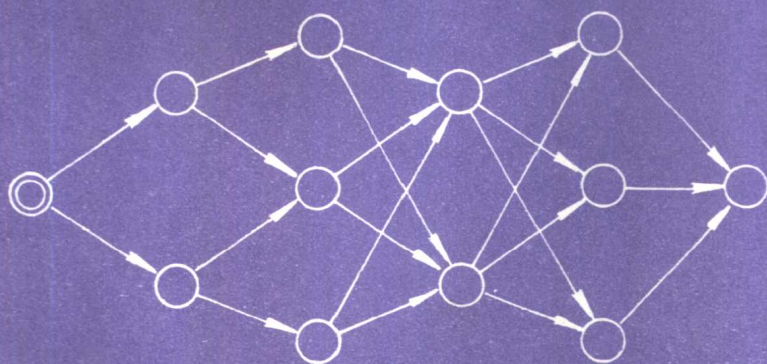


运筹学入门

AN INTRODUCTORY APPROACH TO OPERATIONAL RESEARCH

【美】罗伯特·吉·瑟罗夫 著

薛 华 成 等 译



清华大学出版社

运 筹 学 入 门

[美] 罗伯特·吉·瑟罗夫著

薛 华 成 等 译

王 倬 民 审 校

清 华 大 学 出 版 社

内 容 简 介

本书是介绍管理科学基本原理即运筹技术的一本入门书，全书共分十二章。第一章盈亏平衡分析；第二章库存控制；第三章决策理论；第四章可变需求决策的制定；第五章统筹法；第六章线性规划；第七章运输问题；第八章动态规划；第九章马尔柯夫分析；第十章排队问题；第十一章模拟；第十二章运筹学的现在与未来。

本书不是一本数学类型的书，它虽是美国大学工商管理系二年级的教材，但没有引用过深的数学工具，叙述概念清楚，实例很多。本书可供大学程度的经济管理专业师生阅读，也可供其他技术干部、管理干部和管理培训班学员学习参考。

运 筹 学 入 门

〔美〕罗伯特·吉·瑟罗夫著

薛 华 成 等 译

☆

清华大学出版社出版

北京 清华园

北京海淀区印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

☆

开本：787×1092 1/32 印张：19 1/2 字数：490千字

1984年6月第一版 1984年6月第一次印刷

印数：1~50000

统一书号：15235·107 定价：2.60元

译 序

“运筹学入门”一书是一本针对美国大学工商管理系教学要求所写的书。虽然它是一本大学教科书，但并没有用很高深的数学。它阐述概念清楚、通俗易懂，备有许多习题。尤其可贵的是列举了许多国外企业管理的应用实例，固然国外环境和国内有很多不同，但其解决问题的思路还是有许多可借鉴之处的。

本书由清华大学经济管理系管理信息系统教研组组织翻译，主要译者有 薛华成（绪论，第4、9、10章） 吴峨（第5章） 侯炳辉（第11章） 郝中军（第8、12章） 张金水（第7章） 刘川生（第6章） 梁任秋（附录） 王美华（第1章） 潘省初（第2章） 庞邦选（第3章）

由薛华成负责全稿翻译，王倬民负责全稿校审。

目 录

前言	1
第一篇 运筹学概论	3
运筹学——绪论	3
§ 0-1 运筹学的历史	4
§ 0-2 计算机和运筹学	6
§ 0-3 模型定义	6
§ 0-4 建立模型公式	7
§ 0-5 运筹设计中模型的作用	8
§ 0-6 模型的优点	9
§ 0-7 模型的缺点	10
§ 0-8 运筹学的主要特点	10
§ 0-9 运筹学的定义	15
§ 0-10 本书所包含的定量模型	15
§ 0-11 绪论小结	17
△问题	18
△参考文献	18
第二篇 运筹学模型——代数	19
第一章 盈亏平衡分析	19
§ 1-1 建立盈亏平衡问题公式的要求	20
§ 1-2 建立成本结构	22
§ 1-3 建立销售结构	24
§ 1-4 惯用盈亏平衡分析法	25
§ 1-5 决策盈亏平衡分析	30
§ 1-6 本章小结	37
△问题	37
△模型公式练习题	37
△数学练习题	38
△参考文献	41
第二章 库存控制模型	42
§ 2-1 建立库存问题公式的必要条件	43
§ 2-2 平均库存的概念	45
§ 2-3 确定经济定货量的方法	45
§ 2-4 经济定货量诺模图	48
§ 2-5 经济定货量和计算机	48
§ 2-6 最佳年定货次数	50

