

[俄] H. H. 玻戈留玻夫

H. H. 玻戈留玻夫(小)著

# 量子统计力学导论

刘典宪 郭新凯 王锡绂 译

王锡绂 校

高等教育出版社

【德】W. 泡利著

江天衡、曹天祐译

# 量子统计力学导论

科学出版社 北京

1982年11月

科学出版社

[俄]H. H. 玻戈留玻夫 H. H. 玻戈留玻夫(小) 著

# 量子统计力学导论

刘典宪 郭新凯 王锡绂 译

王锡绂 校

高等教育出版社

1992

(京)112号

## 内 容 简 介

本书系根据原苏联科学出版社出版的 Н. Н. 玻戈留波夫等著《Введение в квантовую статистическую механику》1984年版译出。

本书系统讲述量子统计力学的基本概念和原理,也涉及非理想玻色气体理论、超流性和准平均的一些根本性问题。

本书除涉及一般量子统计力学著作的内容外,特别系统地着重论述二次量子化方法,而且它的证明简洁,问题的提法更自然,具有更大的普适性。

本书广泛采用统计算符,使各类物理量的计算大为简化。

书中极大部分内容是作者的科研成果,论述深刻,对读者有较大启发性。

本书可供理科物理专业高年级学生及广大科研人员参考。

本书第一编前四章及第二编由刘典宪译出;第三编和第四编由郭新凯译出;第一编第五章由王锡绂译出。全书由王锡绂统校。周培勤同志为第一、二编的译述做了不少工作。

中译本责任编辑 钟金城

Н. Н. Боголюбов Н. Н. Боголюбов (мл)

Введение в квантовую статистическую механику

Москва «Наука», 1984

[俄] Н. Н. 玻戈留波夫 Н. Н. 玻戈留波夫(小)著

### 量子统计力学导论

刘典宪 郭新凯 王锡绂 译

王锡绂 校

\*

高等教育出版社出版

新华书店总店北京科技发行所发行

中国科学院印刷厂印装

\*

开本 850×1168 1/32 印张 14.375 字数 340 000

1994年8月第1版 1994年8月第1次印刷

印数: 0001—1 039

ISBN7-04-004097-2/O·1180

定价 13.35 元

## 序 言

本书系统地讲述量子统计力学的基本概念和原理，也涉及非理想玻色气体理论、超流性以及准平均的一些根本性问题。在第一编，我们研究经典力学和量子力学中的刘维尔方程，统计平衡理论中的吉布斯平衡分布、热力学函数、双时关联函数和双时格林函数。当系统的哈密顿量有微小变化时，我们还要建立关于动力学变量平均值的无穷小变分的定理。以后，当构造格林函数的运动学方程时，就要用到它。

本书第二编系统讲述二次量子化方法。此方法的成果广泛用于现代量子统计力学、固体理论、磁学理论问题、激光理论以及其它多体理论问题。

与以前熟知的方法不同，本书的方法具有更大的普遍性，它的证明简洁，而且问题的提出更加自然。在它的框架里，以统一的观点讨论因利用二次量子化方法而出现的根本问题。对这种彻底论述之所以特别感兴趣，是因为发展近似哈密顿方法时广泛应用了二次量子化表象。此外，在量子力学和统计物理的很多教材中引用繁杂的计算时，通常只形式地列举二次量子化方法的某些结果，并未触及此重要方法深刻的物理实质。

第二编阐明如何通过产生算符和湮没算符写出各种动力学算符。引入海森伯绘景后，将求得算符函数时间演化的运动方程。还要为算符函数建立“自洽场”型的方程并考察这些方程与经典统计力学 Власов 方程的关系。引入二体碰撞的准算符，以便研究宏观体积  $V$  中  $N$  个弹性球所组成系统的动力学。还要证明 Boltzmann-Enskog 方程具有微观解。

第三编研究理想玻色系统和理想费米系统统计平衡理论问题,也研究用费米算符和玻色算符表述的二次型的对角化问题.简述计算平均值的 Bloch-de-Dominis 定理.平均值是根据产生算符湮没算符乘积的二次型哈密顿量构造的.还要讨论既适于玻色统计法又适于费米统计法普遍的二次型的对角化问题.

第四编研究与非理想玻色气体理论有关的问题.阐述微观层次的超流现象.也研究统计物理中准平均理论的基本问题.论证与统计力学基础有关的若干问题.求出极化子模型系统按动量分布的概率密度.

