

高等学校教学参考书

材料力学 解题指导 及习题集

(第二版)

清华大学材料力学教研室 编

高等教育出版社

高等学校教学参考书

材料力学解题指导 及习题集

(第二版)

清华大学材料力学教研室编

高等教育出版社

(京) 112号

图书在版编目(CIP)数据

材料力学解题指导及习题集/清华大学材料力学教研室
编. - 2版. - 北京:高等教育出版社,1984.3(1999重印)

ISBN 7-04-000442-9

I. 材… II. 清… III. 材料力学-高等学校-习题 IV. T
B301-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (1999) 第 01385 号

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市东城区沙滩后街 55 号
电 话 010-64054588
网 址 <http://www.hep.edu.cn>

邮政编码 100009
传 真 010-64014048

经 销 新华书店北京发行所
印 刷 高等教育出版社印刷厂
开 本 850×1168 1/32
印 张 20.875
字 数 501 000



C594420

版 次 1964 年 3 月第 1 版
1984 年 3 月第 2 版
印 次 1999 年 6 月第 6 次印刷
定 价 20.90 元

凡购买高等教育出版社图书,如有缺页、倒页、脱页等
质量问题,请在所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

本书是根据高等工业学校四年制机械、土建、水利、航空等专业试用的120学时材料力学教学大纲(草案),考虑到兼顾在校学生及电视、函授大学或自学学生的要求,在1964年出版的《材料力学习题集》的基础上充实内容,重新编写而成的。

本书共二十二章,外加六个大作业题目。第一章至第十六章主要是基本内容,其中包含部分专题内容;第十七章至第二十二章为专题内容。书后附有一般习题的答案。备查图表编入附录。

每章包括内容提要、例题及习题三部分。内容提要概述各章的基本理论、方法及结论,但着重于和习题有关的内容。例题的目的是阐明基本理论、方法及结论的应用,给出解题步骤示范,并强调应注意的问题。全部习题共约1000个,其中属于基本要求的约占70%,属于进一步要求的约占20%,难题约占10%。专题及难题均以*号标明。

对本书中所有习题,未经本社同意任何单位不得以任何形式出版解答。

编者的话

我们曾于1964年受高等工业学校力学课程教材编审委员会材料力学课程教材编审小组的委托,编写了一本《材料力学习题集》。由于该书反映了一定的教学经验,且基本上符合教学要求,因此多年来被许多学校采用。根据1980年5月教育部审定的高等工业学校四年制机械、土建、水利、航空等专业试用的120学时“材料力学教学大纲(草案)”,考虑到教材除供在校学生使用外,还应满足电视大学、函授大学及自学等需要,我们在原书的基础上充实内容,重新编写成此书。

与原书相比,本书主要有以下几方面改动:

1. 为了帮助学生较好地掌握基本理论和方法,每章除习题外,增编了内容提要及例题两部分。内容提要概述本章基本理论、方法及结论,但着重于和习题有关的内容。例题的目的是阐明基本理论、方法及结论的应用,给出解题步骤示范,并强调应注意的问题。

2. 为了扩大内容的深度和广度,适合各类专业的特点,根据上述教学大纲的要求,增编了三章专题部分(第十八、十九及二十章),有些章中增编了专题部分的内容(第十二及二十一章)。专题内容均以*号标明。

3. 为了启发并引导学生进一步钻研和思考,各章普遍增加了一些较深入、较灵活及综合性的习题。

除个别情况外,原书的内容基本上保留不动。

本书共二十二章,外加六大作业题目。第一章至第十六章主要是基本内容,其中包含部分专题内容;第十七章至第二十二章

为专题内容。全部习题共约 1000 个，其中属于基本要求的约占 70%，属于进一步要求的约占 20%，难题约占 10%（以*号标明）。书后附有一般习题的答案。备查图表编入附录。

参加本书编写的有杨子久（第一、二、三章），田泽（第四、五、六章），王瑞五（第七、十一章），朱祖成（第八、十八章），蔡乾煌（第九、十、二十章），吴明德（第十二、十九章），李清佐（第十三、二十二章），**顾求林**（第十四、十五、十六、十七、二十一章及大作业）。由**顾求林**和吴明德负责全书校阅及修改。

