

G O N G C H E N G L I X U E

# 工程力学

静力学 · 运动学 · 动力学

王 虎 主编



西北工业大学出版社

# 工 程 力 学

(静力学 运动学 动力学)

王 虎 主编

王 虎 王爱勤 樊丽俭 编

西北工业大学出版社

2000年10月 西安

(陕)新登字 009 号

【内容简介】 为适应教育改革的需要,在考虑目前高等工科院校学生实际水平的基础上,本书根据工程力学教学大纲的要求及多年的教学实践编写而成。

本书内容共十二章,讲述静力学、运动学、动力学的基本概念和基本理论。取材适当,深入浅出。各章有思考题和习题,书后附有习题答案。材料力学部分另外独立成册出版。

本书可用作高等学校少学时土建、机械、水利、地质、机电等专业本科及专科工程力学或理论力学课程的教材,也可供高职教育与函授教育等其它相关专业的教师、学生和工程技术人员参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

工程力学:静力学、运动学、动力学/王虎主编;王爱勤,樊丽俭编. —西安:西北工业大学出版社, 2000.10

ISBN 7-5612-1286-0

I. 工... II. ①王...②王...③樊... III. 工程力学 IV. TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 50992 号

西北工业大学出版社出版发行  
(邮编:710072 西安市友谊西路 127 号 电话:8491147)  
全国各地新华书店经销  
西安市向阳印刷厂印装

\*

开本:787 毫米×1 092 毫米 1/16 印张:14.25 字数:342 千字  
2000 年 10 月第 1 版 2000 年 10 月第 1 次印刷  
印数:1—5 000 册 定价:16.00 元

购买本社出版的图书,如有缺页、错页的,本社发行部负责调换。

## 前 言

本书是我们在多年从事工程力学、理论力学与材料力学教学实践的基础上,为适应工科基础力学教学改革的需要,体现并贯彻教育部面向 21 世纪工科力学课程教学改革的要求的精神,根据工科学生专业的需要,为中、少学时工程力学和理论力学课程而编写的。工程力学(静力学、运动学、动力学)和工程力学(材料力学)两大部分,独立成册,分别出版,以便不同专业选用。

高新科学技术的迅速发展和我国的社会主义市场经济对高等工科院校人才培养提出了更高的要求。原有高等工科院校的力学课程已不能适用新的教学需要,其传统的教学内容和课程体系必须进行改革。工程力学作为工科教育中重要的技术基础课,是系统地引导学生结合工程实际的一门理论课程,在学生能力和素质的培养中占有重要地位,受到国家教委及各院校领导的高度重视。力学课程教学内容和课程体系改革的研究与实践是国家教委首批立项研究的课题之一。我校也在课程建设中立项由理论力学教研室进行专题研究。我们认为工程力学的基本任务应该是在原来学生已有的力学基础上,培养学生具备对复杂(包括简单)工程对象正确建立力学模型的能力,具备对工程实际问题及其力学模型进行静力学、运动学、动力学及承载性能分析的能力,具备利用工程力学的基本概念判断分析结果正确与否的能力。为此,本书在妥善处理传统内容的继承、取舍和体系安排上,针对工科专业要求,贯彻“适用为主,够用为度”的原则,既注重理论阐述的科学性和系统性,又注意处理与物理课程重复内容的衔接问题,理论联系实际,强化学生的工程意识,注意培养学生解决工程实际问题的能力。在内容表述方面,由浅入深,循序渐进,图文结合,力求清晰简练,避免不必要的繁琐叙述和论证,着重讲清基本概念和基本理论的内涵,有效地减少叙述的篇幅,适应课程学时减少的需要,注意问题的分类和工程背景及分析问题的基本思路和方法。为了便于学习、复习和巩固,并掌握内容要点,各章节都总结了解题的基本步骤,并选配了一定数量的例题、思考题和习题,书末附有习题答案。本书采用国际单位制。

本书内容分三部分共十二章。绪论、动力学部分(第八、九、十、十一、十二章)由王虎编写,静力学部分(第一、二、三、四章)由王爱勤编写,运动学部分(第五、六、七章)由樊丽俭编写。王虎担任主编,负责全书统稿、修改和定稿工作。

本书在编写过程中,承蒙尹冠生、冯振宇和张新占同志全面详细审阅,长安大学教务处、教材科及力学教研室的教师等给予了关怀和支持并提出了许多宝贵建议。在出版过程中,西北工业大学出版社的同志付出了辛勤的劳动,在此一并表示诚挚的谢意。