A. M. Курбатов 和 A. H. Киреев 在出版前协助整理手稿.对此,作者表示谢意.

H. H. 玻戈留玻夫

H. H. 玻戈留玻夫(小)

# 目 录

序言	1
----	---

## 第一编 量子统计力学

第一章 经典力学的刘维尔方程	1
§ 1 引言: 经典描述方案和量子描述方案中的统计方法	1
§ 2 经典统计方案	3
a. 变换算符 $G$	3
b. 概率分布密度 $\varrho$	4
c. 刘维尔定理	5
d. 与时间有关的密度 $\varrho_{i,t_0}$	7
§ 3 量子力学类似	9
§ 4 对称性	10
§ 5 孤立的动力学系统	12
§ 6 全同单原子分子的系统	13
§ 7 可逆性	15
第二章 量子力学的刘维尔方程	16
§ 1 $X$ 表象	16
§ 2 量子统计方案	18
a. 统计算符	19
b. 刘维尔方程	21
c. 算符 $U_{i,t_0}$	22
d. 统计算符的性质	24
§ 3 波函数的对称性质	26

§ 4	离散的 $X$ 表象	30
§ 5	离散的动量表象	32
§ 6	与薛定谔方程的相容性	33
§ 7	极限过渡和周期性边界条件	35
§ 8	孤立动力学系统	38
§ 9	粒子数守恒和不守恒	40
a.	$N$ 粒子波函数	40
b.	粒子数可变的 $X$ 表象	41
c.	波函数的希尔伯特空间及其子空间	44
d.	投影算符 $P_N$	45
e.	组合指标	46
<b>第三章</b>	<b>正则分布和热力学函数</b>	<b>47</b>
§ 1	运动积分	47
§ 2	吉布斯正则分布	47
§ 3	构造热力学函数	50
§ 4	准静态过程	52
a.	准静态过程概念	52
b.	准静态过程的建立	53
c.	各项的解释	55
d.	热容	56
e.	均匀系	56
f.	$H$ 和 $E$ 之间的关系	57
§ 5	极限过渡	59
a.	基本假设	59
b.	界面	60
c.	极限	60
d.	极限过渡讨论的正确性	62
§ 6	巨正则系综	63
a.	统计算符	63



b. 定义: $\mu, \Gamma, G$ .....	63
c. $\mu_j$ 的唯一性.....	64
d. 热力学函数.....	67
e. $V \rightarrow \infty$ 的极限过渡.....	69
<b>§ 7 经典正则分布理论中的量子方法</b> .....	<b>71</b>
<b>§ 8 动力学系统的熵</b> .....	<b>73</b>
a. 正则系综.....	73
b. 熵的极值性质.....	73
c. 辅助算符.....	74
d. 巨正则系综.....	76
e. 与时间无关性.....	77
f. 非平衡态的熵.....	78
g. 非平衡过程研究中的困难.....	79
<b>第四章 统计平衡理论中的双时关联函数和双时格林函数</b> .....	<b>81</b>
<b>§ 1 量子系统的双时关联函数</b> .....	<b>81</b>
<b>§ 2 谱强度 <math>J_{A,B}</math></b> .....	<b>84</b>
a. 定义.....	84
b. 基本性质.....	85
<b>§ 3 双时格林函数</b> .....	<b>87</b>
a. 定义.....	87
b. 傅里叶表示.....	88
c. 极限过渡.....	88
d. 基本性质.....	90
<b>§ 4 无穷小扰动</b> .....	<b>92</b>
a. 含微扰项的哈密顿量.....	92
b. 平均值变分.....	92
c. 推迟和超前格林函数.....	95
d. 几点注记.....	95
<b>§ 5 经典系统的格林函数</b> .....	<b>96</b>

a.	关联函数和谱强度	97
b.	泊松括号的平均值	100
c.	推迟和超前格林函数	101
d.	基本性质	103
§ 6	平均值的经典变分	104
§ 7	关联函数的拉普拉斯变换	108
<b>第五章</b>	<b>统计算符</b>	<b>110</b>
§ 1	引言	110
§ 2	粒子子系统的统计算符	110
a.	波函数和算符	110
b.	统计算符	111
c.	粒子子系统的统计算符	112
d.	涨落	115
e.	粒子子系统的统计算符的性质	116
§ 3	统计算符的时间演化	118
a.	约化的统计算符的方程链	118
b.	关于方程链的物理意义的注释	121
§ 4	统计算符方法对无自旋单原子分子系的应用	122
a.	模型和演化方程	122
b.	过渡到统计算符 $F_s$	123
c.	统计算符的极限演化方程	124
d.	分子数密度和涨落	126
<b>第一编</b>	<b>参考文献</b>	<b>129</b>

