

化工与通用机械参考资料

泵的强度计算

55.2

一九七六年

化工与通用机械参考资料

泵的强度计算

1976年8月

编辑

出版

发行

制版

印刷

合肥通用机械研究所

北京制版厂

北京印刷二厂

工本费：1.50元

毛主席语录

世上无难事，只要肯登攀。

什么“三项指示为纲”，安定团结不是不要阶级斗争，阶级斗争是纲，其余都是目。

中国人民有志气，有能力，一定要在不远的将来，赶上和超过世界先进水平。

在生产斗争和科学实验范围内，人类总是不断发展的，自然界也总是不断发展的，永远不会停止在一个水平上。因此，人类总得不断地总结经验，有所发现，有所发明，有所创造，有所前进。

前 言

随着泵制造业向高温、高压、高速和大型化发展，泵零件的强度计算问题，正逐渐被人们所重视。但是，由于泵零件形状复杂和在这方面的试验研究不多，至今泵的强度计算，还不能像其它机器那样，有比较成熟的计算方法。为此，我们选择近期一些书刊中有关系强度计算的章节，译成本集。其中包括泵体、转子、联接螺栓、以及临界转速等的计算。

本集可作为泵强度计算方面的参考资料。

由于水平所限，译文中错误与不当之处，敬请批评指正。

译 者

甘 肃 工 业 大 学 关醒凡

合 肥 通 用 机 械 研 究 所 姚兆生

一 九 七 六 年 八 月

目 录

一

1. 概 述.....	(1)
2. 双层壳体泵的外壳.....	(1)
3. 内泵体中段上的应力计算和试验研究.....	(8)
4. 压出盖的螺栓和密封垫片的计算.....	(13)
5. 压出盖的应力状态.....	(23)
6. 吸入和压出法兰的强度计算.....	(27)
7. 节段式泵壳体零件的强度计算.....	(32)
8. 节段式泵的温度变形.....	(38)

二

1. 蜗壳强度计算.....	(42)
2. 可拆壳体的螺栓计算.....	(43)
3. 多级泵中段强度校核计算.....	(44)
4. 穿杠强度计算.....	(45)
5. 双壳泵外壳体强度计算.....	(47)
6. 压出盖强度计算.....	(48)
7. 法兰联接和静止密封接缝.....	(50)
8. 转子临界转速的确定.....	(55)
9. 泵轴的静强度和耐久性计算.....	(60)
10. 叶轮强度计算.....	(62)
11. 平衡盘的强度计算.....	(65)

三

轴流泵叶轮的强度计算.....	(69)
-----------------	--------

四

1. 转子的振动.....	(77)
2. 单质量转子的临界转速.....	(78)
3. 轴的临界转速.....	(78)
4. 立式单质量转子的临界转速.....	(79)
5. 支承的柔度.....	(80)
6. 阻力的影响.....	(83)

7. 滑动轴承中转子的振动.....	(88)
8. 滚动轴承中转子的振动.....	(90)
9. 双刚度轴.....	(92)
10. 圆盘的回转效应.....	(93)
11. 影响轴临界转速的其它因素.....	(97)
12. 离心泵转子动力稳定性.....	(101)
13. 带单缝隙密封的对称转子.....	(101)
14. 稳定转子的一些方法.....	(103)
15. 多级离心泵转子临界转速的计算.....	(106)
16. 给水泵转子临界转速的计算.....	(114)

五

1. 壳体.....	(124)
2. 叶轮和转子.....	(128)
3. 轴和临界转速.....	(132)
4. 轴 承.....	(137)
5. 填料箱和轴封.....	(139)
6. 振 动.....	(140)

六

倾斜衬垫推力轴承的新算法.....	(145)
-------------------	---------

七

图表法确定转子的临界转速.....	(149)
-------------------	---------

八

悬臂轴的临界转速.....	(153)
---------------	---------

九

原子能反应堆用泵的强度计算.....	(157)
--------------------	---------

十

容器的可拆联接计算.....	(169)
----------------	---------

1. 概 述

现代高压离心泵的主要零部件，受着很大的静载荷和动载荷的作用。鉴于对泵的可靠性提出了很高的要求，所以在泵零件上发生的实际应力，即使在最繁重的工作条件下，也不得超过允许值。在某些情况下，刚度问题具有很重要的意义，因为变形的绝对值虽然不大，但可能使过流部分的间隙，引起很大的变化，通常伴有激烈的振动，至使泵不能正常运转。因此，对高压泵要精确地计算应力和变形。

