地质统计学的理论与方法

侯景儒 黄竞先 编译

地质出版社

地质统计学的理论与方法

侯景儒　黄竞先　编译

地 质 出 版 社

内 容 提 要

本书收集了有关地质统计学理论及方法研究方面的最新成果，其中大部分资料选自第二届国际地质统计学大会的论文集，以及《数学地质》(Mathematical Geology）杂志。

全书共分四部分。第一部分介绍地质统计学理论及方法研究的最新进展；第二部分对变异函数及结构分析研究方面进行了探讨；第三部分集中了估计方差及其应用方面的论文；第四部分结合实例介绍了地质统计学的若干实际应用。

本书适用于地质、冶金、有色金属、石油、煤炭、核工业以及水文地质、工程地质、环境保护、非金属矿产等系统的数学地质人员，采矿设计及矿山地质人员，地质勘探及地质科研人员，也可作为高等院校有关专业师生的参考书。

地质统计学的理论与方法
侯景儒　黄竞先　编译

责任编辑：杨友爱
地质出版社出版发行
（北京和平里）
地质出版社印刷厂印刷
（北京海淀区学院路29号）
新华书店总店科技发行所经销

开本：850×1168 1/32　印张：11.25　字数：212000
1990年3月北京第一版·1990年3月北京第一次印刷
印数：1—1480册　国内定价：5.80元
ISBN 7-116-00556-0/P·473

前　言

地质统计学是近20多年来发展起来的新的数学地质方法。1975年在意大利召开了北大西洋组织第一届先进科学研究会（第一届国际地质统计学大会）上，对地质统计学的理论及实际应用进行了广泛地讨论，这次会议推动了地质统计学在矿业工作中的应用。此后，地质统计学理论得到迅速提高，应用的范围更为广泛。地质统计学理论推动了生产的发展，生产上的应用又使该理论更加完善。现在地质统计学已经发展到了一个新的高度，它的经济效益越来越显著。所有这些新的成就充分地体现在1983年在美国召开的第二届北大西洋组织先进科学研究会（第二届国际地质统计学大会）以及1988年在法国召开的第三届国际地质统计学大会的论文中。

参加本书翻译和校对的有：黄竞先、侯景儒、薛禹选、吴雨沛、孙惠文、王雪曼、杨尔煦、刘承祚、蒋跃淞，最后由侯景儒和黄竞先统一整理编写定稿。陈大香、崔桂忠清绘了书中的全部图件。

编者

1989年1月

目　录

第三部分　估计方差及其应用

第四部分　地质统计学的若干实际应用

地质统计学方法研究及应用中的若干问题

经验表明，把经典统计学的理论和方法简单地用于研究和处理地质勘探、采矿设计、矿山地质及其他地学领域的变量时存在着一些不足之处，例如，经典统计学所研究的变量原则上可无限重复或进行大量观测，而且要求每次抽样必须独立进行；此外，经典统计学研究的对象应是随机的变量，且服从某个已知概率分布，它并不考虑各变量值的空间分布规律。以上这些要求在矿业领域中有时（甚至多数情况下）是难以满足的。为了能有效地把经典统计学的理论和方法应用于矿业及其他工业领域，又能符合在实际工作中所遇到的变量（如品位、地质观测值等）的特点，就产生了地质统计学这个新兴学科。因此，地质统计学是以区域化变量理论为基础，以变异函数为基本工具来研究那些展布于空间并呈现出一定的结构性和随机性的自然现象的科学。

目前地质统计学已形成了一套较完整的理论体系，研究出一些重要的方法和技巧，编制了一套有实用价值的程序系统，并建立了适用于地质统计学研究的数据库。几乎世界上所有的国家都在研究并应用地质统计学，地质统计学目前正处在一个蓬勃发展的阶段。

一、地质统计学的若干新理论及新方法

地质统计学最早用于矿业领域，如计算矿块平均品位及估计矿石储量等问题，其基本方法是克立格法。

在矿业中，资源和可回采储量之间有着明显的区别，对于一个给定矿体或油田的资源所以不能全部开采的原因基本上可分为

技术原因和经济原因两种。

可回采储量的估计是地质统计学领域中一个重要的方面，围绕这一课题，自70年代以来发展起来了多种新的方法和技术。这些方法吸收了地质统计学界大量的研究成果。的确，了解采矿人员所作出的选择的确切性质以及论证不同于以前曾在线性地质统计学中所应用的数学方法的必要性，已经是矿石储量评价领域的一项重要突破，从而也产生了一些新的地质统计学方法。

1．指示克立格法

选择采矿作业的设计需要有局部可回采函数的资料，即需要知道所研究的每一个采矿盘区不同边界品位的可回采吨位及矿石品位，从理论上讲就是需要估计每一个盘区内局部品位的分布。