限于编者水平和时间的因素,书中难免有疏漏或不妥之处,竭诚欢迎读者批评指正。

编 者

2000 年 6 月于长安大学

# 目 录

|          |   |
|----------|---|
| 绪论 ..... | 1 |
|----------|---|

## 静 力 学

|                              |    |
|------------------------------|----|
| 第一章 静力学基础 .....              | 6  |
| § 1-1 力的概念和静力学公理 .....       | 6  |
| § 1-2 约束和约束反力 .....          | 9  |
| § 1-3 物体的受力分析及受力图 .....      | 13 |
| 思考题 .....                    | 16 |
| 习题 .....                     | 18 |
| 第二章 平面基本力系 .....             | 20 |
| § 2-1 平面汇交力系合成与平衡的几何法 .....  | 20 |
| § 2-2 平面汇交力系合成与平衡的解析法 .....  | 23 |
| § 2-3 平面力对点之矩的概念 .....       | 26 |
| § 2-4 平面力偶理论 .....           | 28 |
| 思考题 .....                    | 31 |
| 习题 .....                     | 32 |
| 第三章 平面任意力系 .....             | 37 |
| § 3-1 平面任意力系的简化 .....        | 37 |
| § 3-2 平面任意力系的平衡条件和平衡方程 ..... | 41 |
| § 3-3 平面平行力系的平衡方程 .....      | 44 |
| § 3-4 物体系统的平衡、静定和静不定问题 ..... | 46 |
| § 3-5 考虑摩擦时的平衡问题 .....       | 50 |
| 思考题 .....                    | 56 |
| 习题 .....                     | 58 |
| 第四章 空间力系 .....               | 64 |
| § 4-1 力在直角坐标轴上的投影 .....      | 64 |
| § 4-2 力对点之矩和力对轴之矩 .....      | 66 |
| § 4-3 空间力系的平衡方程及其应用 .....    | 69 |
| § 4-4 重心 .....               | 75 |
| 思考题 .....                    | 80 |
| 习题 .....                     | 80 |

## 运 动 学

|                              |     |
|------------------------------|-----|
| 第五章 运动学基础 .....              | 86  |
| § 5-1 点的运动学 .....            | 86  |
| § 5-2 刚体的基本运动 .....          | 94  |
| 思考题 .....                    | 99  |
| 习题 .....                     | 100 |
| 第六章 点的合成运动 .....             | 103 |
| § 6-1 点的合成运动的概念 .....        | 103 |
| § 6-2 点的速度合成定理 .....         | 104 |
| § 6-3 点的加速度合成定理 .....        | 107 |
| 思考题 .....                    | 111 |
| 习题 .....                     | 111 |
| 第七章 刚体的平面运动 .....            | 116 |
| § 7-1 刚体平面运动的运动特征与运动分解 ..... | 116 |
| § 7-2 平面图形上任一点的速度 .....      | 118 |
| § 7-3 平面图形上任一点的加速度 .....     | 124 |
| 思考题 .....                    | 128 |
| 习题 .....                     | 129 |

## 动 力 学

|                           |     |
|---------------------------|-----|
| 第八章 质点运动微分方程 .....        | 135 |
| § 8-1 动力学基本定律 .....       | 135 |
| § 8-2 质点的运动微分方程 .....     | 136 |
| 思考题 .....                 | 144 |
| 习题 .....                  | 145 |
| 第九章 刚体绕定轴转动的微分方程 .....    | 147 |
| § 9-1 刚体绕定轴转动的微分方程 .....  | 147 |
| § 9-2 转动惯量 .....          | 149 |
| 思考题 .....                 | 156 |
| 习题 .....                  | 156 |
| 第十章 达朗伯原理 .....           | 160 |
| § 10-1 惯性力和质点的达朗伯原理 ..... | 160 |
| § 10-2 质点系的达朗伯原理 .....    | 162 |
| § 10-3 刚体惯性力系的简化 .....    | 164 |
| 思考题 .....                 | 171 |
| 习题 .....                  | 172 |
| 第十一章 动能定理 .....           | 178 |
| § 11-1 力的功 .....          | 178 |

|                              |            |
|------------------------------|------------|
| § 11-2 动能 .....              | 181        |
| § 11-3 动能定理 .....            | 183        |
| § 11-4 功率和功率方程 .....         | 187        |
| 思考题 .....                    | 189        |
| 习题 .....                     | 189        |
| <b>第十二章 动量定理和动量矩定理</b> ..... | <b>195</b> |
| § 12-1 动量定理 .....            | 195        |
| § 12-2 质心运动定理 .....          | 199        |
| § 12-3 动量矩定理 .....           | 201        |
| 思考题 .....                    | 204        |
| 习题 .....                     | 205        |
| <b>习题答案</b> .....            | <b>210</b> |
| <b>参考文献</b> .....            | <b>219</b> |

# 绪 论

工程力学是一门研究物体机械运动以及构件的强度、刚度和稳定性的科学。它包括静力分析、运动分析及动力分析和构件承载能力分析等内容,是与工程技术联系极为广泛的技术基础学科,是工程技术的重要理论基础之一。本书主要介绍静力学、运动学和动力学的内容。材料力学内容另外独立成册出版。