一般情况，按允许的应力值，进行强度计算。但在个别情况下，根据某些不均匀载荷零件承载性能的试验资料，允许零件上的局部应力，相当程度地超过材料的屈服极限。

在泵制造中，所用的计算方法，只是引用弹性理论的现成结果，计算具体零件。本文不详细推导这些计算公式，因为这些内容不难在很多专门文献中找到。主要注意力放在选择最接近实际的计算原理和选择最简单而又能保证必要的精度的计算方法上。

在很多时候，用比较理论计算和实际测量结果，评价计算原理和计算方法的精度。

通常，是以试验模型为基础设计新泵，这种情况，只限于作强度的校核计算。而且，对一些形状很复杂的零件，根据强度条件推得的选择尺寸的公式，不是过于烦琐，就是精度不够。

离心泵零件静力和动力强度的某些重要问题，至今还没有解决。例如，多次的在导叶进口边缘发现疲劳破坏（破坏的形状如图1）。这种破坏有时能引起严重的事故。

由于绕流不良，尤其是在部分工况下，在叶片表面上产生压力脉动，是造成这种破坏现象的原因。然而，这种脉动液流的频率和振幅，还不能很成功地计算出来，所以也就不能计算叶片的动力强度。

除此之外，出现了必须解决的空气动力弹性问题，就是液流作用在叶片上的力，和叶片的弹性变形有关。因此，要分析在这种情况下发生的现象，必须同时解弹性理论方程和流体力学方程。

在计算诱导轮叶片时，也出现类似的问题。采用诱导轮的目的，是为了提高泵的吸入性能。

本文推荐的强度计算方法，附以高压给水泵零件的计算例题，加以说明。同时，给出了泵制造中采用的强度安全系数值。

2. 双层壳体泵的外壳

外壳（图2）是一个有不同壁厚的圆筒，端部用盖封住。其中，在吸入盖和内壳间的腔内，作用着吸入压力 p_1 ；在外壳其它部分和压出盖及内壳形成的腔内，作用着排出压力 p_2 。

作用在内壳上的力 Q_0 ，是由排出和吸入的压力差形成的。这个力由金属垫片承受，并以均布载荷 q_0 的形式沿圆周 d 传递到外壳上。力 Q_0 由作用在排出盖上的力 Q_H 来平衡。因为载荷 q_0 相对外筒中间面有偏离，所以在外壳断面 A-A 上，作用着分布弯矩 M_0 。

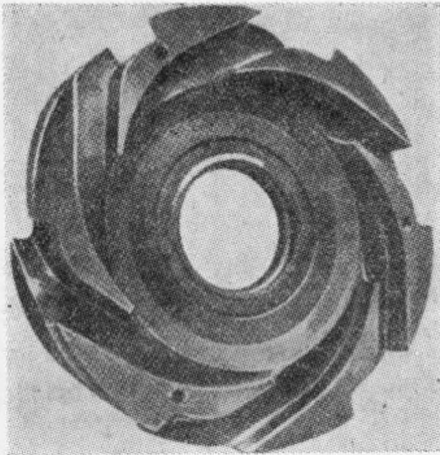


图1 导叶的破坏形状

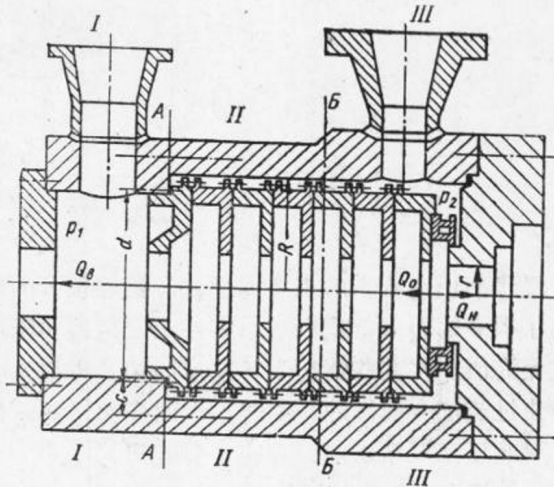


图2 双层泵体的纵剖面图

考虑边界效应，确定厚壁筒应力状态的问题，没有很好地解决。因而，只限于应用已充分研究过的薄壁筒(薄壳)理论。在薄壁筒中，忽略作用在平行其中间面的面积上的法向应力。这样，就用两轴应力代替了三轴应力的作用状态。用这种方法，计算应力的误差，和 h_i/R_i 与 1 的比值有关 (h_i ——壁厚， R_i ——第 i 段的平均半径)。