§ 2-7	每次定货的最佳供应天数	51
§ 2-8	每次定货的最佳总金额	52
§ 2-9	数量折扣	53
§ 2-10	重新定货点与安全(缓冲)库存	56
§ 2-11	经济定货量用于生产	58
§ 2-12	本章小结	63
△问题		63
△模型公式练习题		63
△数学练习题		63
△参考文献		67
第三篇 运筹学模型——概率与统计		69
第三章 决策理论		69
§ 3-1	建立决策理论问题公式的要求	70
§ 3-2	概率术语	71
§ 3-3	统计独立性	72
§ 3-4	统计相关性	74
§ 3-5	统计独立性和统计相关性之间的关系	77
§ 3-6	概率的修正	79
§ 3-7	最佳判据的选择	81
§ 3-8	决策树	87
§ 3-9	本章小结	90
△问题		90
△模型公式练习题		91
△数学练习题		91
△参考文献		95
第四章 可变需求决策		97
§ 4-1	可变需求决策的要求	98
§ 4-2	离散概率分布	98
§ 4-3	方法 1——条件利润法	99
§ 4-4	方法 2——条件损失法	101
§ 4-5	方法 3——边沿分析法	103
§ 4-6	方法 4——另一种边沿分析法	105
§ 4-7	连续概率分布	106
§ 4-8	本章小结	110
△问题		110
△模型公式练习		110
△数学练习题		111
△参考文献		114
第五章 PERT/时间和 PERT/费用		115

§5-1	将工序进度表转换为 PERT 网络的要求	116
§5-2	PERT/时间 (时间统筹法)	117
§5-3	PERT/时间问题	117
§5-4	计算机PERT/时间软件包	123
§5-5	PERT/费用 (费用统筹法)	124
§5-6	PERT/费用问题	125
§5-7	计算机PERT/费用软件包	128
§5-8	完成 PERT 计划的概率	128
§5-9	PERT优点	129
§5-10	PERT缺点	130
§5-11	使用PERT的费用	130
§5-12	本章小结	131
△问题		131
△模型公式练习题		131
△数学练习题		132
△参考文献		135
第四篇 运筹学模型——矩阵代数		137
第六章 线性规划——图解法和单纯形法		137
§6-1	建立线性规划问题公式的要求	138
§6-2	线性规划问题的图解法	139
§6-3	单纯型法——求最大值问题	144
§6-4	单纯型法——求最小值问题	153
§6-5	线性规划法的优点	159
§6-6	线性规划法的几点注意事项	163
§6-7	本章小结	164
△问题		164
△模型公式练习题		164
△数学练习题		165
△参考文献		167
第七章 运输方法		169
§7-1	建立运输问题公式的要求	170
§7-2	阶石法——利用西北角法则和观察法	170
§7-3	退化	176
§7-4	线性规划的单纯形法	178
§7-5	向机器分派任务	181
§7-6	本章小结	184
△问题		184
△模型公式练习题		184
△数学练习题		185

△参考文献·····	186
第八章 动态规划 ·····	190
§ 8-1 用公式表达一个动态规划问题的要求·····	191
§ 8-2 生产平稳与库存控制问题·····	192
§ 8-3 向不同市场区域分配推销员问题·····	194
§ 8-4 不确定情况下的采购问题·····	198
§ 8-5 动态规划与线性规划的区别·····	200
§ 8-6 本章小结·····	200
△问题·····	201
△模型公式练习题·····	201
△数学练习题·····	201
△参考文献·····	203
第九章 马尔柯夫分析 ·····	205
§ 9-1 用公式表达马尔柯夫分析问题的要求·····	206
§ 9-2 过程 1——导出转移概率矩阵·····	206
§ 9-3 过程 2——计算将来可能的市场分享率·····	208
§ 9-4 过程 3——确定平衡条件·····	211
§ 9-5 可能的市场分享率——高阶·····	218
§ 9-6 本章小结·····	219
△问题·····	219
△模型公式练习题·····	220
△数学练习题·····	220
△参考文献·····	222
第五篇 运筹学模型——模拟技术 ·····	223
第十章 排队模型 ·····	223
§ 10-1 建立排队问题公式的要求·····	224
§ 10-2 均匀到达和服务时间的排队方法·····	225
§ 10-3 单通道排队模型·····	225
§ 10-4 具有指数服务时间的单通道普阿松到达·····	226
§ 10-5 单通道最小费用服务率·····	228
§ 10-6 蒙特卡洛(随机)排队法·····	229
§ 10-7 用随机数的单通道蒙特卡洛法·····	230
§ 10-8 用随机数的多通道蒙特卡洛法·····	232
§ 10-9 本章小结·····	236
△问题·····	236
△模型公式练习题·····	236
△数学练习题·····	236
△参考文献·····	239
第十一章 模拟 ·····	240