指示克立格法提出了一个直接估计局部分布的线性方法。该法引出了在 $\underline{x}$ 上品位 $z(\underline{x})$ 的指示阶梯函数

$$i(z(\underline{x});z)=i(\underline{x};z)=\begin{cases}1, & \text{若}\quad z(\underline{x})\leqslant z\\ 0, & \text{若}\quad z(\underline{x})>z\end{cases}$$

和（矿床D内）盘区A的平均值

$$\phi(A;z)=\frac{1}{A}\int_A i(\underline{x};z)\mathrm{d}\underline{x}$$

这两者都是边界品位 z 的函数。由于$\phi(A;z)$ 相当于品位累积直方图，因而便可以直接用来计算A内岩心可回采函数。在一定边界品位 z 的情况下，可回采吨位的比例及相当的可回采金属量由下式给出

$$t(A;z)=1-\phi(A;z)$$

$$q(A;z)=\int_z^{\infty}u\frac{\partial\phi(A;u)}{\partial u}\mathrm{d}u$$

与其相应的平均矿石品位为

$$m(A;z)=q(A;z)/t(A;z)$$

从以上的说明及所列公式可以看出，所谓指示克立格法是指：应用某种克立格法来构成$\phi(A;z)$ 是一个由盘区A内及其附近的N个最靠近的数据值x_α, $\alpha=1,\cdots,N$所确定的$i(x_\alpha;z)$的线性

函数。为了实现这种线性克立格估计方法，提出了对随机品位函数$z(x)$的随机函数$I(z(x);z)$的方法。指示克立格法是一种非参数和无分布的方法。

指示克立格法是Journel(1982)所发展的，该法并不十分依赖矿床样品直方图的平稳性。指示值的克立格估值在局部地区的均值与变异函数有变化时也是可靠的，这种可靠性还没有达到对可回采系数的计算结果连一点差异都没有的程度。在数据比较少的地方，其可回采系数呈阶梯状变化。另外，对不同的指示值的变异函数若不呈现出比例效应时，则大小次序可能被颠倒，这就是说用较高的边界品位所计算的储量会比用较低的边界品位所计算的储量反而多了。

2. 析取克立格法

析取克立格法由G. Matheron(1972)提出，它是用于计算可采储量的最早的一种非线性地质统计学方法。

在指示函数中所提到的指示函数的概念是析取克立格法的基础。

克立格估计量的形式通常是

$$z_x^k=\lambda^k z_\alpha$$

在某些情况下利用如下的估计量将会好一些：

$$z_x^*=\lambda^\alpha(z_\alpha)z_\alpha \quad \text{等价于} \quad \sum_\alpha h_\alpha(z_\alpha)$$

由于任何连续函数都可以用指示函数的组合来近似表示，因此由Matheron提出的这一新的估计量可以用每个样品的指示函数的一个线性组合来近似

$$z_x^*=\sum_\alpha\sum_i \rho_i^\alpha I_{xi}(x_\alpha)$$

其中$z_i, i=1,k$是能较好地体现变量z的一个边界品位值的序列。

H. M. Parker曾指出，析取克立格法是数学上最复杂的一种方法之一。它假定应用这个方法的地段样品的直方图与相关曲线

都是严格的平稳的。在该法中当相关系数计算到n次方时，在估计转换后数据的相关系数中需要有一个精确度，但这一点并不是经常能做到的。条件分布函数是伪密度，这些函数可能有负值，从而导致了在布局中所产生的问题。

3．多元高斯方法

该法需要作对多元分布的性质的假设，但与析取克立格法只考虑二元的性质的假设不同。高斯多元分布与其它分布相比，其主要优点是大大简化了条件分布，这种条件分布仍然是参数很容易计算的高斯分布，确定条件变量$y_x|y_1\cdots y_n$具有以下的分布规律：

$$y_x|y_1\cdots y_n \lesssim M_x+\sigma_x U\text{；} U\text{标准}N(0,1)$$

$$M_x=\lambda_x^{\alpha}y_{\alpha}\quad \lambda_x^{\alpha}\text{是}\lambda_x^{\beta}\rho_{\alpha\beta}=\rho_{\alpha x}\text{的解}$$

$$\sigma_x^2=1-\lambda_{\alpha}^{\alpha}\rho_{\alpha x}$$

$y_x|y_1\cdots y_n$的期望M_x是条件值y_α的一个线性组合，权是正规方程组的解，M_x与借助于y_α和y_x的简单克立格相一致。

$y_x|y_1\cdots y_n$的方差σ_x^2与数值y_x无关，与通过y_α和y_x的简单克立格方差相一致。

Alain Marechal 指出，高斯多元模式迫使估计量属于一个非常有限的数学族，这里，条件数据的影响多少受到了限制：这就是当接受一个全概率模式时所要付出的代价。当利用其它概率模式时也可以观测到相同的现象。利用一个完全模式的条件概率分布虽然很方便，却要冒风险。这是因为：它增加了在应用任何概率方法中的主要风险，这就是模式本身的不当。

