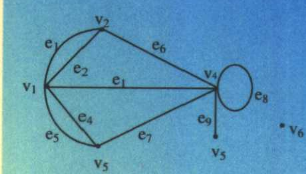
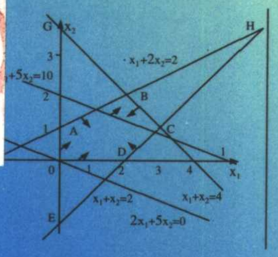
运筹学

杨民助

运
运 筹 学
学





西安交通大学出版社

运　筹　学

杨民助

西安交通大学出版社

内容提要

本书内容包括线性规划、运输问题、动态规划、图与网络分析和排队论。着重讨论基本原理和方法，强调方法的思路和原理。每章末配有习题，用以巩固该章所学内容。

本书是由作者多年来讲授运筹学课程的讲义整理而得，可作为管理和经济类各专业和其它专业的教材或参考书，亦可作为教师参考书或自学读物。

图书在版编目(CIP)数据

运筹学/杨民助编著.—西安:西安交通大学出版社，2000.6
ISBN 7-5605-1233-X

Ⅰ.运… Ⅱ.杨… Ⅲ.运筹学 Ⅳ.022

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 61597 号

*

西安交通大学出版社出版发行
(西安市咸宁西路 28 号 邮政编码:710049 电话:(029)2668316)
西安电子科技大学印刷厂印装
各地新华书店经销

*

开本:850 mm×1 168 mm 1/32 印张: 8.625 字数: 216 千字
2000 年 6 月第 1 版 2000 年 6 月第 1 次印刷
印数:0 001～5 000 定价:12.00 元

前　言

本书着重介绍运筹学中的几个分支,线性规划、运输问题、动态规划、图与网络理论和排队论。讨论这些学科分支所解决的问题以及解决问题的思路和方法。

本书是由作者十余年来从事运筹学教学的讲义整理而得,力求使实际应用与理论原理并重,从实际应用中引出问题,以运筹学的原理解释和分析问题,同时用实际问题来阐释运筹学的原理和方法。

书中除了介绍理论方法之外,还强调实际计算的方便,对许多方法的表述进行了简化和表格化处理,以使读者更容易了解算法的原理,并能使算法更易于操作。

阅读本书只需要具有高等数学、线性代数和概率论的基本知识,因此可以作为管理、经济类和其它专业的学生、研究生的教材或参考书,也可作为教师参考书或自学教材使用。

本书只对运筹学的众多分支中的几个分支进行了粗浅的讨论,因此可以说是运筹学的基础读物。

本书的目的也不是向读者展示运筹学的全貌,只是介绍一些基本的原理和方法罢了。

在本书的写作过程中,得益于徐渝教授的指导,也受益于西安交大管理学院"运筹学"课程教学组的同事们在教学法研究中进行的经验交流。在此一并表示感谢。

限于作者本人的水平,谬误及缺点在所难免,敬请指正。

目　录

绪　论

运筹学(Operations Research 或 Operational Research,缩写为 OR)是用数学方法研究各种系统最优化问题的学科。它是采用科学的方法来决定如何最佳地运营和设计各种系统的一门学科。其研究方法是应用数学语言来描述实际系统,建立相应的数学模型并对模型进行研究和分析,据此求得模型的最优解;其目的是制定合理运用人力、物力和财力的最优方案,为决策者提供科学决策的依据;其研究对象是各种社会系统,可以是对新的系统进行优化设计,也可以是研究已有系统的最佳运营问题。因此,运筹学既是应用数学,也是管理科学,同时也是系统工程的基础之一。

1. 运筹学发展简史

运筹学一词最早出现于第二次世界大战期间,当时为了急待解决作战中所遇到的许多错综复杂的战略战术问题,英美一些具有不同学科和背景的科学家,组成了许多研究小组,专门从事军事行动的优化研究。研究的典型课题有:高射炮阵地火力的最佳配置、护航舰队规模的大小以及开展反潜艇作战的侦察等方面。由于受到战时压力的推动,加上不同学科互相渗透而产生的协同作用,在上述几个方面的研究都卓有成效,为第二次世界大战盟军的胜利起到积极作用,也为运筹学各个分支的进一步研究打下了基础。战后,这些科学家们转向研究在民用部门应用类似方法的可能性。因而,促进了在民用部门应用运筹学有关方法的研究和实践。

1947 年,美国数学家 G. B. 丹捷格(G. B. Gantzig)提出了求解线性规划的有效方法——单纯形法。50 年代初,应用电子计算机求解线性规划问题获得了成功。50 年代末,工业先进国家的一些

大型企业也陆续应用了运筹学的方法以解决企业在生产经营活动中所出现的许多问题,取得了良好效果。在此期间,对企业中普遍存在的生产计划、库存管理、资源分配、设备更新、任务分派等问题进行了研究,提出了许多相应的方法并付诸使用。60 年代中期,一些银行、医院、图书馆等都已陆续认识到运筹学对帮助改进服务功能、提高服务效率所起的作用,由此带来了运筹学在服务性行业和公用事业中的广泛应用。电子计算机技术的迅速发展,为广泛应用运筹学方法提供了有力工具,运筹学的应用又开创了新的局面。当前,运筹学在经济管理、生产管理、工程建设、军事作战、科学试验以及社会系统等各个领域中都得到了极为广泛的应用。一些发达国家的企业、政府、军事等部门都拥有相当规模的运筹学研究组织,专门从事运筹学的应用研究,并为上层决策部门提供科学决策所需的信息和依据。