天津大学任治宏、王丽端、周士捷等同志及南京工学院胡增强等同志对本书原稿进行了认真细致的审阅，提出了许多宝贵的修改意见。在编写过程中还得到许多兄弟院校的支持和帮助，陕西机械学院、南京化工学院、哈尔滨船舶工程学院、成都科技大学、北京钢铁学院、北京航空学院、北方交通大学及北京工业学院等校都曾提出意见和建议。在此一并表示深切的谢意。

除了原书编写中采用的参考资料外，本书在编写过程中还参考了国内外多种习题集、习题指导及教材，并引用了其中某些内容。主要参考资料列于书末。

由于编者水平所限，书中错误缺点在所难免，诚恳地欢迎读者提出批评，并衷心希望能将与本书有关的一切意见及建议告诉我们。

编 者

1982 年 7 月

说 明

1. 图中尺寸除注明者外,均以 mm 为单位。
2. 题中未给出材料性能数据者,均可查附录。
3. 本书主要采用的单位如下:

	物 理 量	单 位	符 号	与基本单位的关系	与公制的转换关系
基 本 单 位	长度	米	m		
		厘米	cm		
		毫米	mm		
	质量	千克(公斤)	kg		
	时间	秒	s		
导 出 单 位	力	牛	N	$1\text{N} = 1\text{kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2$	$1\text{N} = 0.1\text{kgf}$
		千牛	kN	$1\text{kN} = 1000\text{kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2$	$1\text{kN} = 100\text{kgf} = 0.1\text{t}$
	应力, 压强	帕	Pa	$1\text{Pa} = 1\text{N}/\text{m}^2$	$1\text{MPa} = 0.1\text{kgf}/\text{mm}^2$ $= 10\text{kgf}/\text{cm}^2$
		兆帕	MPa	$1\text{MPa} = 10^6\text{N}/\text{m}^2$	
		吉帕	GPa	$1\text{GPa} = 10^9\text{N}/\text{m}^2$	$1\text{GPa} = 100\text{kgf}/\text{mm}^2$ $= 10^4\text{kgf}/\text{cm}^2$
	功, 能	焦	J	$1\text{J} = 1\text{N}\cdot\text{m} = 1\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2$	$1\text{J} = 0.1\text{kgf}\cdot\text{m}$
	功率	瓦	W	$1\text{W} = 1\text{J}/\text{s} = 1\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^3$	$1\text{kW} = 102\text{kgf}\cdot\text{m}/\text{s}$
		千瓦	kW	$1\text{kW} = 10^3\text{J}/\text{s}$ $= 10^3\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^3$	
		马力		$1\text{马力} = 0.735\text{kW}$ $= 735\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^3$	
	转速	弧度/秒	rad/s		
		转/分	r/min	$1\text{r}/\text{min} = \frac{\pi}{30}\text{rad}/\text{s}$	

目 录

编者的话

说明

第一章	基本概念	1
第二章	拉伸和压缩	19
第三章	剪切	59
第四章	扭转	70
第五章	截面图形的几何性质	102
第六章	弯曲内力	125
第七章	弯曲应力	154
第八章	弯曲变形	187
第九章	应力、应变分析基础	221
第十章	强度理论	253
第十一章	组合变形下的强度计算	271
第十二章	能量原理及其应用	313
第十三章	超静定系统	358
第十四章	压杆稳定	398
第十五章	动载荷	425
第十六章	疲劳强度	442
第十七章	局部应力	455
第十八章	弹性地基上的梁	460
第十九章	开口薄壁杆件约束扭转	475
第二十章	线弹性断裂力学基础	496
第二十一章	厚壁圆筒和旋转圆盘	513
第二十二章	薄壁容器	522
	大作业	529

大作业一	截面图形的几何性质	530
大作业二	弯曲内力	533
大作业三	梁的强度和刚度计算	539
大作业四	变截面轴的变形计算	542
大作业五	传动轴的强度计算	544
大作业六	曲柄轴的强度计算	547
答案		549
主要参考资料		590
附录一	常用材料的机械性质	591
附录二	常用材料的弹性常数	592
附录三	矩形截面杆扭转系数	593
附录四	型钢表	594
附录五	等截面梁在简单载荷作用下的变形	612
附录六	压杆折减系数曲线	617
附录七	交变应力图表	618
附录八	理论应力集中系数及接触应力图表	624
附录九	弹性地基梁的函数表	632
附录十	常用应力强度因子及椭圆积分表	642
附录十一	型钢截面的扇性几何特性	645
附录十二	薄壁杆件内力方程及图形表	649

