了位场的基本定理、解的积分形式、场强和电位的连续性问题、静电能量与静电力。第 3 章讨论恒定电流的电场和磁场的基本性质和方程。第 4 章介绍电磁波的辐射和传播,研究平面电磁波在无界媒质中和不同媒质分界面上的传播特性、反射和折射特性;讨论导行电磁波在规则波导管中和同轴线中的传播,电磁驻波和谐振腔。第 5 章中介绍了电磁场与媒质的相互作用问题,介绍物质的电磁性质、介质的色散现象和导体的色散现象、以及导体的超导电性。

第 1 章 电磁场的基本性质和方程

本章主要介绍关于电磁场的一些基本概念和基本规律。首先,我们讨论电磁场的基本方程及其基本意义,并导出电磁场场量在不同媒质分界面上必须满足的衔接条件。然后研究电磁场的能量和动量守恒定律。最后讨论电磁场基本方程组的完备性、电磁场的波动性以及电磁场位函数。

1.1 场和源

1.1.1 关于电磁场的一些概念

电磁场是物理学和工程技术上占有重要地位的多种场的一例。实际上近代物理所讨论的都是场的问题。从数学意义上说,场是空间中点的坐标(可能还有时间)的函数。例如,在空间某一体积内,如果每一点上温度都确定,我们就说在该体积内存在一个标量温度场。在运动流体中,如果已知每一点上流体流动速度对流体位置的函数关系,就构成了一个矢量速度场。从物理意义上说,各类场都包含一定的物理意义。

所谓电磁场,就是指静止电荷和运动电荷在它们周围空间的效应。描述电磁场的基本物理量有 E 和 B , D 和 H 4 个矢量。 E 和 H 分别被称为电场强度和磁场强度, D 为电位移矢量, B 为磁感应强度。电磁场具有电与磁两个方面,二者紧密联系着。变化的磁场要引起电场,变化的电场也要引起磁场。电场和磁场都不过是统一的电磁场的两个方面。把电磁场分成电场或磁场是相对的,是随条件而异的。

电磁场具有我们通常所认为的“实物”相关的性质。例如:电磁场具有能量与动量,它们都遵循守恒定律。电磁场也具有与其能量相应的质量($m = W/c^2$,其中 W 是能量, c 是真空中光

速)。只是由于它的质量密度极其微小,在实际中我们一般不注意它的这一性质。能量、质量和动量是物质的主要属性。电磁场具备这些属性,说明它也是一种物质。可是电磁场与我们一般所理解的实物又有不同之处。它的质点(光子)的静止质量是零,它没有一定的体积,它没有“不可入性”等。因此我们说电磁场是一种特殊形式的物质。

本书讨论的电磁场是宏观场。当讨论到在包含有实物的区域内的场时,通常我们对于原子范围内的电磁场变化不感兴趣,那是属于场的微观研究问题。我们感兴趣的是对无穷小的体积和时间间隔内场量的空间和时间的统计平均值。麦克斯韦以严谨的数学形式概括了宏观电磁现象的规律,建立了完整的电磁场理论,即通常所称的电磁场基本方程组或麦克斯韦方程组。它是一组描述由给定的电荷和电流所引起的电磁场的方程。实验已充分证实,一切宏观电磁现象都遵循麦克斯韦方程组。电磁场理论所研究的核心问题就是在特定的媒质中,麦克斯韦方程组满足边界条件的解。

1.1.2 源——电荷与电流

电磁场的源是电荷与电流。电荷是建立经典电磁场理论的基础,并且电流就是由电荷的有秩序的移动形成的。

电荷可分为自由电荷和束缚电荷两大类。自由电荷又有内、外之分。内自由电荷就是它们在其中运动的物质的一部分,例如导体中的自由电荷即属此类。外自由电荷是外加于媒质中的自由电荷,例如真空中的电子束或离子束,电子显微镜中的电子束都是外自由电荷的例子。束缚电荷是指电介质在外电场作用下极化后,在电介质内部及其表面出现的宏观附加电荷。我们也把这种由极化引起的束缚电荷称为极化电荷。

根据物质的结构理论,电荷的分布实际上是不连续的,可是当我们考察宏观的电磁现象时,可以把电荷的离散分布近似地用它的连续分布代替而得到令人满意的结果。这样,就可以引入电荷

密度的概念。对于电荷连续地分布于体积 V 内的情况,设位于 r' 处的元体积 $\Delta V'$ 内包含的净电荷是 $\Delta q(r')$,则在该源点的电荷体积密度 ρ 定义为

$$\rho(r') = \lim_{\Delta V' \rightarrow 0} \frac{\Delta q(r')}{\Delta V'} = \frac{dq}{dV'} \quad (1-1)$$