§ 11-1 建立模拟问题公式的要求	241
§ 11-2 运筹对策法	242
§ 11-3 蒙特卡洛法	245
§ 11-4 系统模拟法	245
§ 11-5 模拟的系统计算机方法	246
§ 11-6 改进装配线作业	247
§ 11-7 确定维修力量的规模	248
§ 11-8 确定产品库存量	252
§ 11-9 使总库存费用最小	253
§ 11-10 本章小结	255
△问题	255
△模型公式练习题	255
△数学练习题	256
△参考文献	259
第六篇 运筹学的未来	261
第十二章 运筹学——现在和未来	261
§ 12-1 整数规划	262
§ 12-2 非线性规划	263
§ 12-3 目标规划	264
§ 12-4 冒险分析	265
§ 12-5 试探性规划	267
§ 12-6 行为模型	271
§ 12-7 当前的运筹学	272
§ 12-8 未来的运筹学	273
§ 12-9 结论	274
△问题	274
△参考文献	275
附录	277
A 矢量、矩阵和行列式	277
B 用微积分计算所选用的运筹学模型	292
C 曲线下的面积	297
D 随机数表	298
E 数学练习题答案	299

前 言

本书许多内容取自瑟罗夫和克立卡姆甫的成功著作《运筹决策》第二版 (Decision Making Through Operations Research 2nd Edition, by Robert J. Thierauf and Robert J. Klekamp, Wiley/Hamilton, 1975), 但也有它自身的特色。它是专为满足讲授运筹学初级教程教师的需要而写的。主要介绍运筹学 (OR) 的基本技术, 同时也说明建立具体运筹模型公式的主要要求, 导出初级运筹学入门的“模型公式”。

本书内容适合大学工商管理专业的学生, 为此目的, 它力求使学生在学习运筹学过程中如同在典型管理机构中实习一样, 每一章都包含有这样的特点。如:

- * 学习本章的目的, 同时给出本章纲要。
- * 为建立解决具体工商管理问题的运筹模型公式需要的条件。
- * 运筹模型在具体工商管理问题上的应用。
- * 对包含在一个具体运筹模型中的运筹学方法或步骤进行总结。
- * 章末有问题、模型公式练习题和数学练习题, 并附有答案 (见附录 E)。

这些内容安排对由于班次太多而时间有限的教师也是有帮助的。

本书结构遵循综合处理标准运筹技术的逻辑系统来安排。第一篇重点放在运筹学概貌和模型公式的一般概念上。第二篇介绍惯用的工商管理工具: 即盈亏平衡和库存, 它们都是在代数的基础上求解。决策理论, 单变量需求决策, 和 PERT (计划评审技术 Program Evaluation and Review Technique) 模型, 这些都要用到概率和统计, 所以放在第三篇。在线性规划, 运输方法, 动态规划和马尔科夫分析中都用到矩阵代数的基础数学, 所以作为第四篇。由于模拟技术的重要性, 第五篇将介绍排队论和模拟模型。最后在第六篇将介绍高级运筹学论题与现在和未来运筹学的方向。

另外矢量基础、矩阵和行列式, 以及对本书所提到的库存和排队模型中使用的微积分方法, 可以在附录 B 中找到。这样安排使所要求的数学知识水平逐章提高。

本书供大学四分之一学期或一学期课程之用, 用不用微积分都可以, 由于各章内容是独立的, 所以省去其中某些章也不影响全课程的完整性, 这允许在突出重点上有很大的灵活性。书中有些问题在批处理模块中也可在时间分享模块中用计算机求解。