随着运筹学技术的推广应用,各国都先后成立了运筹学研究的专业学术机构。早在 1948 年,英国成立了运筹学俱乐部,并出版《运筹学》的专门学术刊物。1957 年,在英国牛津大学召开了第一届国际运筹学会议。以后每隔 3 年召开一次。1959 年,成立了国际运筹学联合会(IFORS)。我国于 1956 年成立了第一个运筹学小组,1980 年成立了全国运筹学会,这对促进我国运筹学的应用和发展起了积极作用。

60 年代初以来,美国愈来愈多的大专院校相继开设了运筹学课程及与其有关的一系列课程。许多主要大学还纷纷设立了关于运筹学的硕士和博士研究生课程。我国早在 50 年代中期,著名数学家华罗庚教授就在一些企业和事业单位积极推广和普及优选法、统筹法等运筹学方法,取得了显著成效。70 年代后期,由于大力提倡系统工程在各个领域中的应用,作为系统工程主要基础理论之一的运筹学,也就更加受到重视。今天,我国有关高等院校不仅设置了运筹学专业,培养从事运筹学研究的人才,而且在管理类、财经类等的有关专业普遍开设了运筹学的必修课程。许多专

业的硕士生(包括 MBA),也设置了运筹学作为学位课程。大量管理干部培训班、研讨班等也开设了有关这方面内容的课程。总之,当前运筹学正处在兴旺发达的时期。

2. 运筹学模型

运筹学的实质在于模型的建立和使用。通常,模型可以定义为:对现实事物或问题的描述或抽象。运筹学模型多数是数学模型,但也有图像模型和仿真模型。一般模型有如下特点:

(1) 简化描述

现实事物是相当复杂的,各种因素相互作用、相互影响。为了使得模型能够求解并且便于求解,模型往往比现实本身描述得更为简单,即模型只是对现实事物中主要关系的描述或抽象。

(2) 核心描述

为了使得模型具有反映实际事物内在规律的能力,模型所描述的应该是事物的核心内容,即模型中不能忽略实际事物内在的核心因素和关系。

(3) 定量描述

模型应该既能反映各有关因素之间的逻辑关系,也能反映它们之间的数量关系。因此模型的描述是定量的。

运用模型来描述实际事物有许多优点:

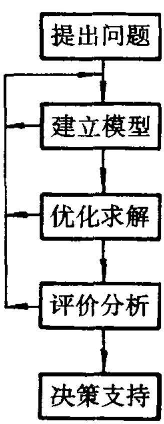
① 利用模型可以对决策进行事前分析,避免决策失误所造成的损失,同时可以改变有关的条件和关系,寻求解决矛盾的方法。

② 模型符号语言便于交流,既能正确地描述问题,又不需冗长的文字陈述。因此,应用数学模型有利于对事物作更好的描述和理解。

③ 模型既反映实际,又是现实事物的一种抽象,便于研究事物之间的共性,使模型达到现实性、简洁性和适应性的要求。

3. 运筹学方法论

应用运筹学处理问题时，首先要求从系统观点来分析问题，即不仅要求提出需要解决的问题和希望达到的目标，而且还要弄清问题所处的环境和约束条件，包括：时间、地点、资金、原材料、设备、人力、能源、动力、信息、技术等的环境和约束条件，以及要处理问题中的主要因素、各种环境和约束条件之间的逻辑关系。这就要求研究运筹学的人员同其他有关的行业专家一起，发挥各自的专业特长，从不同的角度出发，共同针对问题的性质来商讨问题的处理方法，并建立相应的运筹学模型，以寻找问题的最优解答。应用运筹学处理问题的步骤可以概括如下：



提出需要解决的问题，确定目标，并分析问题所处的环境和约束条件。抓住主要矛盾，舍弃次要因素。

选用合适的数学模型来描述问题，确定决策变量，建立目标函数，约束条件等，并据此建立相应的运筹学模型。

确定与数学模型有关的各种参数，选择求解方法，求出最优解。当求解出现问题时，返回提出问题和建模阶段。

通过灵敏度分析等方法，对所求的解进行分析和评价，并据此对问题的提出和建模阶段进行修正。

提供决策所需的依据、信息和方案，帮助决策者决定处理问题的方针和行动。

4. 学科分支

运筹学是一门多分支的应用学科，随着新的系统问题的不断出现，运筹学的有关分支也在不断的发展，内容在不断充实和扩大。其主要分支有：

- 规划理论
  - 线性规划
  - 整数规划
  - 非线性规划
  - 动态规划
  - 目标规划
- 图与网络理论
- 排队论
- 存储论
- 决策论
- 对策论
- 冲突分析
- 搜索论
- 可靠性理论
- 计划协调技术
- 图解协调技术
- ……