当电荷连续地分布于厚度可以忽略的面积上时,就存在电荷面密度 σ ,它的定义是

$$\sigma(r') = \lim_{\Delta S' \rightarrow 0} \frac{\Delta q(r')}{\Delta S'} = \frac{dq}{dS'} \quad (1-2)$$

同样地,当电荷沿截面积可以忽略的线形区域分布时,就存在电荷线密度 τ ,它的定义是

$$\tau(r') = \lim_{\Delta l' \rightarrow 0} \frac{\Delta q(r')}{\Delta l'} = \frac{dq}{dl'} \quad (1-3)$$

相应地,作不同分布的连续电荷的元电荷 dq 可分别表示成 $\rho dV'$, $\sigma dS'$ 和 $\tau dl'$ 。

相对于电荷的分类,电流的情况更复杂。它们有自由电流、磁化电流和极化电流之分。由自由电荷的有秩序的运动形成的电流称为自由电流。磁化电流是指施加外磁场后,媒质对外呈现磁性,考虑这种影响的等效电流。如果把媒质置于一外加时变电磁场中,则媒质每一原子的正负电荷都将运动,也形成电流,称为极化电流。

电流的分布以矢量表示,在每点该矢量不但有确定的流动强度而且有确定的方向。为方便起见,在电流连续地分布于体积 V 中设想一些电流线,它们处处与电流流动方向相切。让我们考虑一个与电流相垂直的表面。在该面上任何一点的电流密度 \mathbf{J} 应是这样一个矢量,其方向与通过该点的电流线相同,其数值等于在单位时间内穿过该点邻域单位面积的电荷量。从另一方面说,穿过任何表面 S 的电流 I 等于电荷穿过该表面的速率。若 \mathbf{n} 是与 S 的面元 dS 垂直的正方向单位矢量,我们有通过 S 的总电流为

$$I = \int_S \mathbf{J} \cdot \mathbf{n} dS \quad (1-4)$$

这里, \mathbf{J} 称为电流体密度矢量。

我们知道, 电荷的面分布和线分布都是体分布的特例。如果面电荷在其所分布的面上运动而线电荷沿其所分布的线上运动, 就分别形成面电流和线电流。应该指出, 面电流和线电流也是体电流的极限情况。面电流是沿厚度可以忽略不计的表面上流动的电流。相应地电流面密度矢量 \mathbf{K} 的定义是

$$I = \int_l K \sin(\mathbf{K} \wedge d\mathbf{l}) dl \quad (1-5)$$

这里, $\mathbf{K} \wedge d\mathbf{l}$ 是 \mathbf{K} 与 $d\mathbf{l}$ 间的夹角。而线电流则是在截面积可以忽略不计的线中的电流。

1.1.3 电荷守恒和电流连续性

电荷是守恒的, 它既不能产生也不能消灭。在任一时刻存在于一个孤立系统中的正电荷与负电荷的代数和(净电荷)保持恒定。正电荷的产生或消失总是伴随着负电荷的产生和消失。一处电荷的增加只能是由于它处电荷运动过来的; 反之, 一处电荷的减少, 则表明有电荷运动出去。这个事实称为电荷守恒定律。若有电荷流动的空间内任取一闭合曲面 S , 那么单位时间内从 S 面流出去的电流必须等于 S 所包围的体积 V 内单位时间总电荷的减少量, 即

$$\oint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = - \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV = - \int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV$$

根据高斯定理, 有

$$\oint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = \int_V \nabla \cdot \mathbf{J} dV$$

则

$$\int_V (\nabla \cdot \mathbf{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t}) dV = 0$$

因为上式对任意的区域 V 都成立, 所以得

$$\nabla \cdot \mathbf{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (1-6)$$

(1-6)式是电荷守恒定律的数学表达式, 也称为电流连续性方程。它揭示了电流和电荷之间的关系。

在稳恒电流情形下, 电荷分布不随时间变化, 即 $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$, 所以

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (1-7)$$

这就是稳恒电流应满足的条件, 表明稳恒电流没有头和尾, 电流线总是闭合的。

1.2 电磁场的基本方程组

1.2.1 电磁场的基本方程组

在麦克斯韦之前, 人们已熟悉了电磁场现象的一些重要的实验规律(高斯定律、安培定律、法拉第定律和自由磁极不存在), 以及这些规律所概括出来的静电场、稳恒电流磁场的基本规律的表达式, 同时也指明了这些基本方程式的适用范围。但是如何将这些规律加以总结推广, 以便进一步揭示电磁的本质及它们之间的相互关系, 这项意义重大的工作是英国的物理学家麦克斯韦经过多年的努力才完成的。他在 1864 年英国皇家学会宣读的论文“电磁场的动力学理论”中, 就提出了“电磁场的基本方程组”, 现在也称为麦克斯韦方程组, 其微分形式为:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1-8)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1-9)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1-10)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (1-11)$$

这个方程组能够完全地决定由电荷和电流所激发的电磁场的运动