## 第二编 二次量子化方法

<b>第一章</b>	<b>对称动力学算符的矩阵表示</b>	<b>135</b>
§ 1	引言	135
§ 2	对称性	136

a. 置换	136
b. 对称性和反对称性	137
§ 3 对称算符	138
a. 单元对称算符	138
b. 二元对称算符	139
c. $s$ 元对称算符	140
§ 4 几个关系式	141
§ 5 哈密顿量	143
<b>第二章 从连续表象过渡到离散表象 占据数的引入</b>	<b>145</b>
§ 1 波函数的表象	145
a. 离散 $f$ 表象	145
b. 离散动量表象	146
c. 周期性	147
d. 热力学极限 准离散表象	148
§ 2 占据数	149
a. 定义	149
b. 玻色子	151
c. 费米子	152
<b>第三章 玻色子和费米子波函数的二次量子化表象</b>	<b>154</b>
§ 1 玻色统计情形	154
a. 算符 $a, a^+$	154
b. 量子化玻色算符 $a_j, a_j^+$	155
c. 波函数	156
§ 2 费米统计情形	158
a. 算符 $\sigma, \sigma^+$	158
b. 泡利算符	159
c. 费米算符 $a_j, a_j^+$	161
d. 波函数	163

§ 3	玻色子波函数和费米子波函数的比较	165
§ 4	二次量子化表象	166
§ 5	粒子数算符	168
<b>第四章</b>	<b>动力学算符的二次量子化表象</b>	<b>170</b>
§ 1	引言	170
§ 2	引理	171
a.	证明	171
b.	引理的推论	174
§ 3	波函数	175
a.	表象的逆变换	175
b.	标积的不变性	176
§ 4	动力学量变到二次量子化表象	177
a.	变换的构成	177
b.	可加性动力学量	178
c.	粒子数密度	179
d.	粒子数算符	180
e.	二元动力学量	181
f.	$s$ 元算符	182
§ 5	哈密顿量的二次量子化表象	184
§ 6	算符函数的时间演化	185
a.	海森伯绘景	185
b.	对易关系	186
c.	算符函数的时间演化	186
d.	讨论	188
<b>第五章</b>	<b>二次量子化方法总的评注</b>	<b>191</b>
§ 1	粒子数固定的系统	191
a.	巨正则系综	191

b. 准离散表象	191
c. 基函数和算符函数	192
d. 哈密顿量 $\Gamma$ 的二次量子化表象	193
e. 动量矢量	194
§ 2 二次量子化表象的波函数	195
a. 条件	195
b. 对条件 (D) 的注记	196
c. 波函数表达式的导出	197
§ 3 几种费米子和几种玻色子所组成的动力学系统	201
a. 通常的波函数	201
b. 算符函数	201
c. 动力学量的变换	203
d. “混合型”动力学变量	204
e. 不显含粒子数的哈密顿量	205
§ 4 算符函数的对易关系	207
a. 任意可对易性	207
b. 关于对易性的一条注记	208
§ 5 占据数和 $\gamma$ 表象(关于第二章的注释)	208
a. 玻色子	209
b. 费米子	211
<b>第六章 经典力学中的类似二次量子化方法</b>	<b>213</b>
§ 1 二次量子化方法	213
a. Wigner 量子化算符的时间演化	214
b. $\hbar \rightarrow 0$ 的极限过渡	217
c. 量子化和二次量子化	218
§ 2 过渡到经典力学	218
a. 二元动力学量	219
b. 函数 $f$ 的时间演化	220
c. ВЛАСОВ 方程	222

§ 3 相同弹性球的系统	224
a. 两个相同弹性球组成的系统	224
b. $N$ 个相同弹性球所组成的系统	229
c. Boltzmann-Enskog 方程	232
d. 特定粒子在气体中的扩散方程	235
e. 二体相互作用	237
第二编参考文献	239

### 第三编 二次型哈密顿量及其应用

第一章 统计力学中的二次型哈密顿量	241
§ 1 理想气体的平衡性质	241
a. 理想气体	241
b. 自由能和占据数的平均值	242
c. 黑体辐射谱	245
d. 理想玻色气体	246
e. 理想费米气体	248
§ 2 在玻色算符和费米算符情况下二次型 $\sum_{f,g} E_{fg} a_f^\dagger a_g$ 的对角化	250
a. 正则变换方法	250
b. 正则变换的算符形式	253
§ 3 超导和超流理论中的二次型哈密顿量的对角化	255
a. 玻色-爱因斯坦统计情况	255
b. 费米-狄拉克统计情况	257
c. 玻色-爱因斯坦统计 正则变换的算符形式	259
§ 4 Bloch-de Dominisis 统计定理	261
a. Bloch-de Dominisis 定理	261
b. Bloch-de Dominisis 定理的证明	263