力的要素和应力 图3中，表示具有轴对称载荷的圆筒壳体内，均匀作用的基元法向应力与切向应力，在两个相互垂直面上的正方向。

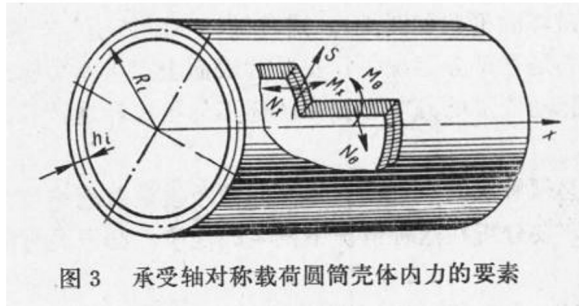


图3 承受轴对称载荷圆筒壳体内力的要素

其中：

N_x ——轴向法向拉应力或压应力；

N_θ ——圆周方向法向拉应力或压应力；

M_x ——横断面内的弯矩；

M_θ ——纵断面内的弯矩；

S ——横断面内的径向切力。

上述力和力矩取单位长度上的值，同时和中间面上点的径向变形 w 联系起来得：

$$\begin{aligned}
 S &= D \frac{d^3 w}{dx^3} ; & N_\theta &= Eh \frac{w}{\alpha} + \mu N_x ; \\
 M_x &= D \frac{d^2 w}{dx^2} ; & M_\theta &= \mu D \frac{d^2 w}{dx^2} = \mu M_x . & (1)
 \end{aligned}$$

式中 E —— 弹性模数;
 μ —— 波桑系数;
 D —— 圆柱刚度;

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}. \quad (2)$$

分布力 N_x 和径向变形无关, 它由作用在壳体端部的轴向力 Q 确定:

$$N_x = \frac{Q}{2\pi R_1} \quad (3)$$

应力用下列公式确定:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{N_x}{h} - \frac{12M_x}{h^3} Z \\ \tau_x &= \frac{Q}{h} \left(\frac{3}{2} - 6 \frac{Z^2}{h^2} \right) \\ \sigma_\theta &= \frac{N_\theta}{h} - \frac{12M_\theta}{h^3} Z \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中 σ_x —— 横断面上的法向应力 (图 4 a);
 τ_x —— 横断面上的切向应力 (图 4 a);
 σ_θ —— 纵断面上的法向应力 (图 4 b)。

一般地讲, 切向应力小于法向应力, 而且, 在内或外表面 $Z = \pm \frac{h}{2}$ 上出现最大载荷点。

根据圆筒不同壁厚各段的变形一致性条件, 求计算应力所必须的力和力矩 (图 5):

$$\left. \begin{aligned} w_{12} &= w_{21} & \frac{dw_{12}}{dx} &= - \frac{dw_{21}}{dx} \\ w_{22} &= w_{31} & \frac{dw_{22}}{dx} &= - \frac{dw_{31}}{dx} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中 w_{i1} —— 径向变形;

$\frac{dw_{i1}}{dx}$ —— 内力要素和外力作用下, i 段左端的角变形。

比利开尔^[1]研究了各种基本载荷下, 圆筒壳体的变形值, 认为复杂载荷下的变形, 用每种形式载荷单独作用下, 所得变形叠加的方法确定。

如果圆筒壳体段的长度满足下面条件:

$$l \geq 2.4\sqrt{Rh} \quad (6)$$

可以忽略此段一端的载荷对另一端应力状态的影响, 并且称此段为「长圆筒」。

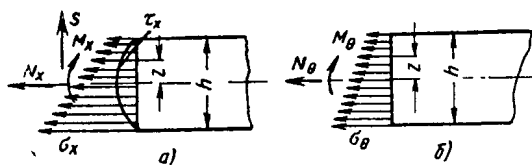


图 4 圆筒壳体内的力和应力
 a — 在横断面内; b — 在纵断面内

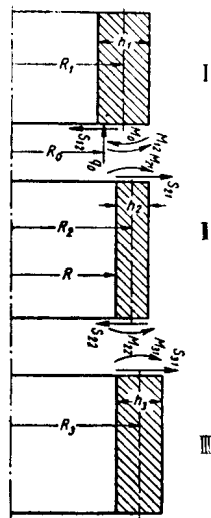


图 5 外壳的计算图

下一步，研究系的外壳，（见图 2）。外壳的第 II 段可以看作是长圆筒。在这种情况下，I 段在断面 A-A 上的变形，可用三种载荷变形叠加来求得（图 6 a—b），而第 II 段在这个断面的变形，是图 6 r—e 所示的三种形式载荷作用下变形的叠加。