第一章 基本概念

内 容 提 要

一、内力, 截面法

物体受外力作用时, 物体各组成部分间的相互作用力将有所改变, 这种由外力引起的物体内部的相互作用力的变化量, 称为内力。

为了显示内力, 可用一假想的平面将物体截开分为两部分, 如图 1. 1a 中之 I 与 II。

现在取两部分中的任一部分, 如取部分 I 作平衡对象, 其上除原作用的外力 P_1 、 P_2 、 P_3 外, 在截面上还有由部分 II 作用来的一组力。这组力是两部分在截面上的相互作用力, 显然它是遍及整个截面上的分布力系, 如图 1. 1b 所示。此分布力系称为分布内力。通常需要确定截面上分布内力的合力及合力偶, 即将分布内力向截面形心 O 简化。其结果可得一主矢 R 和主矩 M 。主矢 R 和主矩 M 即为分布内力的合力和合力偶, 它们可以用通过 O 点的空间直角坐标系 $Oxyz$ 中的六个分量表示。图 1. 1c 中所示的 N_x 、 Q_y 及 Q_z 为主矢 R 的分量, 而 M_x 、 M_y 及 M_z 则为主矩 M 的分量, 它们称为内力分量。对于空间受力物体, 可以用六个独立的平衡条件建立六个内力分量与外力之间的定量关系。

上述用假想平面将杆件截开, 并由部分杆件的平衡条件确定杆件内力分量的方法, 称为截面法。截面法是研究杆件内力的基本方法, 它可归纳为以下四步:

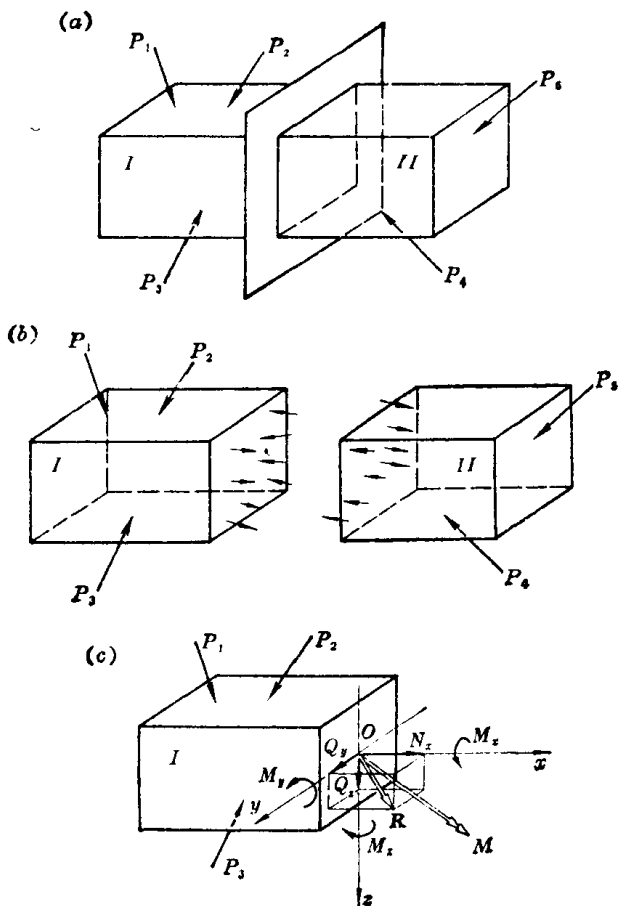


图 1.1

1. 在欲求内力之截面处，用假想截面将物体截开成两部分；
2. 任取一部分作平衡对象，以截面形心 O 为原点，建立直角坐标系 $Oxyz$ (右手坐标系)，且 x 轴正向与截面外法线一致；
3. 加上该部分的原有外力，并在截面形心处用六个内力分量 N_x 、 Q_y 、 Q_z 、 M_x 、 M_y 及 M_z 代替另一部分对保留部分的作用力；
4. 列平衡条件，确定截面上内力分量的大小^① (其符号以后