## 一、课程研究对象及主要内容

工程力学的静力学、运动学、动力学部分主要研究物体机械运动的一般规律。机械运动是指物体在空间的位置随时间而变化的运动,它是生活和生产实践中最常见的运动形式。平衡是机械运动的特殊情况。运动是物质存在的形式,是物质的固有属性。宇宙中的一切物质都按自己的规律不断地运动着,其形式是多种多样的。例如,光、电、热的运动,物理变化、化学变化以及人脑的思维活动等,都是运动。而机械运动是一切运动形式中最简单的最基本的一种。天体的运动、车辆的运行、机器的运转等,都是机械运动。况且在其它高级和复杂形式的运动中,也包含或伴随着机械运动。因此,对机械运动的研究,不仅是工程实际的需要,也是进一步研究其它高级运动形式的基础。

物体的机械运动的研究内容是速度远小于光速的宏观物体的运动,属于经典力学的范畴。它不适用原子、电子等微观粒子的运动,也不适用接近光速运动的物体。前者属于量子力学,后者属于相对论力学的研究范畴。宏观物体远小于光速的运动是日常生活和一般工程中经常遇到的问题,所以古典力学有着极其广泛的应用。

在工程结构的设计和施工中,经常要用到静力学理论。比如图 0-1 所示的厂房结构,在设计时,要先对屋架、吊车梁、柱、基础等构件进行受力分析,再应用力系的平衡条件求出这些力中的未知量,然后设计这些构件的断面尺寸及钢筋的配置等。在机械传动设计时,要分析各部件之间的运动传递与转换,研究某些点的轨迹、速度和加速度。比如卷扬机的电动机启动后,通过减速机构使卷筒转动,钢丝绳便将重物提升,如图 0-2 所示。由电动机的转速来计算重物的提升速度,需要用运动学理论。而起重机起吊或重物下降时突然刹车所发生的超重现象,则要应用动力学的理论来分析。另外,要分析汽车的运行规律及转弯时的运动稳定问题,也要用到运动学和动力学的理论和方法。

根据所研究问题的性质和工科专业的特点,本课程内容分为静力学、运动学和动力学三部分。静力学主要研究力学的简化和物体的平衡条件;运动学主要研究物体运动的几何性质,而不涉及引起物体运动的物理原因;动力学主要研究物体运动与所受力之间的关系。

## 二、课程内容与研究方法的特点

本门课程作为工科院校的技术基础课,它的教学内容、研究方法及课程的设置有其自身

的特点。

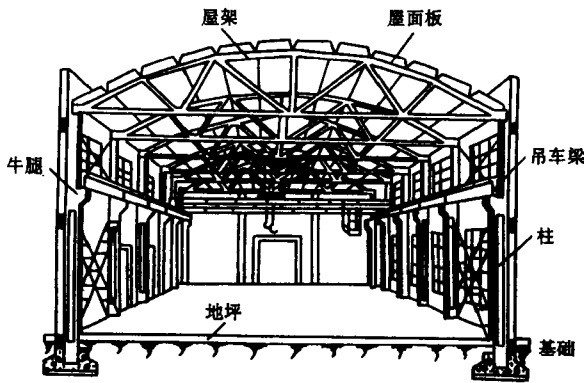


图 0-1

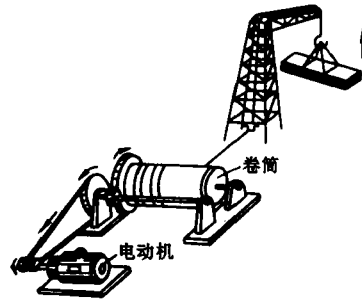


图 0-2

(1)观察和实验是基本理论形成和发展的基础。力学理论是人们通过观察生活和生产实践中各种现象,进行许多科学实验,并经过分析、综合和归纳而总结出来的具有广泛适用意义的基本规律。我国古代的人们,在生产实践中已使用杠杆、斜面、滑轮、磨盘、风车等工具,积累了很多的力学知识。墨翟(公元前 468—前 382 年)所著的《墨经》中的力学九条叙述和总结了力的定义、杠杆平衡原理以及梁和绳索的挠曲问题等。为了认识客观规律,人们不仅要在生活和生产实践中进行观察和分析,还要主动地进行实验,定量地测量机械运动中各因素之间的关系,找出其内在规律性。开卜勒(1571—1630 年),通过大量的观测和实验及当时已有的资料,总结出了行星运转的三大定律。伽利略(1564—1642 年)对自由落体和物体在斜面上的运动作了多次实验,从而推翻了当时传统的错误观点,提出了“加速度”的概念。后来,牛顿(1643—1727 年)于 1666 年发现万有引力定律,并在总结前人的研究成果的基础上,在其名著《自然哲学的数学原理》(1678 年)中完备地提出了动力学的基本定律,即牛顿定律,从而创立了经典力学。