<b>第二章 一般形式二次型的对角化</b> .....	266
<b>§ 1 玻色算符二次型的对角化</b> .....	266
a. 正则变换.....	266
b. 正则变换参数的方程组.....	267
c. 矩阵表式.....	269
d. 本征值.....	270
e. 正则变换参数遵守的条件.....	272
f. 对角化.....	275
g. 具有线性算符项的哈密顿量.....	277
<b>§ 2 费米算符二次型的对角化</b> .....	278
a. 正则变换.....	279
b. 正则变换参数方程组.....	280
c. 矩阵表式.....	280
d. 本征值.....	281
e. 正则变换参数遵守的条件.....	283
f. 关于本征矢和本征值的引理.....	288
g. 对角化.....	289
<b>第三编参考文献</b> .....	292

## 第四编 超流性和统计力学问题中的准平均

<b>第一章 超流性和非理想玻色气体</b> .....	293
§ 1 理想玻色气体.....	293
§ 2 动量空间中的凝聚和超流现象.....	296
§ 3 超流性.....	305
a. 准粒子.....	306
b. 超流性的产生.....	309
c. 运动方程.....	311
d. 元激发和超流性.....	315
e. 注记.....	318
f. 按动量分布.....	319

g. 关联函数.....	322
h. 讨论.....	325
<b>第二章 统计力学中的准平均.....</b>	<b>327</b>
§ 1 由普通平均构成的格林函数 可加型守恒定律和选择定则.....	327
§ 2 统计平衡态的简并 准平均的引入.....	330
a. 统计平衡态的简并.....	330
b. 准平均.....	332
c. 晶态理论中的简并.....	333
d. 理想玻色气体.....	335
e. 超导理论中的准平均.....	338
f. Dicke 模型.....	345
g. 任意系统的准平均.....	349
<b>第三章 四费米子负相互作用哈密顿量的准平均定义.....</b>	<b>352</b>
§ 1 自由能的极限性质.....	352
§ 2 四费米子负相互作用的哈密顿量的准平均.....	356
<b>第四章 关联弱化原理和关于<math>1/q^2</math>型奇异性定理.....</b>	<b>366</b>
§ 1 关联弱化原理.....	366
§ 2 关于 $1/q^2$ 型奇异性定理及准平均方法的某些应用.....	370
<b>第五章 与统计力学基础有关的若干问题.....</b>	<b>372</b>
§ 1 遍历理论的评注.....	372
§ 2 与玻色子场有相互作用的动力学系统.....	375
<b>第六章 与声子场相互作用的动力学系统</b>	
<b>动力学方程.....</b>	<b>381</b>
§ 1 广义动理学方程.....	381
§ 2 微弱相互作用第一级近似的动理学方程.....	393
§ 3 线性极化子的模型.....	400
<b>第四编参考文献.....</b>	<b>440</b>
<b>译者后记.....</b>	<b>444</b>



# 第一编 量子统计力学

---

---

## 第一章 经典力学的刘维尔方程<sup>[1]</sup>

### §1 引言：经典描述方案和量子描述方案中的统计方法

如同经典力学一样，量子力学中一个动力学系统的状态演化是按决定论进行的——给定任一初始时刻  $t_0$  的动力学状态，就完全能够决定其它时刻  $t$  的系统状态。

经典力学跟量子力学的根本差别在于一些基本概念，如动力学系统的状态及其动力学变量等等在表述上的原则差别。

经典力学中某一具有  $n$  个自由度的动力学系统，其状态  $\Omega$  由同一时刻它的  $n$  个坐标和  $n$  个动量确定。

通常把可能的状态

$$\Omega = (q_1, \dots, q_n; p_1, \dots, p_n)$$

看作  $2n$  维相空间的一个点。

用下列哈密顿正则方程描述  $\Omega$  随时间的演化：

$$\frac{dq_k}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_k}; \quad \frac{dp_k}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial q_k} \quad (k=1, 2, \dots, n) \quad (1.1)$$

其中系统的哈密顿量  $H$  是  $\Omega$  的实函数：

$$H = H(t, q_1, \dots, q_n; p_1, \dots, p_n). \quad (1.2)$$