^① 在有些问题中，内力分量不能仅仅由静力平衡条件确定，此类问题属于超静定问题，详见第二章及第十三章。

再详细讨论)。

二、应力

物体内部截面上的内力是沿截面连续分布的,而且一般情况下截面上各点分布内力的大小和方向是因点而异的。为了描述截面上某一点 C 处的分布内力的大小(图1.2),可在截面上取一包含 C 点的微面积 ΔA , 设微面积上分布内力的合力为 ΔP 。当 ΔA 趋于零时,可以认为 ΔP 均匀地分布在 ΔA 微面积上,因此取 $\Delta P/\Delta A$ 的极限值为

$$\boldsymbol{p} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta \boldsymbol{P}}{\Delta A} = \frac{d\boldsymbol{P}}{dA}$$

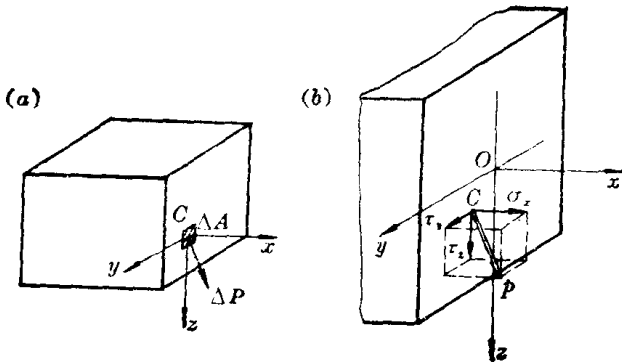


图 1.2

则 \boldsymbol{p} 反映了截面上 C 点处分布内力的集度,它称为截面上 C 点处的总应力。总应力 \boldsymbol{p} 是一个矢量,通常将总应力 \boldsymbol{p} 在沿截面法线方向上的分量称为正应力,记作 σ_x ;总应力 \boldsymbol{p} 在截面上的分量称为剪应力,记作 τ ;而剪应力 τ 沿截面内坐标 y, z 轴的分量为 τ_y 和 τ_z 。显然,对于直角坐标系 $Oxyz$ (图1.2b),则有

$$|\boldsymbol{p}|^2 = \sigma_x^2 + \tau_y^2 + \tau_z^2$$

今后,我们就用一点处的正应力 σ_x 和剪应力 τ_y, τ_z 来描述该点处的分布内力的大小。应力的量纲是[力]/[长度]²,在国际单位

制中应力的单位是 Pa、MPa 和 GPa，它们的关系如下：

$$1\text{Pa} = 1\text{N/m}^2, \quad 1\text{MPa} = 10^6\text{Pa}, \quad 1\text{GPa} = 10^9\text{Pa}$$

当我们知道截面上各点处的应力 σ_x 、 τ_y 及 τ_z 时，则可以通过下列对整个截面 A 的定积分，求得截面上的六个内力分量：

$$\left. \begin{aligned} N_x &= \int_A \sigma_x dA \\ Q_y &= \int_A \tau_y dA \\ Q_z &= \int_A \tau_z dA \\ M_x &= \int_A (\tau_{zy} - \tau_{yz}) dA \\ M_y &= \int_A \sigma_x z dA \\ M_z &= - \int_A \sigma_x y dA \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

但是反过来，若仅仅已知截面上的六个内力分量 N_x 、 Q_y 、 Q_z 、 M_x 、 M_y 及 M_z ，则不能求得截面上各点处应力的大小，这样的问题属于超静定问题。

三、变形和应变

在物体产生内力的同时，物体中任意相邻两点间的距离和任意两直线间的夹角可能发生变化，即物体的几何尺寸和几何形状将有所改变，这种变化称为物体的变形。物体的变形可以看作是组成该物体的无数微单元体变形的积累，所以研究微单元体变形是研究物体变形的基础。为简化起见，下面只考虑平面情况。我们设想在变形前的物体中的 A 点处