观测与实验为经典力学的建立起到了不可磨灭的作用。然而,牛顿定律成为人们普通接受的基本定律,不是在其提出之日,而是在数次重大的天文观测中它都能经得住考验之时,其中的一次是在 1864 年,即牛顿发表《自然哲学的数学原理》的 177 年之后,法国科学家勒威耶根据牛顿定律的计算,提出了在天王星之外还有海王星的预言。通过天文观测,果然发现了这颗新行星,而且说明其位置的日心经度的观察值与理论值之间只差  $0^{\circ}52'$ ! 这就在实践中检验了牛顿定律的正确性。

(2)通过建立力学模型,运用逻辑推理和数学演绎的方法,来分析工程问题是本课程的一个显著特点。生产实际中的问题是复杂的,为了找出其共同的规律,必须抓住主要因素、舍弃次要因素,建立抽象化的力学模型。例如,在研究某些问题时,不计物体的大小和形状,可建立具有质量的质点力学模型;忽略一般物体的微小变形,可建立受力不变形的刚体模型;抓住不同物体之间机械运动的相互限制的主要方面,可建立一些典型的理想约束模型。又如,研究自由物体的降落时,忽略空气阻力,可分析自由落体的运动规律。这些抽象化、理想化的方法,一方面简化了所研究的问题,另一方面也更深刻地反映出了事物的本质。当然,任何抽象化的模型都是相对的,有条件的。当所研究问题的性质条件改变时,必须再考虑影响事物

的新因素,建立新的分析模型。例如,在研究物体受外力作用而平衡时,可以忽略物体形状的改变,采用刚体模型;但若分析物体内部的受力状态或解决一些比较复杂的物体系统的平衡问题时,必须考虑物体的变形,建立弹性体的模型。

静力学、运动学和动力学成功地运用逻辑推理和数学演绎的方法,由少量最基本的规律出发,得到了从多方面揭示机械运动规律的定理、定律和公式,建立了严密而完整的理论体系。这对于理解、掌握、发展和应用该理论解决实际问题都是极为有利的。但是,我们知道这些定理和理论只是相对真理,只在一定的范围内才成立。所以对数学演绎要重视,但不能错误地把数学演绎绝对化,不可仅仅满足数学推演,而忽视深入理解力学规律的实质。

(3)理论密切联系工程实际,培养学生工程概念。本门课程针对所讨论问题的性质,略去次要和偶然因素,进行合理地简化,并经过受力分析和运动分析,依据力学的基本原理和各力学量间的数学关系,列写平衡方程式或运动微分方程等来分析问题。这是工科学生第一门需要学生自己选择研究对象,并对其进行合理简化,然后建立描述研究对象力学特征的数学方程的课程。这也是科技和工程技术人材必备的本领,是业务素质的重要组成部分。本课程对培养这种能力具有得天独厚的条件,其解题方法是对学生习惯于运用公式来求解问题的方法的挑战,也是一个飞跃和新台阶。

土木工程结构的受力一般必须满足力系的平衡条件;而一般机器与机械或者传递、转换某种运动,或者是实现某种特定的运动,它们都是物体系统机械运动的具体体现。因此,本门课程的例题和习题,绝大多数都是从工程实际中简化而来的,或者其本身就是一个简单的工程实际问题。在自然界以至人类的日常生活中,物体机械运动到处可见,这是在技术理论课程中少见的。

### 三、课程学习的目的

学习本门课程,掌握机械运动的基本规律,使我们能够理解周围许多机械运动现象。例如,公路和铁路在转变处,为什么外侧要比内侧高?发射人造地球卫星至少需要多大的速度?卫星怎样围绕地球运动?高速公路表面为什么宏观上要平整、微观上要粗糙?等等,这些都可由本门课程的原理和内容得到解答。

当然,学习的主要目的,不在于解释日常所见的机械运动现象,而在于掌握机械运动的规律,以便在生产实践中应用这些规律,更好地为生产建设服务。因为,从土木建筑工程的结构物的设计和施工、机械的制造和运转,直到人造卫星、宇宙飞船的发射和运行,都有着大量的力学问题。尽管这些问题并不都是单靠本门课程的理论就能解决的,但在解决这些问题时,机械运动的知识却是不可缺少的。由于计算机的不断进步以及研究方法和研究手段革命性变革,“工程力学走过了从工程设计的辅导手段到中心主要手段,不是唱配角而是唱主角了”。

本门课程关于机械运动规律的基本理论是许多工程专业课程(如结构力学、弹性力学、流体力学、生物力学、机械原理、结构设计原理、振动理论等)的理论基础。学习它,也是为这一系列后续课程作理论准备。