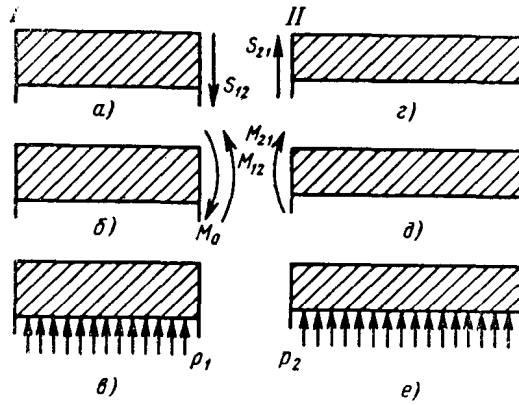


图 6 基本载荷

a、b 和 c —— 壳体第 I 段；
r、II 和 e —— 壳体第 II 段

下面列出每种形式载荷在断面 A-A 造成的挠度和转角：

$$\left. \begin{aligned} w_1^{(a)} &= \varphi_1 \frac{S}{D_1 \beta_1^3}; & \frac{dw_1^{(a)}}{dx} &= -\psi_1 \frac{S}{D_1 \beta_1^2} \\ w_1^{(b)} &= \varphi_{12} \frac{M - M_0}{D_1 \beta_1^2}; & \frac{dw_1^{(b)}}{dx} &= -\psi_{12} \frac{M - M_0}{D_1 \beta_1} \\ w_1^{(c)} &= \frac{p_1 R_1^2}{E h_1}; & \frac{dw_1^{(c)}}{dx} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} w_2^{(a)} &= -0.5 \frac{S}{D_2 \beta_2^3}; & \frac{dw_2^{(a)}}{dx} &= 0.5 \frac{S}{D_2 \beta_2^2}; \\ w_2^{(b)} &= 0.5 \frac{M}{p_2 \beta_2^2}; & \frac{dw_2^{(b)}}{dx} &= -\frac{M}{D_2 \beta_2}; \\ w_2^{(c)} &= \frac{p_1 R_2^2}{E h_2}; & \frac{dw_2^{(c)}}{dx} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中

$$\beta_i = \sqrt[4]{\frac{3(1-\mu^2)}{R_i^2 h_i^2}} \approx \frac{1.285}{\sqrt{R_i h_i}} \quad (9)$$

系数 φ_i 和 ψ_i 是考虑该段另一端情况的影响系数。在比利开尔的著作中，给出了 φ_i 、 ψ_i 与 βl 关系^[1]。

第 I 段的总变形为：

$$w_1 = \varphi_4 \frac{S}{D_1 \beta_1^3} + \varphi_{12} \frac{M - M_0}{D_1 \beta_1^2} + \frac{P_1 R_1^2}{E h_1}$$

$$\frac{dw_1}{dx} = -\psi_4 \frac{S}{D_1 \beta_1^2} - \psi_{12} \frac{M - M_0}{D_1 \beta_1},$$

第二段:

$$w_2 = -0.5 \frac{S}{D_2 \beta_2^3} + 0.5 \frac{M}{D_2 \beta_2^2} + \frac{P_2 R_2^2}{E h_2}$$

$$\frac{dw_2}{dx} = 0.5 \frac{S}{D_2 \beta_2^2} - \frac{M}{D_2 \beta_2}$$

把变形值代入式(5)第一组等式内, 得到:

$$S \left(\frac{0.5}{D_2 \beta_2^3} + \frac{\varphi_4}{D_1 \beta_1^3} \right) + M \left(-\frac{0.5}{D_2 \beta_2^2} + \frac{\varphi_{12}}{D_1 \beta_1^2} \right) = -\frac{p_1 R_1^2}{E h_1} + \frac{p_2 R_2^2}{E h_2} + \varphi_{12} \frac{M_0}{D_1 \beta_1^2},$$

$$S \left(-\frac{0.5}{D_2 \beta_2^2} + \frac{\psi_4}{D_1 \beta_1^2} \right) + M \left(\frac{1}{D_2 \beta_2} + \frac{\psi_{12}}{D_1 \beta_1} \right) = \psi_{12} \frac{M_0}{D_1 \beta_1}$$

或者

$$\left. \begin{aligned} S a_{11} + M a_{12} &= b_1 \\ S a_{21} + M a_{22} &= b_2 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} a_{11} &= \frac{\varphi_4}{D_1 \beta_1^3} + \frac{0.5}{D_2 \beta_2^3}; & a_{12} &= \frac{\varphi_{12}}{D_1 \beta_1^2} - \frac{0.5}{D_2 \beta_2^2}; \\ a_{21} &= \frac{\psi_4}{D_1 \beta_1^2} - \frac{0.5}{D_2 \beta_2^2}; & a_{22} &= \frac{\psi_{12}}{D_1 \beta_1} + \frac{1}{D_2 \beta_2}; \\ b_1 &= -\frac{p_1 R_1^2}{E h_1} + \frac{p_2 R_2^2}{E h_2} + \varphi_{12} \frac{M_0}{D_1 \beta_1^2}; & b_2 &= \psi_{12} \frac{M_0}{D_1 \beta_1} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