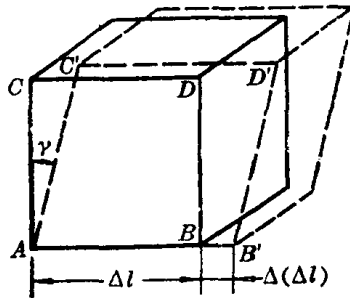


图 1.3

取一微小的正方块作为研究变形的微单元体，变形前单元体边长 $AB = \Delta l$ ， $\angle BAC = 90^\circ$ (图1.3)。变形后的微单元体如图中虚线所示， AB 边的伸长量 $BB' = \Delta(\Delta l)$ ，直角 $\angle BAC$ 的改变量 $\angle CAC' = \gamma$ 。定义：

1. $e_x = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \Delta(\Delta l) / \Delta l = \frac{d(\Delta l)}{dl}$ ，称为 A 点在 x 方向上的线应变，当 dl 伸长时 e_x 取正号；

2. $\gamma = \angle BAC - \angle B'AC' = \frac{\pi}{2} - \angle B'AC'$ ，称为 A 点处的剪应变，它是以弧度来量度的。

由定义可知，线应变 e 和角应变 γ 都是无量纲量。

显然，在一般变形情况下，物体的不同部位、不同方向上的变形通常是不相同的。因此，无论是线应变还是角应变，其大小与被描述变形的点的位置及通过该点的 x 轴方向 (见图1.3) 有关，即当我们叙述某物体的应变时，首先应说明该应变发生在物体的哪一点、哪个方向上。

应该指出，大多数工程结构受力后发生的变形量与结构原几何尺寸相比是甚微小的，这种情况称为小变形问题，材料力学主要研究这类小变形问题。在小变形情况下，可以认为图1.3中， $\Delta(\Delta l) \ll \Delta l$ ， $\gamma \ll 1$ 。因此，对于剪应变可以近似地表示为

$$\gamma \approx \text{tg} \gamma = \frac{\overline{CC'}}{AC}$$

四、杆件的基本受力与变形形式

材料力学的主要研究对象是细长杆。杆件在任意受力情况下的变形形式比较复杂，但它可以看作是几种简单基本变形形式的不同组合。杆件基本变形形式归纳为拉压、剪切、扭转和平面弯曲四种，现列表说明如下：

	受力及变形图	说 明
拉伸 压缩		杆两端沿杆轴线受一对方向相反的轴向力 P , 拉伸(压缩)时杆轴向尺寸伸长(缩短), 横向尺寸减小(增大)。
剪 切		杆受一对垂直于轴线、相距很近、方向相反的横向力 P , 受力处杆的横截面沿横向力方向发生相对错动。
扭 转		杆两端受一对作用面垂直于杆轴线、方向相反的力偶 \bar{M} , 杆的两端截面发生绕杆轴线的相对转动, 变形前杆的母线变形后成斜线。
平面弯曲		杆受一对作用于杆纵截面内、方向相反的力偶 \bar{M} . 杆的轴线在力偶作用平面内发生弯曲, 直杆变成曲杆, 横截面发生相对转动。

例 题

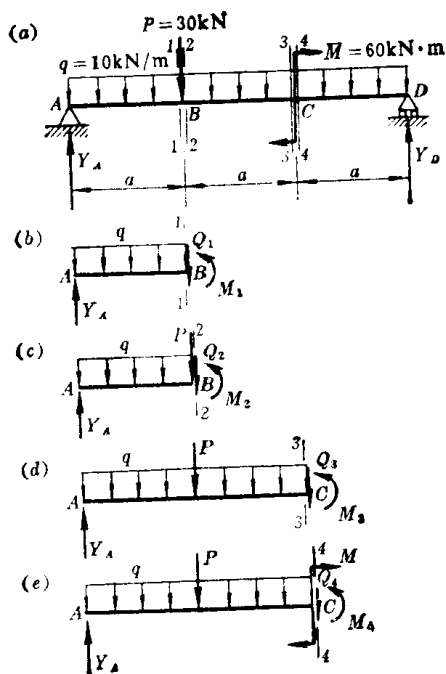
例 1.1 试求图示简支梁 1-1、2-2、3-3 及 4-4 各截面上的内力分量。1-1、2-2 是无限接近于集中力 P 的截面, 而 3-3、4-4 是无限接近于集中力偶 \bar{M} 的截面。已知 $P=30\text{kN}$, $\bar{M}=60\text{kN}\cdot\text{m}$, 分布载荷 $q=10\text{kN/m}$, $a=2\text{m}$ 。