Verly 曾指出这个方法避免了出现局部的负值密度，故而优于析取克立格法。

4．概率克立格法

正如前面所述，指示克立格法是一种非参数无分布的方法，由于不作任何分布类型的假设，所以只能依赖数据提供的信息。指示克立格法并没有包括与数据有关的某些容易得到的信息，这

个遗漏可能平滑了指示克立格的估计，而且引起较强的偏倚。概率克立格法利用了更多的有效信息，从而弥补了指示克立格法的不足。该法吸收了指示克立格法有利的方面，即它的无分布和非参数的特点，以及它的无偏性和应用方便等。由于该法的估计方差比较小，而且很少有平滑作用，因而是对指示克立格法的一个改进。在Jeff Sullivan的“条件可回采估计的概率克立格法——理论及其实践”一文中，对概率克立格法作了详尽的介绍。

5．多元高斯条件分布

利用条件分布估计点回采的方法早已被提出（A. Marchel 1974, G. Matheron 1974, H. Parker, P. Switzer 1976），并由H. Parker(1975）把它用于具有对数正态分布的实际中。

在一个合适的变换 $y_x=\phi^{-1}(z_x)$ 之后，点品位高斯等价随机函数y_x被假定是高斯多元的，则在一个给定点 x 上回采吨位和金属量是：

$$T_x(x)=1-G\left(\frac{y_c-\lambda_x^\beta y_\beta}{\sigma_k c_x}\right) \qquad y=\phi^{-1}(z)$$

$$Q_x(x)=\int_\mu^\infty \phi(\lambda_x^\beta y_\beta+\sigma_k(x)v(g(v))\mathrm{d}v;$$

$$v=\frac{y-\lambda_x^\beta y_\beta}{\sigma_k(x)}C$$

多元高斯条件分布的优点是：

（1）计算简单，直接提供了具有p. d. f 性质的$I_x(x)$ 的估计量；

（2）所需要的模式是二元的，因此，该法可以用于任何二元模式。

方法的缺点是：

（1）信息的损失，因为盘区的回采估计只依赖周围信息的一个单独的线性组合；

（2）在边界品位为零时，回采的估计平均品位和任何经典

的盘区的品位估计量之间没有关系存在；在对整个盘区 v 分布不变的假设下，用均一条件化估计的平均盘区品位的确是 z_v 的条件期望。

6. 条件模拟

条件模拟通常应用于详细设计或生产阶段，在一个新矿山的设计阶段或是在一个开采矿山的新采区，可采储量的局部估计和总体估计往往是不充分的，对于采矿工程师、冶金学家以及化学家来说，能够预测矿山开发后的各个阶段（比如在采矿、运输、储矿等之后）中可采储量的特征的变化往往是十分重要的。条件模拟可用评定可回采矿石量与品位的局部变化。

条件化的原理是这样的：

考虑一个变量 $z_0(x)$（比如它可以是点 x 上的品位）的区域化，此区域化变量被解释为一个平稳随机函数 $z_0(x)$ 的一个现实，其期望值为 m，中心化协方差为 $c(h)$，变异函数为 $2\gamma(h)$，问题是要建立一个与 $z_0(x)$ 同构的随机函数 $z_{sc}(x)$ 的一个现实。所谓"同构"是指一个随机函数与 $z_0(x)$ 有相同的期望值及相同的二阶矩 $c(h)$ 或 $\gamma(h)$，并且现实 $z_{sc}(x)$ 必须以实验数据为条件，即在实验数据点上，其模拟值和实验数值必须相同，亦即

$$z_{sc}(x_\alpha)=z_0(x_\alpha),\quad \forall x_\alpha \text{数据集合 } I$$

考虑真实的值 $z_0(x)$ 和从数据 $\{z_0(x_\alpha),\ x_\alpha\in I\}$ 推导出来的克立格值 $z^*_{0k}(x)$，这两个值相差一个未知的误差：

$$z_0(x)=z^*_{0k}(x)+[z_0(x)-z^*_{0k}(x)] \qquad (1)$$

或用随机函数的形式表示：

$$z(x)=z^*_{0k}(x)+[z_0(x)-z^*_{0k}(x)] \qquad (2)$$

克立格法的一个特殊性质是克立格误差 $[z_0(x)-z^*_{0k}(x)]$ 正交于克立格值，即 $E\{z^*_{0k}(y)\cdot[z_0(x)-z^*_{0k}(x)]\}=0,\ \forall x,y$。