5．运筹学未来的发展趋势

近年来，有关运筹学的应用和理论研究都得到迅速发展。在理论研究方面，涌现出许多新的模型方法和算法。随着运筹学在各种专业学科中的广泛应用，结合专业特点，产生和发展了许多新的专业分支。研究的内容有："军事运筹学"、"运筹学在卫生医疗系统中的应用"、"运筹学在交通运输中的应用"、"运筹学在旅游观光事业中的应用"、"运筹学在体育运动中的应用"以及"能源运筹学模型"、"教育运筹学模型"、"刑事司法运筹学模型"等。而且，运筹学与相关学科的交叉渗透还将进一步得到发展。

另一方面，随着运筹学应用逐渐向复杂的社会大系统渗透，运筹学的研究内容已出现了定量分析和定性分析相结合的发展趋势。

同时,运筹学的发展与计算机技术的发展密切相关。计算机的飞速发展将深刻地影响着运筹学将来的发展。随着计算机技术的提高,许多目前还不能求解的运筹学问题在将来会被解决。运筹学的应用也会被推向越来越广的领域。

随着信息技术的飞速发展,运筹学的应用领域还将进一步得到拓宽和发展。研究如何应用现代信息技术和运筹学为社会经济系统服务将成为运筹学的一项重要内容。

6. 本书内容

运筹学涉及到的理论和方法非常广泛,有些分支已发展完善为一门独立学科,限于篇幅,本书中只就线性规划、动态规划、图与网络理论、排队论的部分内容进行讨论。其他内容请读者参阅有关资料书籍。

1　线性规划

1.1　线性规划的概念

1.1.1　线性规划问题的导出

人们在现实社会活动中常常遇到两类问题:一类是当一项任务确定后,如何统筹安排,尽量做到以最少的资源消耗去完成;另一类是在已有一定数量的资源的条件下,如何安排使用它们,才能使得完成的任务最多? 在下面的两个例子中,例 1-1 属于前者,例 1-2 属于后者。

例 1-1　某工厂在生产过程中需要使用浓度为 80% 的硫酸 100t,而市面上只有浓度为 30%,45%,73%,85% 和 92% 的硫酸出售,每吨价格分别为 400,700,1400,1 900 和 2 500 元,问应购买各种浓度的硫酸各多少,才能满足生产要求,并使得所花费用最小?

在初等代数中曾经解决过用两种不同浓度的硫酸配制另一种浓度的硫酸这类问题,例如用浓度为 45% 和 92% 的硫酸配制 100t 浓度为 80% 的硫酸。所采用的方法如下:

设取浓度为 45% 和 92% 的硫酸量分别为 x_1 和 x_2 t,则依据问题的要求有

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 100 \\ 0.45x_1 + 0.92x_2 = 0.8 \times 100 \end{cases}$$

联立求解这个二元一次方程组就可得到问题的解答。

当有五种不同浓度的硫酸可选时,在线性代数中也有相应的

解决方法：

设取浓度为 30%，45%，73%，85% 和 92% 的硫酸量分别为 x_1, x_2, x_3, x_4 和 x_5 t，则依据问题的要求有

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 100 \\ 0.3x_1 + 0.45x_2 + 0.73x_3 + 0.85x_4 + 0.92x_5 = 0.8 \times 100 \end{cases}$$

由于这时有五个变量、两个独立方程，因此联立方程组的解不是唯一的（事实上，有无穷多个解），其中不满足 $x_j \geqslant 0 (j = 1,2,3,4,5)$ 的解是不符合题意的，必须去掉。

既然满足任务要求的方案有很多，自然应当从中选取使得费用最小的方案。这时，可以求得 所花费用为

$$Z = 400x_1 + 700x_2 + 1\,400x_3 + 1\,900x_4 + 2\,500x_5$$

至此，例 1-1 中的问题转化为求上述方程组中满足 $x_j \geqslant 0 (j = 1,2,3,4,5)$ 且能使费用 Z 为最小的解的问题。可以采用下面的符号来表达这一问题：

$$\min Z = 400x_1 + 700x_2 + 1\,400x_3 + 1\,900x_4 + 2\,500x_5$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 100 \\ 0.3x_1 + 0.45x_2 + 0.73x_3 + 0.85x_4 + 0.92x_5 = 0.8 \times 100 \\ x_j \geqslant 0, \quad j = 1,2,\cdots,5 \end{cases}$$

其中 min 是 minimize 的缩写，其含义为“最小化”，s. t. 是 subject to 的缩写，其含义是“受限制于……”。因此，上述数学表达式的含义是在满足给定的限制条件下，求使得 Z 达到最小的 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 的取值。

类似的例子在生产计划安排中也经常出现：

例 1-2 某工厂生产 A，B，C 三种产品，每吨利润分别为 2 000 元，3 000 元，3 000 元；生产单位产品所需的工时及原材料如表 1-1 所示。若供应的原材料每天不超过 9t，所能利用的劳动力日总工时为 3 个单位，问如何制定日生产计划，使三种产品总利润最大？