感谢许多曾经帮助我拟定这个计划的人。

罗伯特·吉·瑟罗夫

于哈佛大学

第一篇 运筹学概论

运筹学—绪论

绪论目的

- * 介绍运筹学的历史和它与计算机的关系。
- * 提出一种列出标准的和专门定作的OR（运筹）模型的方法。
- * 考查运筹学的主要特点并作为定义它的方法。
- * 阐述进行（和解决）运筹设计的计划方法的六个步骤。
- * 本文的其余部分。观察运筹学者使用的标准“商业工具”给出阶段步骤。

绪论提要

\$0-1 运筹学的历史

\$0-2 计算机和运筹学

\$0-3 模型定义

\$0-4 建立模型公式

\$0-5 运筹设计中模型的作用

\$0-6 模型的优点

\$0-7 模型的缺点

\$0-8 运筹学的主要特点

\$0-9 运筹学的定义

\$0-10本书所包含的定量模型

\$0-11绪论小结

△问题

△参考文献

在现代商业和政府管理中，管理者需要大量的助手以应付他们事务的复杂性。没有帮助，人的头脑不可能承担起包含在各种事物中的种种复杂事务，诸如发展一个导弹、建立一个大的办公大楼、生产顾客需要的完全不同的上百种产品的企业运行等。在安排任务、定货供应、库存管理、商订合同、雇用劳力、制定货价以及规划生产设备中都需要大量的决策。尤其是管理者常被一些不确定因素所约束，例如，顾客的喜好难测，经济预测和研究发展的玄妙性等。他们经常主要靠主观臆断和直觉来行动，而不知道他们所作的决策是否是最好的。

近几年来，运筹人员已向管理者指出如何避免决策中的一些混乱。他们发展了各种数学或运筹技术（OR），用以评价行动的可能趋向。这些技术中，有些很适用于所有因素完全知道或可预计但又太复杂、人的头脑无法作出完全合理决策的情况。另一些技术用来对付“风险”机会——可以根据过去的经验精确地测量出或计算出它的数值。还有一些技术牵涉到“不确定性”（运筹人员将它和风险区分开）——顶好情况下也只能作粗略估计的

机会,因为它取决于管理者不能控制的未来事件。无论这些运筹技术怎样取向,其焦点都是改善管理者最终决策的质量。

虽然本书致力于以运筹学为根据的标准“商业工具”,但这最初部分可作为运筹学的引论。这部分首先将叙述运筹学的历史和建立模型的基本概念。其次,列举运筹学的主要特点,接着给出了运筹学的定义,并对本书所涉及到的定量模型也给以简单说明。基本上,绪论的目的是帮助读者把本书中其余部分所述建立具体运筹学模型公式的要求和建立模型的本质相联系起来。

§ 0-1 运筹学的历史

很难说出运筹学正式开始的标记。很多早期先驱者所做的工作现在也可以把它看成是运筹学。早在1914年英国人兰彻斯特(F.W.Lanchester)曾发表过关于人力和火力的优势与胜利之间的理论关系的文章。在美国,第一次世界大战期间,给了托马斯·爱迪生(Thomas Edison)一个任务:找出商船运行策略,使它能最有效地减少敌人潜艇对商船的损害。为了代替在实战条件下冒风险的船只,他用了一个“战术对策板”来求解。大约与此同时(在二十世纪一十年代后期)一个在哥本哈根电话公司工作的丹麦工程师爱尔朗(A.K.Erlang)正在进行关于自动拨号设备对电话需求影响的实验,他的工作是今天用于排队理论的数学模型的基础。

在二十世纪三十年代,荷雷斯·列文生(Horace C. Levenson)将复杂的数学模型应用于大量的数据,不然这些数据就难以全部处理。他的最有趣的也是最有名的研究工作之一是对一个小订货商店顾客拒收函购包裹的研究。拒收率大约是总销售额的30%。两种类型货物最常被拒收,一种是较贵的定货,另一种是发货迟于定货后五天的货物。平均说来,定货迟过五天就无利可图。用这些数据,邮购公司能很容易地对拒付费用和较高的快发费用进行比较,从而确定最佳发货量。

