高等数学

中册

主 编　盛立人

安 徽 大 学 出 版 社

安徽大学重点建设课程教材

高等数学

（文科）

中册

（概率与统计）

主　编　盛立人

编　者　汪惠民　肖　箭

胡茂林　夏　天

安徽大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高等数学/盛立人主编.－合肥:安徽大学出版社,1999.9

ISBN 7-81052-277-9

Ⅰ.高…　Ⅱ.盛…　Ⅲ.高等数学－高等学校－教材　Ⅳ.013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 42577 号

高等数学(文科)中册　　　　盛立人　主编

出版发行	安徽大学出版社 (合肥市肥西路 3 号　邮编 230039)	印　　刷	合肥朝阳印刷有限责任公司
		开　　本	850×1168　1/32
联系电话	总编室 0551－5107719	印　　张	36
	发行部 0551－5107784	字　　数	800 千
责任编辑	杨　冬	版　　次	1999 年 9 月第 1 版
封面设计	孟献辉	印　　次	1999 年 9 月第 1 次印刷
经　　销	新华书店	印　　数	1—5100 册

ISBN 7-81052-277-9/O·21　全三册总定价:46.70 元(本册定价:13.20 元)

序

元

《高等数学》课程在我国的开设约有70余年历史,旧称为(高等及初等)微积分.1953年院系调整后,实行苏式教育,才将数学专业微积分改称为《数学分析》,《高等数学》一词习惯上便成为非数学专业微积分课程的专称,一直袭用至今.

1953年起,相当长时间内一直使用的是前俄译本(按各专业要求使用不同教材),因为当时国内尚无合适教材.1957年起出版了同济大学樊映川先生编著的《高等数学》一书(下称樊本),完全填补了空白.此书一经出版,因其内容丰富,行文简明,陈述要而不烦,篇幅适当而又具有可操作性,因此立刻受到高等学校师生的欢迎.以后的实践说明,此书在经各种方式的增删内容后,能适用于多种非数学专业.在相当长的时间内,樊本差不多成为高校《高等数学》教材的定本.以后虽然也陆续出版了一些同类著作,如黄正中老师专为物理系编写的《高等数学》等,但似乎都不及樊本那样受人欢迎.因此,说樊本曾为我国培养了几代人材,绝不过份.

自60年代初,近代数学思想在两方面出现了相当深刻的推进:即非线性现象的出现和大范围理论观点的形成.这一变化首先

表现在国外大量的教材上.不但数学专业的教学内容和教材,乃至非数学专业和文科的教学内容和教材,都受到这种数学发展冲击波的影响.教材的这种变化当然会影响到国内的教育战线.举个例子,目前许多文科专业已经自发地要求开设份量较重的数学课程.从这个意义上说,樊本已经不能满足教育发展形势的需要.因此,对于新教材的需求也就自然地摆在我国数学工作者的面前.

亨

要发展现代数学,除了教材问题,还有一个重要的、值得研究的课题,那就是学生能力和素质的培养.素质教育的要求在我国教育界已被提到中心位置.这时人们才发现,传统高等数学对于学生的要求,和现代科学对于学生的要求存在着观念上的差异;什么叫做"熟练地运用高等数学知识求解工程技术问题",是一个需要重新回答的问题.像多少年来那样,让学生在求极限和洛毕达法则之间流连忘返,或是在求积分的欧拉代换里劳其筋骨,或是在曲面积分的选侧问题上苦其心志,等等做法,能不能满足近代科学的需要呢?此外,计算机的发展如何为我所用?等等,都是需要我们在教学实践中急切回答的问题.换言之,对于教材,摆在我们面前的还有两个新问题:高等数学怎样简明化?又怎样近代化?

可见,我们现在迫切需要的,是一本新的教学大纲,一部新的教材和一套新的教学手段.而这样的要求对于一贯强调多学科相互渗透的安徽大学来说就更显得重要.