本课程的基本理论来源于实践又服务于实践,既抽象而又紧密结合实际,研究的问题涉及面广,而且系统性和逻辑性强。这些特点有助于培养辩证唯物主义世界观,培养正确地逻辑思维和分析工程实际问题的能力。

对多数工科专业的学生来说,本课程是从纯数理学科过渡到专业学科过程中,要学习的

与工程技术有关的第一门力学课程,侧重于力学理论在工程中的应用训练。通过学习,可以懂得将工程实际问题进行抽象简化的一些方法,并且还可学会一些数理计算和图解的方法。这些方法无疑也有助于学习其它科学技术理论,并为以后科学地从事工程技术工作和科学研究打下基础。

# 静 力 学

## 导 论

静力学是研究力系的简化及物体在力系作用下平衡条件的科学。

“平衡”是指物体相对于惯性参考系(如地面)保持静止或作匀速直线运动的情形。如桥梁、高层建筑物、作匀速直线飞行的飞机等等都处于平衡状态。平衡是物体机械运动的一种特殊形式。

在静力学中,主要研究三方面问题:

(1)物体的受力分析:即分析物体共受多少力,以及每个力的大小、方向和作用线位置,以便对所研究的力系有系统和全面的了解。

(2)力系的简化:即用一个简单的力系来等效替换一个复杂的力系,从而抓住不同力系的共同本质,明确力系对物体作用的总效果。

(3)建立力系的平衡条件:即研究物体平衡时,作用在物体上的各种力系所必须满足的条件。

在静力学中,将所研究的物体都看作是刚体,所以又称刚体静力学。所谓刚体,就是在任何情况下其大小和形状不变的物体。实践证明,任何物体受力总会或多或少地产生变形,但是,在正常工作情况下,工程技术中的绝大多数零件和构件的变形,一般是很微小的,甚至只有用专门的仪器才能测量出来。例如,房屋建筑中常用的钢筋混凝土梁,在设计时梁中央的最大变形(挠度)就控制在梁长的  $1/250 \sim 1/300$ ;在机械中,各零部件所允许的最大变形更是极为微小的。因此,在很多情况下,物体这些微小的变形,对于平衡问题的研究影响很小,可以忽略不计,从而使问题的研究大为简化。以后我们还将看到,对于那些必须考虑变形的平衡问题的研究,也是以刚体静力学为基础的,只不过还要考虑更复杂的力学现象并加上一些补充条件而已。

在工程实际中存在着大量的静力学问题,例如,在对各种工程结构的构件(如梁、桥墩、屋架等)设计时,须用静力学理论进行受力和计算,在机械工程设计时,也要应用静力学知识分析机械零部件的受力情况作为强度计算的依据。对于运转速度缓慢或速度变化不大的构件的受力分析通常都可简化为平衡问题来处理。另外,静力学中力系的简化理论和物体受力分析方法可直接应用于动力学和其它学科,而且动力学问题还可从形式上变换成平衡问题应用静力学理论求解。因此,静力学是工程力学的基础部分,不仅在力学理论上占有重要的地位,而且在工程中也有着极其广泛的应用。

# 第一章 静力学基础

静力学的基本公理及物体的受力分析是研究静力学的基础。本章着重介绍约束及约束反力。最后,介绍物体的受力分析及受力图的画法。

## § 1-1 力的概念和静力学公理

### 一、力的概念

物理学中已经指出,力是物体间的相互机械作用。这种作用将使物体运动状态发生改变,或使物体产生变形。前者称为运动效应或外效应,后者称为变形效应或内效应。静力学只研究力的外效应,而材料力学将研究力的内效应。力对物体的效应取决于力的三要素(力的大小、方向、作用点)。而且力的计算服从矢量运算规则,因此,力是矢量。

我们可以用矢量图示法表示力的三要素,如图 1-1 所示。该矢量的长度( $AB$ )按一定比例表示力的大小;矢量线的方位和箭头的指向表示力的方向;矢量的始端或末端表示力的作用点。表示力的矢量称为力矢,力矢线段所在的直线称为力的作用线,我们常用斜黑体字母(如  $\boldsymbol{F}$ )表示力矢,而用对应的普通字母(如  $F$ )表示力的大小。书写时,为简便起见,常在普通字母上方加一带箭头的横线表示力矢。

本书采用国际单位制(SI),以“N”作为力的单位符号,称作牛[顿],有时也以“kN”作为力的单位符号,称作千牛[顿]。

作用在物体上的一群力称为力系,一般记为( $\boldsymbol{F}_1, \boldsymbol{F}_2, \dots, \boldsymbol{F}_n$ )。分别作用于同一刚体上的两组力系,如果它们对该刚体的作用效果完全相同,则此两组力系互为等效力系。作用于刚体并使刚体保持平衡的力系称为平衡力系。如果某力系与一个力等效,则此力称为该力系的合力,而该力系的各力称为此合力的分力。用一个力系的合力(如该力系的合力存在)代替该力系的过程称为力的合成,将合力代换为几个分力的过程称为力的分解。