一、军事运筹学

1937年,英国科学家被请去帮助军队运用新发展的雷达以确定敌机的位置。1939年9月工作于此问题的不同方面的科学家都被集中到英国皇家空军战斗机指挥总部。这个组被看成第一个运筹学组的核心。它逐步的扩展业务范围,甚至超过了原来的雷达和与它构成整体的地面观察站的任务。

这个组成立后不久便和防空司令部研究组合并到一起研究空防目标问题(1940年9月)。杰出的英国的物理学家布莱开特(P.M.S. Blackett)领导这个组,他们研究野外火炮控制设备的效能,尤其是它在实战中的应用。这个组的头两名成员是生物学家,其次两个成员是理论物理学家,还有一个天体物理学家,一个军官和一个前任的测量员。这个组以后又补充了第三个生物学家、一个一般物理学家和两个数学家。他们成为有名的布莱开特组(Blackett's Circus)^①。这个由十一位科学家组成的小组专业面很广,它进一步发展并分

① J.G.Crowther and R.Whiddington: "Science at War", London Her Majesty's Stationery Office, 1947. P. 96.

为一个陆军组和一个海军组，结果使战争初期（1941年）在英国所有军队中都有一个运筹学组从事军事研究。由于最初的研究是致力于雷达的运行，并由雷达研究科学家所实现，从此，在英国把这种类型的科学活动叫“运筹学”（Operational Research）。

在美国，罗伯特·华生——华特（Sir Robert Watson——Watt）推荐把运筹学引入到陆军和海军的各个部门。到1942年4月已作出引入高水平运筹学的决策并予以实现。最初研究的问题是雷达和旨在减少受敌方潜艇损害的商船海运的问题。在美国空军中，这被称为“运行分析”，而在美国陆军和海军中叫“运行研究和运行评价”^①。这种类型的活动在第二次世界大战期间在加拿大和法国也有增长。

二、工商业务运筹学

第二次世界大战后，英国由于工业国有化和要重建大部分国家工业机构，产生了新型的管理问题，要求新的方法。这些要求由转而搞政府和工业问题的运筹学专家去解决。由于英国管理者希望试用一种新方法——运筹学来提高生产率和利润，过去从不在英国流行的管理咨询业务也受欢迎了。

战后几年，大多数实行运筹学的英国工业只有少数人在从事这方面工作。然而，在二十世纪五十年代后半期，出现了一个快速增长。原有的运筹学组扩大了，以应付他们本公司内大量增长的需求。其他公司也很快进入运筹活动。英国运筹学的特点是有许多大的运筹学组。联合钢铁公司运筹组超过100人，国家煤炭局大约有100人，美国钢铁研究协会、英国石油公司和理查得托马斯·贝尔丁公司（Richard Thomas & Baldwin）均有50多个运筹学人员^②。许多中等规模公司也有几个人在从事运筹工作。很难举出一个没有用运筹学的工业类型。在英国，运筹学在工商业和政府部门已得到一个牢固的立足点，用来解决困难和复杂的问题。

在美国，运筹学“Operations research”〔这个词是1940年在美国由麦克洛斯基和屈番余（McCloskey and Trefethen）所首创〕走向稍稍不同的方向：在战争结束时军事研究增加，运筹学人员继续留在军队，事实上还增加了许多；工业和政府也受了他们在英国的同行同样的刺激。最初，工业和政府对运筹学比较冷淡，直到一九五〇年运筹学才被美国工业认真采用。

当电子计算机在政府和工业中出现时，美国开始进入自动化的第二次工业革命，（第一次工业革命用机器替代了人力）。在二十世纪五十年代，电子计算机表现了新的能力这就大大超过了管理者现有的方法。曾在军事运筹学中花费了十年时间的运筹学人员，很快采用电子计算机作为基本工具。随着越来越有应用电子计算机的方法的发展，运筹学的扩展加快了。随着计算机的出现和运筹学的发展，工业管理者和运筹工作者在一起工作的情况迅速增长。

在此期间（二十世纪五十年代），线性规划给了工业运筹学一个重要的支援。这个技术基本是把线性代数用于资源分配，已用于许多工业。它使运筹人员向许多工业公司的大门

● Sir R. Watson-Watt, "Three Steps to Victory", London Odhams Press, 1959, P. 204

● R.L. Ackoff and R. Rivett A Manager's "Guide to Operations Research", New York, John Wiley and Sons, 1963, P. 8.