解: 1. 首先求支座的约束反力 Y_A 及 Y_D 。

$$\sum m_D = 0: Y_A = \frac{2Pa + \frac{9}{2}qa^2 - \bar{M}}{3a} = 40\text{kN}$$

$$\sum m_A = 0: Y_D = \frac{Pa + \frac{9}{2}qa^2 + \bar{M}}{3a} = 50\text{kN}$$

2. 用 1-1 截面将梁截开, 取左段为隔离体。由平衡条件可知, 只须在 1-1 截面上加力 Q_1 及力偶 M_1 (图 b);



例 1.1 图

$$\sum Y = 0: \quad Q_1 = Y_A - qa = 20\text{kN}$$

$$\sum m_B = 0: \quad M_1 = Y_A a - \frac{q}{2} a^2 = 60\text{kN}\cdot\text{m}$$

3. 对于 2-2 截面(图 c):

$\sum Y = 0: \quad Q_2 = Y_A - qa - P = -10\text{kN}$ (负号表示与图设方向相反)

$$\sum m_B = 0: \quad M_2 = Y_A a - \frac{q}{2} a^2 = 60\text{kN}\cdot\text{m}$$

4. 对于 3-3 截面(图 d):

$$\sum Y = 0: \quad Q_3 = Y_A - 2qa - P = -30\text{kN}$$

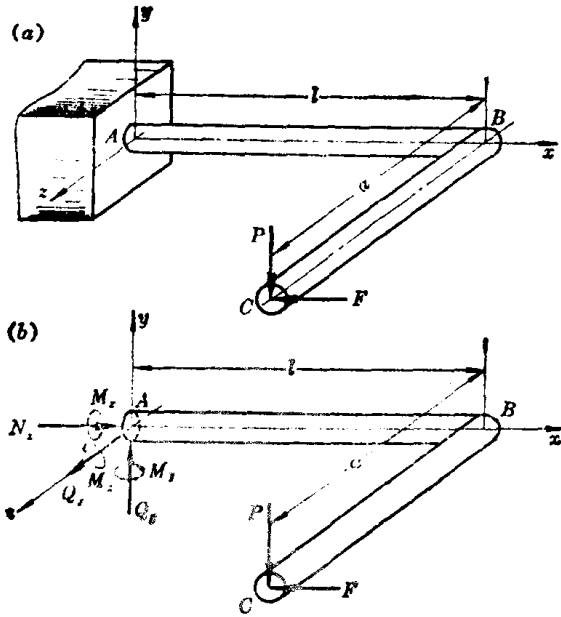
$$\sum m_C = 0: \quad M_3 = 2Y_A a - 2qa^2 - Pa = 20\text{kN}\cdot\text{m}$$

5. 对于 4-4 截面(图 e):

$$\sum Y = 0: \quad Q_4 = Y_A - 2qa - P = -30\text{kN}$$

$$\Sigma m_C = 0: M_A = 2Y_A a - 2qa^2 - Pa + \bar{M} = 80 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

例 1.2 图 a 所示之平面折杆 ABC 的 A 端为固定端, C 端受集中力 P 及 F, P 力与 ABC 折杆所在平面垂直, F 力在 ABC 平面内且与 BC 段垂直。已知 $AB \perp BC$, $AB = l$, $BC = a$, 试求折杆根部 A 截面上的内力分量。



例 1.2 图

解: 从 A 截面处截开, 并在 A 截面上加六个内力分量, 如图 b 所示。

$$\Sigma X = 0: N_x = F(\text{压})$$

$$\Sigma Y = 0: Q_y = P$$

$$\Sigma Z = 0: Q_z = 0$$

$$\Sigma m_x = 0: M_x = -Pa$$

$$\Sigma m_y = 0: M_y = Fa$$

$$\Sigma m_z = 0: M_z = Pl$$