不用说,完成这种全方位的改革不但需要巨大的投入,需要大批专业工作者的努力,还需要不同层次的高等院校的协同合作.因而,这样艰巨的任务不是安徽大学一校能够承担的.

但是安徽大学数学系的老师们,愿意为这场改革奉献力量.在校方的支持和关心下,我们决定编写这部供本校使用的统一教材,

期望能从一个侧面为教育现代化添砖加瓦.

利

要求为文科专门开设和编写高等数学课程与教材,则是近年来发展教育所出现的新生事物.现代科技的发展,要求文科学生不但能懂得有关度量的数学知识,而且要懂得世界范围理性思维的丰富内涵.举个例子,国外许多高校已经开始讲授和研究为政治建立数学模型问题(本书第四篇将简单地讨论这方面的内容).由于学生的基础不同,各专业需求又不同,单单从一本教材采取中药"加减方"的办法是不行的.实践证明,文科需要有自己的教材.但实践也证明,这是一宗不比编写理科教材轻松多少的活儿.

文科教材首先要求简明化,这是不言而喻的.但关于它的现代化问题,就不那么简单了.面对日益复杂的世界范围的经济行为,和愈来愈纷烦的管理模式,我们的教材怎样才能为这些专业的学生们提供学以致用的武器;即使对于外语和中文、历史等专业的学生,怎样为他们开辟一方理性思维的视野;除了经典的微积分、线性代数和概率统计等传统知识外,还需要补充什么新材料;等等,都是对数学工作者的新的挑战.

可以说,本书编写过程自始至终都受到上述问题的困扰.虽经努力,不少内容仍然没能脱离旧模式,因而不能免俗.我们所能做到的,是一直坚持不受理科教材干扰,坚持文科教材的独立性.此外还有许多不足处将会在教材使用过程中不断显露出来,我们将在不断修订过程中逐渐克服,作为一种统一使用本教材的弥补,我们打算在教学环节中尽力完成下面几项工作.

甲　浓缩"极限论"

我们舍去传统讲授近30种极限过程,只讲四到六种,将余下的或是留作练习,或是开展一次课堂讨论.对于一些重要的极限将

通过计算机展现极限的趋近过程.

乙　突出“中值定理”

如果说,经典的“中值定理”是牛顿时代对于非线性现象的认同,那么今天的教材应该重现它的非线性处理方法的实际含义.我们希望通过教材让学生明白,没有中值定理的思想,就不可能知道微积分的发生发展,更不必指望日后能驾轻就熟地处理一些计算和分析问题,或是在后继课程中理解量与量之间的从属关系.

丙　引导学生学会使用软件《Mathematica》、《Maple》和《Phaser》

我们拟用微机来处理原《高等数学》中最烦琐重复的部分.下列内容将在正文内减少或完全不讲.

极限计算;不定积分与定积分计算;两元函数的各种极限计算;偏导数运算;级数展开与求和;解简单微分方程等等.

丁　引进近代数学和管理数学的方法和概念

内容包括社会选择理论(公平性的数学化问题),实用规划和非线性现象(混沌态和分形理论等).

戊　实施统考

统考和考研将是对本教材的检验.既然是改革,总得承担一定的风险.但我们愿意承担有为的失败.换言之,本教材能否通过检验,取决于使用者(教师和学生)是否认同统考.

贞

本书分三册出版,上册含第一篇微积分,中册含第二篇概率与统计,下册含两篇,即第三篇线性代数和第四篇实用规划.书末增加了一个有关数学软件的简单说明.全部四篇内容已覆盖教学大纲所有材料,但由于文科各系科专业对数学学科的要求有很大差别,故将本书使用特作如下说明,供使用者参考.

经济、管理、信息等专业授课三学期，授课内容为本书前三篇，第四篇可供课外阅读或公选课之用.

哲学专业授课二学期，授课内容为本书第一篇及第四篇.

法学、中文、历史与外文专业授课一学期，授课内容为本书第四篇.