在理论和实践中,按力系作用线位置的分布情况,可以将力系分为平面力系和空间力系两大类,还可以按力系作用线的相互关系,将力系分为共线力系、平行力系、汇交力系和任意力系等等。

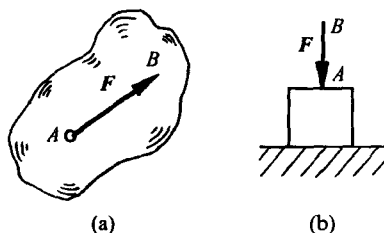


图 1-1

## 二、静力学公理

人们在长期的生活和生产实践中,对力的基本性质进行了概括和归纳,提出了能深刻反映力的本质的一般规律,其正确性已为长期的实践反复验证,并为人们所公认,故称之为静力学公理,它们是静力学的理论基础。

### 公理1 二力平衡条件

作用在刚体上的两个力,使刚体保持平衡的必要和充分条件是:这两个力大小相等、方向相反,且作用在同一直线上(如图1-2所示)。即

$$F_1 = -F_2 \quad (1-1)$$

该公理指出了作用于刚体上最简单的力系的平衡条件,对刚体而言,这个条件既必要而又充分,但对非刚体来讲,该条件并不充分。例如,软绳两端受等值、反向、共线的拉力作用时可处于平衡,但若受到等值、反向、共线的压力时,就不能平衡了。

习惯上,将仅在两点受力作用而处于平衡的刚体,称为二力体。如果它是杆件则称为二力杆,如果是结构中的构件则称为二力构件。由公理1可知,二力体无论其形状如何,所受两个力必沿两力作用点的连线。如图1-3(a)所示构件BC,不计其自重时,就可视为二力构件,受力如图1-3(b)所示。

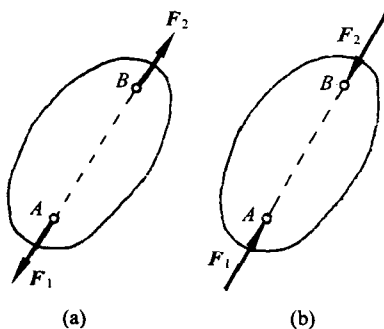


图1-2

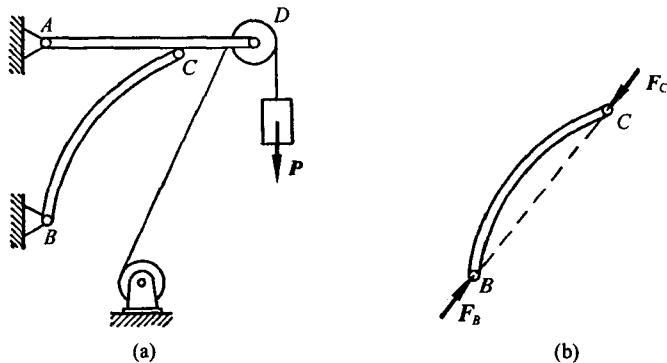


图1-3

### 公理2 加、减平衡力系公理

在已知力系上加上或减去任意平衡力系,并不改变原力系对刚体的作用效应。

该公理为研究力系的等效替换与力系的简化提供了理论依据。其次,这个公理同样也只适用于刚体而不适用于变形体。

#### 推论1 力的可传性

作用于刚体上某点的力,可以沿着它的作用线移动到刚体内任意一点,并不改变该力对刚体的作用效应。

证明:没有力  $F$  作用在刚体上的点  $A$ ,如图1-4(a)所示,根据公理2,在力的作用线上任取一点  $B$ ,并添加上两个相互平衡的力  $F_1$  和  $F_2$ ,使  $F = F_2 = -F_1$ ,如图1-4(b)所示。根据

公理 1, 可知力  $F$  和  $F_1$  也是一个平衡力系, 故可除去; 这样只剩下一个力  $F_2$ , 如图 1-4(c) 所示。于是, 原来的力  $F$  与力系  $(F, F_1, F_2)$  以及力  $F_2$  等效, 这样就将原来的力  $F$  沿其作用线由点  $A$  移到了点  $B$ 。

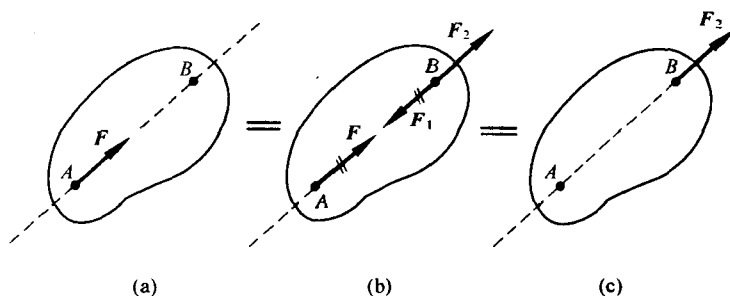


图 1-4

由此可见, 对刚体而言, 力的作用点要素可用作用线来代替, 所以作用于刚体上的力的三要素是: 力的大小、方向和作用线。作用于刚体上的力可以沿着作用线移动, 这种矢量称为滑动矢量。