迈进了一步。许多过去仅为运筹人员懂得的技术，如PERT（计划评审技术）和模拟，今天已被广泛应用。概率和统计，作为运筹学中任何一项工作的基础，引入了置信限和属性概率的概念替代了简单的平均值。这些与运筹学伴生的各种技术构成了本书主题的基础。

纵使有大量的运筹学人员转向工业，在军事上运筹学通过军事合同仍很兴旺。国防部逐渐转向武器系统、管理概念和采用合同要求等，这些都应用了运筹学。防卫研究和发展基金刺激了“思想工厂”和“高级研究计划”的增长，创造了对运筹学和系统分析的扩大需求。这样，运筹学又成为战争预算及合同的一个关键工具。

一九五一年在克里夫兰的技术案例研究所举行了美国第一届工业运筹学会议，由于几乎没有从事工业研究的代表，所以还是依赖于军事研究。今天，500个最大公司中的大部分都从运筹学中获利。美国 and 国外已组成了几个学会，从而使运筹学专家聚集一堂。这些学会包括英国运筹学会（成立于1950年），美国运筹学会（1952），管理科学研究所（1953），美国决策科学研究所（1969）。美国和联合王国的教育学院把运筹学列为进一步学习课程的一部分。今天，运筹学不仅在美英，而且在欧洲、澳大利亚、印度、日本和以色列都被广泛地应用和传授。

§ 0-2 计算机和运筹学

简单讨论一下运筹学和计算机的紧密关系以结束运筹学的历史概述是合适的。前面，我们已经说过，计算机是运筹学发展的基本因素。部分的原因是因为对任何实际问题没有现代计算机用来产生最终结果，大多数运筹技术是完全不能实现的。大多数大规模运筹技术的应用只需一个计算机几分钟的时间而用人工则要几周、数月甚至几年。更为重要的是计算机能快速利用某些类型的管理信息，没有这些信息许多运筹设计是没有意义的。运筹专家很难举出完全不靠计算机做工具的应用例子。

毫无疑问，计算机是运筹学的不可分割的部分和不可缺少的工具，并且计算机方法和运筹方法是并行发展的。今天，大多数运筹人员的计算机知识均能达到编写所要求的运筹计算机程序的水平。预计，在下一个十年，运筹学和计算机方法的分界线将会消失，并将脱离各自原来的领域，组合成更通用更广泛的管理科学的形式。

§ 0-3 模型定义

运筹学广泛应用数学模型。通常，一个模型被定义为一件实际事物或情况的代表或抽象。它根据因果显示出行动和反应的关系（直接或间接的）和内部关系。因此一个模型是一个现实的抽象，它可能表现得比现实本身更简单。一个完整的模型必须能够反映出实际事物中所要研究方面的特征。

建立模型的一个基本理由是去揭晓那些重要的或有关的变量。揭晓有关的变量是和研究变量间存在的关系密切相连的。定量技术，如统计和模拟，被用来研究这些关系。本书前后所提到的许多模型，将描绘出变量和其他对解决商业问题被认为是重要的因数间的明显关系和相互影响。

§ 0-4 建立模型公式

定义了模型是什么以后，我们现在可以列出一个运筹学的一般模型，它将代表一个要研究的系统。运筹学模型取如下形式：

$$P = (C_1, C_2, \dots, C_n; u_1, u_2, \dots, u_n)$$

那里， P = 系统的性能或有效性的客观量度（目标函数）

$C_1, C_2, \dots, C_n$ = 受到控制的系统变量（可控或决策变量）

$u_1, u_2, \dots, u_n$ = 不受控制的系统变量（不可控或环境变量。）

为举例说明上述一般运筹学模型，让我们讨论在拥挤高峰时收税桥前的车辆交通流问题。 P 表示在高峰时司机在税棚所经历的平均延时。 C_s 是可控变量，和税棚的管理有关， C_1 表示棚数， C_2 表示自动收集机数，……。 u_s 是不受管理控制的变量， u_1 是在高峰时到达税桥的小轿车平均数； u_2 是小轿车、卡车、公共汽车的混合比，等等。根据这些因数，问题是要使在受到约束的情况下司机的平均延迟时间最小。这些约束包括棚的适用性，棚的能力，值班人员，及可用来为税桥服务的基金等。这样，最优解要在这问题的参数范围内找到。这个一般模型（或任何其他运筹模型）其建立过程分三个阶段，它们是：