按克拉米公式, 解这个方程组, 将有:

$$S = \frac{\Delta_1}{\Delta}; \quad M = \frac{\Delta_2}{\Delta} \quad (12)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} \Delta &= a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21} \\ \Delta_1 &= b_1 a_{22} - b_2 a_{12} \\ \Delta_2 &= a_{11} b_2 - a_{21} b_1 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

第二个最大载荷段的断面 A-A 中的力矩和力

$$\left. \begin{aligned} M_x &= M; & M_\theta &= \mu M_x \\ N_x &= \frac{Q}{2\pi R_2}; & N_\theta &= \mu N_x + E h_2 \frac{w_2}{R_2} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

* 原文为 $0.5 \frac{M}{D_2 \beta_1^2}$ 译者。

按公式 (4) 可计算横断面和纵断面内的应力。

在利用薄壳理论时, 没考虑径向应力, 对于我们所研究的情况, 径向应力主要由内压力引起, 其值可按式确定

$$\sigma_r = p \frac{r^2}{R^2 - r^2} \left(1 - \frac{R^2}{\rho^2} \right) \quad (15)$$

在圆筒内表面上 (即 $\rho = r$), 公式给出最大值

$$\sigma_{r \max} = \sigma_r = -p \quad (16)$$

r —— 圆筒的内半径;

R —— 圆筒的外半径;

ρ —— 圆筒的任意半径;

p —— 内压力。

在计算圆筒内表面上的当量应力时, 要考虑径向应力 σ_r 。

按能量强度理论计算当量应力

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{2} \left[(\sigma_x - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_r)^2 + (\sigma_r - \sigma_x)^2 \right]} \quad (17)$$

按塑性变形确定强度安全系数

$$n_T = \frac{\sigma_T}{\sigma} \quad (18)$$

对于在温度为 $100-250^\circ\text{C}$ 下工作的泵壳体, 取 $n_T = 2 \sim 2.5$ 。

例题 计算泵外壳 A-A 断面中的应力。

原始数据

壳体材料 30号钢 (锻造 KП25)

$$\sigma_T = 25 \text{ 公斤/毫米}^2, \quad \sigma_B = 60 \text{ 公斤/毫米}^2, \quad E = 2.1 \times 10^4 \text{ 公斤/毫米}^2,$$

$$R_1 = 389, \quad R_2 = 420, \quad R_3 = 442,$$

$$h_1 = 182, \quad h_2 = 120, \quad h_3 = 165,$$

$$l_1 = 400, \quad l_2 = 500, \quad l_3 = 500,$$

$$R_0 = 327 \text{ (垫片的平均直径)},$$

$$c = R_2 - R_0 = 93, \quad R = 360, \quad r = 93,$$

$$p_1 = 0.02 \text{ 公斤/毫米}^2, \quad p_2 = p_3 = 3.2 \text{ 公斤/毫米}^2,$$

最大工作压力 $p_{2m} = 3.8$ 公斤/毫米², 水压试验压力 5 公斤/毫米²。

考查断面 A-A, 计算两段的参数:

$$D_1 = 1.15 \times 10^{10}; \quad D_2 = 0.331 \times 10^{10};$$

$$\beta_1 = 0.484 \times 10^{-2}; \quad \beta_2 = 0.57 \times 10^{-2};$$

$$\beta_1 l_1 = 1.93; \quad \beta_2 l_2 = 2.85 > 2.4.$$

因此, 第二段 (见图 2) 可以看作是长圆筒。对第一段, 从比利开尔书中^[1]求得:

$$\varphi_1 = \psi_1 = \varphi_{12} \approx 0.6, \quad \psi_{12} \approx 1.1.$$

为求方程组 (10) 的系数, 预先计算出

$$\beta_1^2 = 0.234 \times 10^{-4}, \quad \beta_1^3 = 0.113 \times 10^{-6};$$

$$\beta_2^2 = 0.325 \times 10^{-4}, \quad \beta_2^3 = 0.185 \times 10^{-6}。$$

$$Q = P_2 \pi (R^2 - r^2) = P_2 \pi (360^2 - 93^2) = 3.81 \times 10^6 P_2 (\text{公斤})$$

$$M_0 = \frac{Q}{2\pi R_0} C = \frac{3.81 \times 10^6}{2\pi \times 327} \times 93 = 1.73 \times 10^4 P_2 (\text{公斤})$$