### 公理 3 力的平行四边形法则

作用在物体上同一点的两个力, 可以合成为一个合力, 合力的作用点也在该点, 合力的大小和方向, 由这两个力为边构成的平行四边形的对角线确定, 如图 1-5(a) 所示。或者说, 合力矢等于这两个力矢的几何和, 即

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \quad (1-2)$$

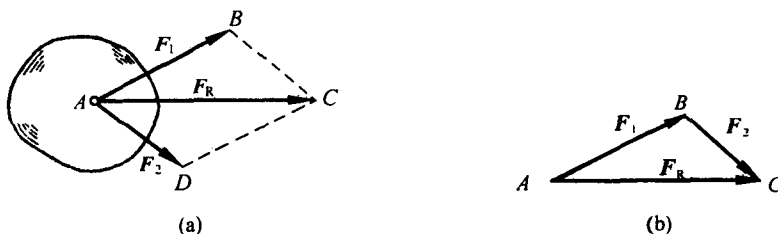


图 1-5

该公理既是力的合成法则, 也是力的分解法则, 是较复杂力系简化的基础。为了方便, 在用矢量加法求合力时, 往往不必画出整个的平行四边形, 如图 1-5(b) 所示, 可从任选一点  $A$  作矢量  $\overrightarrow{AB}$  等于力矢  $\mathbf{F}_1$ , 再以  $\mathbf{F}_1$  的末端点  $B$  为起点, 作矢量  $\overrightarrow{BC}$  等于力矢  $\mathbf{F}_2$ , 然后连接  $A, C$  两点, 显然,  $\overrightarrow{AC}$  即表示合力矢  $\mathbf{F}_R$ , 这样得到的  $\triangle ABC$  称为力三角形。这种求合力的方法, 称为力三角形法则, 但应当注意, 力三角形只表明力的大小和方向, 即力矢, 它不表示力的作用点或作用线。应用力三角形法则求解力的大小和方向时, 可应用数学中的三角公式或在图上按比例直接量测。

### 推论 2 三力平衡汇交定理

刚体受三力作用而平衡, 若其中的两个力的作用线汇交于一点, 则三力必在同一平面内, 且第三个力的作用线通过汇交点。

证明: 设有不平行的三个力  $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2$  和  $\mathbf{F}_3$ , 分别作用于刚体上的  $A_1, A_2, A_3$  三点, 使刚体处

于平衡,如图 1-6 所示。

根据力的可传性,将力  $F_1$ ,  $F_2$  沿其作用线移到  $A$  点,并按力的平行四边形法则,合成一合力  $F_R$ ,则力  $F_3$  应与  $F_R$  平衡。根据二力平衡条件,力  $F_3$  必定与  $F_R$  共线,所以力  $F_3$  必通过力  $F_1$  与  $F_2$  的交点  $A$ ,且  $F_3$  必与  $F_1$  和  $F_2$  在同一平面内。

该定理给出了三个不平行的共面力构成平衡力系的必要条件,当刚体受不平行的三个力作用处于平衡时,常利用这个关系确定未知力的作用线方位。

#### 公理 4 作用和反作用定律

作用力和反作用力总是同时存在,两力的大小相等、方向相反、沿着同一直线,分别作用在两个相互作用的物体上。

该定律揭示了物体之间相互作用的定量关系,它是分析物体间作用力关系时必须遵循的原则。

必须强调指出,虽然作用力与反作用力两者等值、反向、共线,但它们并非作用在同一物体上,而是分别作用在两个不同的物体上,因此,不能把它们看成是一对平衡力。

#### 公理 5 刚化原理

变形体在某一力系作用下处于平衡,如将此变形体刚化为刚体,其平衡状态保持不变。

根据刚化原理,可以将刚体静力学的平衡条件应用于平衡的变形体。然而,刚体的平衡的必要与充分条件对于变形体的平衡只是必要条件而非充分条件,例如,软绳在两端受到两个拉力而处于平衡时,此两力一定等值、反向、共线,即满足二力平衡条件;但是,等值、反向、共线的两个压力却不能使软绳维持平衡。平衡的变形体,除了满足刚体的平衡条件外,还需要满足与变形体有关的某些附加条件。所以,该原理也给出了刚体力学与变形体力学之间的关系。