数据分析；

模型的设计；

模型的生效。

现分别叙述如下：

一、数据分析

第一阶段（数据分析）主要关心的是定义问题的参数——包括目标、变量、约束、假设事件和其他对建立数学模型被认为是重要的因素。基本上，这些数据是问题中主要信息的综合。在上面的一般运筹模型中，系统的目标（总体性能， P ）是该系统的一组可控或决策变量 C_n 和一组不可控或环境变量 u_n 的函数。

在一项运筹研究中，或许最困难的是设计系统性能的合适的量度。因为这个量度必须反映每一个管理决策中的许多目标的相对重要性。这些目标分属两类：

卡住价值的东西（使输入最小、消耗等）

获得价值的东西（使输出最大、收益等）

这些东西可能是资源（如时间、金钱、或能量）或系统状态（如市场分享率，公共承兑或经济活动）。一旦一个模型建起，一个使性能量度最佳化的解即可找到。为了获得这样的解要寻找那些使性能最大或最小的可控变量的值，这本身又把可控变量的最佳值与不可控变量连系起来。

对问题中变量值的限制，通常叫约束（Constraints），可以表示成一个等式或不等式的补充集合。在实际的工商业情况中，不讨论控制变量的负值，这是因为你要么生产，要么不生产，总不可能生产负的；相似地，你要么花钱，要么不花，不应花负的。另一个例子是投资分配，分配给各部门的投资不可能超过总投资。这些约束用一组补充等式或应用大于或小于条件的不等式表示。还有，经常需要在问题中设立一些假设，如某种通货膨胀率。

二、模型设计

第二阶段（模型设计），根据数据分析阶段列出的参数来构造运筹模型。在构造一个数学模型以前，必须回答关于任务的一些问题，（见图 0-1）。然而，一旦重要的参数被选出，组合或分解他们的元素就很方便了。例如，接收费用是原材料采购和运输费的组合。当每一个元素定下来后，下步就是指定一个符号表示每一个元素，至少用一个符号表示有效性（或无效性）的测量。建立单个或一组方程用来表示系统或过程的有效性。最后的公式是一个符号的或数学的模型，使我们能评价由于改变问题约束中的某些元素所造成的结果。而且，这个公式是下一阶段（使模型生效）的基础。

1. 性能或有效性的客观量度是什么？即，我们如何表示问题的解？例如：用所节省的钱、销售数量，生产品种、最低成本、最高贡献等。
2. 在我们控制下的因素（可控或决策变量）是什么？即，我们能对问题的哪些方面做些工作？例如，销售价格，所制造的产品数量、成本状况、销售员数量等。
3. 不在我们控制下的因素（不可控或环境变量）是什么？即，对问题的哪些方面我们必须按所给出的那样接受？例如：经济活动的水平；竞争价格，顾客的需求，顾客的分布等。
4. 这些因素（可控的和不可控的）和目标的关系是什么？同样，其他因素（约束、假设等）和目标的关系是什么？即，这些关系能否表示成数学形式以组成一个问题的模型？

图 0-1 在数学模型建立前，必须回答的四个问题

在模型设计阶段必须指出的最后一点是：只要有可能，就要收集由于模型参数变化引起的模型性能变化的信息。当参数不能被准确确定时我们尤其需要通常叫作“灵敏度分析”的方法。灵敏度分析可以定义为这样一种方法，它观察当系统地改变每一因素时输出的变化，以确定每一因素对模型性能的影响。这种分析能使模型的设计容易进行并能帮助我们确定进一步简化模型的合适机会。

三、模型的生效

由于大多数运筹模型是面向计算机的，第三阶段（模型的生效）集中于模型程序的编制和调试。编制程序的逻辑要考虑得正确，使在开始用模型作实验以前，模型的各结构成分能被证实是正确的。当运筹学软件包是由计算机制造厂提供时通常就没有必要检验这些软件包的正确性了。

§ 0-5 运筹设计中模型的作用

在一个运筹设计中第一个模型的设计实际上仅是一个较大过程的一部分，如图0-2。评价一个成功的模型通常循着这个长过程进行。第一个模型常常目标很宽。事实上，它可能离要求相差太远，以致于运筹人员想把它全部厌弃。然而，让其他运筹人员重新看一下，