本书采用如下方式编排章节. 每章以下以“§m.n”表示第m章第n节，节以下的段以阿拉伯数字编号，段以下的小段不作统一要求. 每个定理或断言的结束，不论有无证明，均以符号□表示.

由于技术上的原因，在保持章节编排统一的前提下，诸篇编写时基本上保持各自独立性. 安徽大学数学系五位老师参加了本书撰写工作.

夏天同志撰写了第一篇前五章，胡茂林同志撰写该篇后三章，他们两人还合写了第九章，汪惠民同志撰写第二篇前四章，夏天同志撰写后三章，第二篇已由作者约请陈桂景教授审阅. 第四篇及第五篇(和有关软件的附录)分别由肖箭同志和本人撰写. 本人又对第一、第三、第四篇内容和文字做了一些协调工作.

作者们的唯一希望是，要求本书读者多提宝贵意见，以便本书再版时能有较大的改进，从而能尽早使校颁教本规范化.

盛立人　谨识

1999 年 2 月

目　　次

第二篇　概率与统计

第 二 篇

概 率 与 统 计

第 1 章

集合代数与集合函数

§1.1 导　引

无论是抽象概念的表达，还是运用逻辑基本规则进行推理，都需要讲究精确、严密，这是数学科学的最显著特点之一. 数学之所以能拥有这一特色，从根本上说，是由于它使用了集合论的专门术语及记号，使得以往在数学中运用日常语言的容易产生歧义的弊端得以消除的自然结果.

近代集合论是由英国数学家 **George Boole**（1815—1864）、德国数学家 **Georg Cantor**（1845—1918）和他的学派在十九世纪后五十年内所发展. 这一理论，对二十世纪数学进展有着深刻的影响. 不仅是许多看上去完全没有关系的观念被它统一起来，而且它帮助数学家，使他们能够以优美而系统的方式揭示出许多数学概念的逻辑基础.

集合论不单是对数学、而且对其他学科，比如说，计算机科学、现代控制论等自然科学理论，甚至对社会科学都有着深远的影响与直接的应用.

集合论的基本记号为数不多，其方法与概念，有可能运用通俗的语言作非正规的讨论，并展开到足够通常应用的程度. 因此，我们在这里能够导入该理论，并为尔后研究概率论提供一个逻辑基

础.

在数学中,“集合”(或“集”)一词被用于表达被视为个体对象所组成的集体.如“羊群”、“李姓宗族”、“全体选民”、“英文字母”、“自然数全体”等词语所刻划的集体都是集合的例子.在这些集体中的个体对象称为该集合的元素或成员,并将它们说成属于或者包含在该集合内.由此可见,集合是包含着它的元素并由它的元素所组成.

在以往的学习过程中,我们已经对许多数学对象的集合感到过兴趣.譬如,实数集、复数集、二次曲线族、几何图形的集合以及向量集、n 阶方阵的集合等等,在许多应用中,需要对一个集体内的个体属性不作任何特殊的假定,这种集合称为抽象集.抽象集合的理论是在处理任意对象构成的集合中得到发展的,也正是这种一般性才显示出集合理论的功效.

§1.2 描述集合的记号

通常,我们用大写字母:$A,B,C,\cdots,X,Y,Z$ 去表示集合;用小写字母:$a,b,c,\cdots,x,y,z$ 去表示元素,并采用专门记号

$$x\in S$$

表达“x 是 S 的元素”或“x 属于 S”.如果 x 不属于 S,我们记作 $x\notin S$.在方便的时候,我们将元素列在花括号内标明集合.例如,用符号$\{2,4,6,8,10\}$去表达不大于 10 的全部正偶数集;用符号$\{2,4,6,8,\cdots\}$去表达所有正偶数所组成的集合.这种标明一个集合的方法,有时称为“枚举法”.

涉及集合间关系的第一个基本概念是集合相等性:

定义 1.1 集合相等.

两集合 A、B 相等(或相同),当且仅当它们包含着完全相同的元素,记以 $A=B$.如果其中某个集合包含的元素不在另一个集合

内，我们说，它们不等，记以 $A \neq B$.