按公式 (11) 求出

$$a_{11} = 12.8 \times 10^{-4}, \quad a_{12} = a_{21} = -2.4 \times 10^{-6}, \quad a_{22} = 7.28 \times 10^{-8},$$

$$b_1 = P_2 \times 10.83 \times 10^{-2} (1 - \frac{P_1}{P_2} 0.366)$$

考虑到 $p_1 \ll p_2$, 则圆括号中第二项可以忽略不计。这时,

$$b_1 \approx P_2 \times 10.8 \times 10^{-2}, \quad b = P_2 \times 3.11 \times 10^{-4}$$

按公式 (13) 计算出

$$\Delta_1 = P_2 \times 86.1 \times 10^{-10}, \quad \Delta = 87.4 \times 10^{-12}, \quad \Delta_2 = P_2 \times 65.9 \times 10^{-8}$$

这时, 横向力

$$S = \frac{\Delta_1}{\Delta} = P_2 \times 0.985 \times 10^2$$

和力矩

$$M = \frac{\Delta_2}{\Delta} = P_2 \times 75.4 \times 10^2$$

第二段在断面 A-A 内的径向变形

$$w_2 = P_2 \times 2.54 \times 10^{-2}$$

按公式 (14) 求出

$$M_x = M = P_2 \times 75.4 \times 10^2, \quad M_\theta = \mu M_x = P_2 \times 22.6 \times 10^2;$$

$$N_x = P_2 \times 1.45 \times 10^2, \quad N_\theta = P_2 \times 1.96 \times 10^2$$

圆筒内表面 ($Z = -\frac{h}{2}$) 的最大应力

$$\sigma_x = \frac{N_x}{h_2} + \frac{6M_x}{h_2^2} = 4.35 P_2;$$

$$\sigma_\theta = \frac{N_\theta}{h_2} + \frac{6M_\theta}{h_2^2} = 2.57 P_2;$$

$$\sigma_r = -P_2$$

按能量强度理论计算当量应力

$$\sigma = 3.68 P_2$$

按塑性变形确定强度安全系数

$$n_T = \frac{\sigma_T}{\sigma} = 2.12 \quad (\text{在泵额定工作压力下});$$

$$n_T = 1.79 \quad (\text{在泵最大工作压力下});$$

$n_T = 1.36$ (在水压试验压力下)。

以上安全系数, 可以认为是足够的。

如果考虑沿壳壁厚度的温度下降, 最大当量应力值要小一些。

3. 内泵体中段上的应力计算和试验研究

计算简图 内泵体中段是一个带环形筋的圆筒状壳体, 并和环形板(隔板)作成一体(图7)。中段圆筒的外表面作用着泵的压出压力 p , 里面作用着与各级相对应的压力 p_n 。壳体的端部作用着分布轴向力 Q_n , 这个力是由作用在隔板上的压差 Δp 形成的。因为泵各级的压力, 由进口向压出端阶梯式的增加 ($p_n = p_{n-1} + \Delta p$), 所以第一级中段承受的载荷最大; 在它的壁上作用着最大径向压力差

$$\Delta p_1 = p - p_1$$

和轴向力

$$Q_1 = p\pi(r_0^2 - r_1^2) - p_1\pi(R_1^2 - r_1^2) \quad (19)$$

在各级中段隔板上作用着相同的轴向压差 Δp 。倒数第二级沿隔板内径作用着最大的径向压力。

载荷最大的第一级的计算简图, 可以认为由下列部分组成: 沿外径 R_1 为刚性联接的环形板, 此环形板承受着轴向压差 Δp ; 在右端为刚性联接而左端有环形加强筋的短圆筒形壳体, 它的外表面作用着径向压力 Δp_1 和轴向挤压力 Q_1 。圆筒和环之间的相互作用力(图8), 由变形的一致关系确定。

隔板计算 利用计算环形板的表格法, 求出的最大挠度和最大应力为

$$w_m = K_w \frac{\Delta p R_1^4}{ES^3}, \quad \sigma_m = K_\sigma \frac{\Delta p R_1^2}{S^2} \quad (20)$$

系数 K_w 和 K_σ 与联接型式和载荷以及比值 $\alpha = \frac{r}{R_1}$ 有关^[1]。

环形加强筋的变形 在弯矩 M 作用下, 环断面的转角

$$\vartheta_1 = \frac{MR_0^2}{EI_y}, \quad I_y = \frac{Hb^3}{12} \quad (21)$$

在外分布力 q 和内压力 p 的作用下, 环的径向变形

$$w_1 = -\frac{R_0^2 b(p+q)}{E b H} \quad (22)$$

用下面公式, 确定环上的圆周应力

$$\sigma_1 = E \left(\frac{w_1}{R_0} + x \frac{\vartheta_1}{R_0} \right) \quad (23)$$