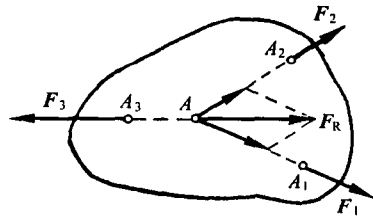


图 1-6

## § 1-2 约束和约束反力

工程中的一些物体可以在空间自由运动,其位移不受任何限制,这种物体称为自由体。例如,航行中的飞机、水中的潜艇等。另外一些物体,其位移受到某些限制而不能做任意运动,这种物体称为非自由体。例如,支承在柱子上的屋梁、公路上的汽车等。阻碍非自由体运动的限制条件称为约束。约束一般是通过非自由体周围的物体来实现的,因此常把这些周围物体也称为约束。如前所述,柱子是屋梁的约束,公路是汽车的约束。约束限制某物体运动时,便会受到该物体对它的作用力,根据作用与反作用定律,约束也必给于此物体以反作用力。因此,把约束对非自由体上的反作用力称为约束反力,简称反力。约束反力的方向总是与该约束所限制的非自由体的位移方向相反。应用这个准则可以确定约束反力的方向或作用线位置,至于其大小不能预先独立确定。约束反力的大小与被约束物体的运动状态和作用于其上的其它力有关,应当通过力学定律(包括平衡条件)才能确定。不属于约束反力的力如重力、风力等,它们的特点是能促使物体运动或产生运动趋势,这类力称为主动力。本书中的主动力通常是给定的。在工程实际中,它常需要通过调查和实验测试来确定。

静力学对物体的受力分析主要是分析约束反力,约束反力特征决定于约束与被约束体接触面的物理性质及连接方式。接触面可以抽象化为绝对光滑和存在摩擦两种。它们将分别在本节和第 § 3-5 节中予以讨论,而物体的连接方式多样又复杂,如不进行理想化,其约束反力将难以分析。为此,我们将工程实际中物体间常见的连接方式抽象化为几种典型的约束模型。

### 一、具有光滑接触表面约束

当物体与固定或活动约束间的接触面比较光滑,可忽略摩擦时,便可简化为这类约束,也称光滑支承面约束。其特点是光滑支承面不能限制物体在接触点切面上任何方向的位移,而只能限制物体沿接触点公法线方向指向支承面的位移。因此,光滑支承面的约束反力总是沿接触点的公法线而指向被约束物体,称为法向反力,记为  $F_N$ ,如图 1-7(a),(b)所示。

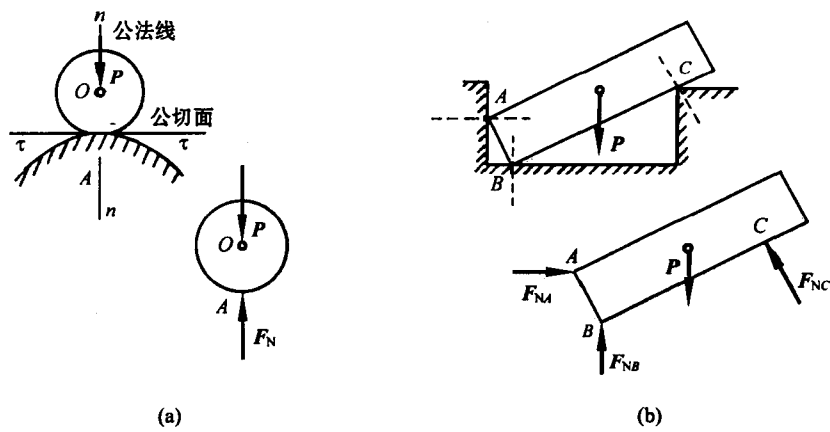


图 1-7

### 二、滚动支座约束

在桥梁、屋架等工程结构中,经常采用滚动支座,又称辊轴约束、活动铰支座,如图 1-8(a)所示。这种约束用几个圆柱形滚轮支承结构,以便当温度变化,引起桥梁等结构物在跨度方向伸缩时,滚轮可有微小滚动。显然,这种滚动支座的约束性质与光滑支承面约束相同,其约束反力  $F_N$  必垂直于支承面,如图 1-8(c)所示。滚动支座的结构简图如图 1-8(b)所示。

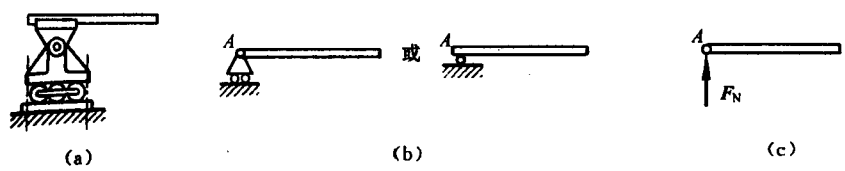


图 1-8

### 三、光滑圆柱形铰链约束

#### 1. 固定铰链支座