例 1 按定义，集合$\{2,4,6,8\}$和集合$\{2,8,6,4\}$相等，因为它们都是由四个整数 2，4，6 及 8 组成的.

由此可见，当我们用枚举法标识集合时，元素在花括内出现的次序无关紧要.

例 2 集合$\{2,4,6,8\}$和$\{2,2,4,4,6,8\}$依然相等. 尽管在第二个集合中，2 和 4 分别出现两次，但它们都包含着四个元素：2，4，6，8，并无不同，所以按定义，应说它们相等.

此例指出，用枚举法标示集合时，只需列入不同的对象.

§1.3 子集与子集类

从给定的集合 S，我们可以构作一些称作 S 子集的新集合. 比如，由 $S=\{1,2,3,4,6,8\}$可以作其子集$\{1,2\}$；$\{4,6,8\}$等等. 一般地说，我们有下列定义：

定义 1.2 子集.

如果集合 A 的每个元素都属于集合 B，亦即，当 $a\in A$ 必有 $a\in B$ 时，我们称 A 是 B 的子集，记以

$$A\subseteq B.$$

此时，我们也说成 A 包含于 B 中，或者，B 包含着 A. 集合间的关系$\subseteq$被称作集包含.

注意，$A\subseteq B$ 并不排斥 $B\subseteq A$. 事实上，按集合相等及上面定义，显然有，

$A\subseteq B$ 与 $B\subseteq A$ 同时成立当且仅当 $A=B$.

此外，由上面定义可知，(1) $A\subseteq A$；(2) 若 $A\subseteq B$，$B\subseteq C$，则有 $A\subseteq C$.

如果 $A\subseteq B$ 但 $A\neq B$，那我们称 A 是 B 的真子集. 并记作 $A\subset B$.

在集合论的所有应用中，都需要事先固定一个集合 S，并且只关心它的子集. 尽管作为研究基础的集合 S 可以因应用的不同而不同，但总是指"已经明确了的，正在被研究的对象全体". 这样的集合我们称它为全集.

全集 S 被明确后，我们可以采用记号

$$\{x|x\in S \text{ 且 } x \text{ 满足 } P\}$$

或简记为

$$\{x|x \text{ 满足 } P\}$$

表示在 S 中所有满足性质 P 的成员 x 组成的集合. 这种通过明确性质去描述集合的方法常称作"特征法".

这样，当全体实数是全集 S 时，记号 $\{x|x>0\}$ 是表达由所有正实数构成的集合 R；记号 $\{x|x \text{ 是正偶数}\}$ 就是指集合 $\{2,4,6,\cdots\}$. 字母 x 在这里只是哑变量，可以用其他符号替代. 我们可以写

$$\{x|x>0\}=\{t|t>0\}=\{y|y>0\},$$

等等.

集合论中允许有不包含任何元素的集合，比如，$\{x|x>2 \text{ 且 } x<0\}$；$\{x|x^2+y^2<0\}$；$\{\text{直角三角形}|\text{两内角和小于 } 90°\}$ 等等. 这种集合，称作空集，并记作 $\varnothing$. 我们将认为 $\varnothing$ 是每一个集合的子集. 如果把集合比拟成装着一定对象（即元素）的容器（诸如盒子、罐子之类），那么，空集就是空着的容器.

要避免逻辑上的困难，必须将一个元素 x 和它单独形成的集合 $\{x\}$ 区别开.（装着一顶帽子的盒子并不是帽子！）这就是说，$x\neq\{x\}$；$x\in\{x\}$. 尤其是，$\varnothing\neq\{\varnothing\}$；$\varnothing\in\{\varnothing\}$（装着空盒子的盒子不是空着的）.

象这样一类仅含有单个元素的集合 $\{x\}$，通常称为单元集. 仿此，有两元集、三元集等. 凡是含有有限个元素的集合，统称为有限集，而含有无限多个元素的集合，称为无限集.