式中 x ——某点到环形断面径向对称轴线的距离。

当 $x = -\frac{b}{2}$ 时, 发生最大的挤压应力, 用式(21)和(22)可以求得

$$\sigma_{1m} = -\frac{R_0}{H} \left(p+q + \frac{6M}{b^2} \right) \quad (24)$$

圆筒壳体的变形 由分布载荷 $b(q + p_1)$ 形成的变形

$$w_q = \varphi_1 \frac{b(q + p_1)}{D\beta^3}; \quad \vartheta_q = -\psi_1 \frac{b(q + p_1)}{D\beta^2};$$

由分布力矩 M 形成的变形

$$w_M = \varphi_9 \frac{M}{D\beta^2}; \quad \vartheta_M = -\psi_9 \frac{M}{D\beta};$$

由外压力 Δp_1 形成的变形

$$w_p = -\varphi_{17} \frac{\Delta p_1 r_0^2}{Eh}; \quad \vartheta_p = \psi_{17} \frac{\Delta p_1 r_0^2 \beta}{Eh}$$

圆柱壳体左边总的径向变形

$$w_a = \varphi_1 \frac{b(q + p_1)}{D\beta^3} + \varphi_9 \frac{M}{D\beta^2} - \varphi_{17} \frac{\Delta p_1 r_0^2}{Eh} \quad (25)$$

角变形:

$$\vartheta_a = -\psi_1 \frac{b(q + p_1)}{D\beta^2} - \psi_9 \frac{M}{D\beta} + \psi_{17} \frac{\Delta p_1 r_0^2 \beta}{Eh}$$

确定力的要素 未知的力矩 M 和压力 q 由变形的一致性条件确定。

$$w_1 = w_a; \quad \vartheta_1 = \vartheta_a$$

利用环和筒壳变形的表达式, 得到两个方程

$$q \left(\frac{R_0^2}{EH} + \frac{\varphi_1 b}{D\beta^3} \right) + M \frac{\varphi_9}{D\beta^2} = \varphi_{17} \frac{\Delta p_1 r_0^2}{Eh} - p \left(\frac{R_0^2}{Eh} + \frac{p_1 b \varphi_1}{p D \beta^3} \right);$$

$$q \frac{\psi_1 b}{D\beta^2} + M \left(\frac{12R_0^2}{EHb^3} + \frac{\psi_9}{D\beta} \right) = \psi_{17} \frac{\Delta p_1 r_0^2 \beta}{Eh} - p_1 \frac{\psi_1 b}{D\beta^2}$$

或者

$$\left. \begin{aligned} qa_{11} + Ma_{12} &= b_1 \\ qa_{21} + Ma_{22} &= b_2 \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} a_{11} &= \frac{R_0^2}{EH} + \frac{\varphi_1 b}{D\beta^3}; & a_{12} &= \frac{\varphi_9}{D\beta^2}; \\ b_1 &= \varphi_{17} \frac{\Delta p_1 r_0^2}{Eh} - p \left(\frac{R_0^2}{EH} + \frac{p_1 b \varphi_1}{p D \beta^3} \right); \\ a_{12} &= \frac{\psi_1 b}{D\beta^2}; & a_{22} &= \frac{12R_0^2}{EHb^3} + \frac{\psi_9}{D\beta}; & b_2 &= \psi_{17} \frac{\Delta p_1 r_0^2 \beta}{Eh} - p_1 \frac{\psi_1 b}{D\beta^2} \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

解 (26) 得出

$$q = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{b_1 a_{22} - b_2 a_{12}}{a_{11} a_{22} - a_{21} a_{12}}$$

$$M = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{a_{11} b_2 - a_{21} b_1}{a_{11} a_{22} - a_{21} a_{12}} \quad (28)$$

按下列公式确定圆筒外表面上的最大应力

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{N_x}{h} - \frac{6M_x}{h^2} \\ \sigma_\theta &= \frac{N_\theta}{h} - \frac{6M_\theta}{h^2} \\ \sigma_r &= -p \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

式中

$$N_x = \frac{Q_1}{2\pi r_0}; \quad M_x = M; \quad M_\theta = \mu M_x; \quad N_\theta = \mu N_x + Eh \frac{w_2}{r_0} \quad (30)$$

例题 校核计算给水泵第一级中段的强度。

原始数据

中段材料 2 X13

锻钢 KII45

$\sigma_T = 45$ 公斤/毫米²

$E = 2.1 \times 10^4$ 公斤/毫米²

工作压力 $p = 3.2$ 公斤/毫米²

最大工作压力 $p_{\max} = 3.8$ 公斤/毫米²

吸入压力 $p_0 = 0.2$ 公斤/毫米²

单级压力增量 $\Delta p = 0.52$ 公斤/毫米²

第一级压力 $p_1 = p_0 + \Delta p = 0.72$ 公斤/毫米²

$$\Delta p_1 = p - p_1$$

隔板尺寸: $r_1 = 108$ 毫米 $R_1 = 245$ 毫米 $s = 55$ 毫米

加强环尺寸: $R_2 = 305$ 毫米 $R_3 = 355$ 毫米 $R_0 = 330$ 毫米

$H = 50$ 毫米, $b = 35$ 毫米

圆筒壳体尺寸: $R_1 = 245$ 毫米 $R_2 = 305$ 毫米

$r_0 = 275$ 毫米, $h = 60$ 毫米 $l = 108$ 毫米

隔板参数 $\alpha = \frac{r_1}{R_1} = 0.44$, 在内半径处 ($r = r_1$):

$$K_w = 0.075 \quad K_{\sigma_\theta} = -0.27, \quad K_{\sigma_r} = 0$$

$$w_{\max} = \Delta p \times 0.075 \frac{245^4}{2.1 \times 10^4 \times 55^3} = \Delta p \times 7.75 \times 10^{-2}$$

$$\sigma_\theta(r_1) = -\Delta p \times 0.27 \frac{245^2}{55^2} = -5.35 \Delta p$$

在外半径处 ($r = R_1$), $K_w = 0$ $K_{\sigma_r} = 0.545$, $K_{\sigma_\theta} = 0.163$

$$\sigma_r(R_1) = \Delta p \times 0.545 \frac{245^2}{55^2} = 10.8 \Delta p$$

$$\sigma_\theta(R_1) = 3.24 \Delta p$$

隔板内的最大当量应力

$$\sigma(R_1) = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_\theta^2 - \sigma_r \sigma_\theta} = 9.6 \Delta p$$

圆筒壳体参数

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)} = 4.15 \times 10^8 \text{ 公斤毫米}, \quad \beta = \frac{1.285}{\sqrt{r_0 h}} = 10^{-3} \text{ 1/毫米}$$

$$\beta l = 1.08, \quad \varphi_1 = 0.25, \quad \varphi_9 = 0.4, \quad \varphi_{17} = 0.4$$

$$\psi_1 = 0.4, \quad \psi_9 = 0.8, \quad \psi_{17} = 0.4$$

计算变形一致性的方程系数

$$a_{11} = 0.125, \quad a_{12} = 0.193 \times 10^{-4}, \quad a_{21} = 3.37 \times 10^{-4}$$

$$a_{22} = 2.92 \times 10^{-5}, \quad b_1 = -p \times 10^{-2} \left(8 + 4.5 \frac{p_1}{p} \right)$$

$$b_2 = p \times 10^{-4} \left(2.4 - 5.88 \frac{p_1}{p} \right)$$

设 $\frac{p_1}{p} = \frac{0.72}{3.2} = 0.225 = \text{const}$, 这时 $b_1 = -0.09p$, $b_2 = 1.08 \times 10^{-3}p$

行列式

$$\Delta = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12} = 0.365 \times 10^{-5}$$

$$\Delta_1 = b_1a_{22} - b_2a_{12} = -p \times 0.263 \times 10^{-5}$$

$$\Delta_2 = b_2a_{11} - b_1a_{21} = 0.438p \times 10^{-4}$$

按公式 (25) 和 (28) 求出

$$q = \frac{\Delta_1}{\Delta} = -0.72p \quad M = \frac{\Delta_2}{\Delta} = 12p$$

$$w_2 = -2.9 \times 10^{-2}p$$

按公式 (19) 和 (30) 计算作用在壳体左边的力和力矩

$$Q = -1.66 \times 10^5 p \quad N_x = -96p \quad M_x = M = 12p$$

$$N_\theta = -162p \quad M_\theta = 0.3M_x = 3.6p$$

壳体外表面上的应力最大, 并按公式 (29) 计算

$$\sigma_x = -1.62p \quad \sigma_\theta = -2.7p \quad \sigma_r = -p$$

最大当量应力

$$\sigma = p \sqrt{\frac{(-1.62 + 2.7)^2 + (-2.7 + 1)^2 + (-1 + 1.62)^2}{2}} = 1.49p$$

根据屈服极限确定强度安全系数 (当 $p = p_m = 3.8$ 时),

$$n_T = \frac{\sigma_T}{\sigma} = \frac{45}{1.49 \times 3.8} = 7.95$$

按公式 (24) 计算加强环上的最大圆周应力

$$\sigma_{1m} = 11.8p = 11.8 \times 3.8 = 45 \text{ 公斤/毫米}^2$$