为了得到所求条件模拟，只要用一个同构的和独立的克立格误差 $[z_0(x)-z^*_{0k}(x)]$，更确切地说，我们考虑一个随机函数 $z_s(x)$，它是一个与 $z_0(x)$ 无关的同构，给定此随机函数 $z_s(x)$ 一个现实 $z_s(x)$，当将克立格法应用于同一数据构形 $\{z_s(x_\alpha),\ x_\alpha\in I\}$

时，就可得到一个同构于真实误差〔$z_0(x)-z^*_{0k}(x)$〕且独立于$z^*_{0k}(x)$的克立格误差〔$z_s(x)-z^*_{sk}(x)$〕。所求的条件模拟可以写成：

$$z^*_{sc}(x)=z^*_{0k}(x)+[z_s(x)-z^*_{sk}(x)] \qquad (3)$$

或者以随机函数的形式表示：

$$z_{sc}(x)=z^*_{0k}(x)+[z_s(x)-z^*_{sk}(x)]$$

这样条件模拟的要求被满足了。

条件模拟的应用范围是很广的，例如：由于发现了Saskatchewan高品位的铀矿床，使得不少采矿公司都要求在矿山与选矿厂设计阶段应用条件模拟方法，这样就可以把适当的为配矿要求所需的矿堆包括了进去。在这个方法的研究过程中，Journal与Isaacs(1983)发明了一个条件模拟指示变量法。另一个大量应用条件模拟方法的是对Masua铅锌矿（在Sardinia）的研究，Guarassin、Musso和Dumay把条件模拟方法作为该矿床成套设计方法中的组成部分，包括矿山、选矿厂的生产管理。

条件模拟曾被用来指导在特定的环境中进行研究的方法。H. M. Parker应用这个方法在钻探New Mexico的埋藏很深的板状grants铀矿带上研究了各种不同的勘探设计方案及储量估计方法。

除了上述的一些方法外，近年来Donald E. Myers发展了协同克立格法，Randal J. Barnes和Dr. Thys Jobngon提出了正克立格法。协克立格法或连接法是利用相关变量的数据来改善所有变量的，它可对一些变量的错误数据进行校正。

普通克立格法所计算的一组权满足估计方差最小，且权的总和等于1（无偏条件）。克立格法对于权的符号未加任何限制，这样便使得产生的权常常是负的。负权值的存在给出了一些不能令人满意的结果：负的权值能够产生负的估计品位，这是一个不许可的结果；负的权值能够产生比从矿床取得的最高样品值还高的估计品位，这也是一个不许可的结果！负的权值还能引起估计品位值的高度不稳定：位置的微小变动可引起估计值的显著变

化。针对上述问题，Randal J. Barnes 和Dr. Thys Johnson 提出了正克立格法，用以消除估计中的负权值。在“正克立格法”一文中，他们提出了消除负权值的数学公式和最佳解的充分必要条件，以及有效和易编程序的计算方法。

二、克立格方差研究的新进展

任何一种矿产储量计算方法，由于所用的样品与将来开采块段的大小并非严格相等，因而就产生了误差，一个计算储量方法的可靠程度就是根据方法所包含的误差大小来衡量的。传统的储量计算方法是用对一个块段的储量计算多次，或用不同方法对同一块段的储量进行计算，来衡量估值的可靠性。地质统计学方法与传统的方法迥然不同，它不但能给出某一块段V的估计值z_v^*，而且还能同时给z_v^*相应于真实值z_v的误差$z_v-z_v^*$，而这一误差是用克立格方差来表示的。

近年来，随着地质统计学理论的不断提高，以及地质勘探及采矿设计工作中对于估计误差的各种要求，地质统计学家从不同的角度对克立格方差进行了深入细致的研究。现就几个方面作一简单介绍。

1. 关于可回采储量的总体估计方差的研究

众所周知，一个矿山的经营能力主要取决于整个矿床的储量估计，即所谓总体储量估计。为了作出正确的判断，我们必须知道估计储量时估计误差的大致范围，而总体估计方差（GEV）有助于定量了解总体估计误差的大致范围。为了研究总体估计方差，Bruce E. Buxton把想要得到的可回采函数看成是区域化变量，利用组合基本外延方差的方法来预测总体估计方差，利用方差仿射校正来预测总体块段可回采估计方差。经过认真研究，Bruce E. Buxton给出了以下预测公式。

点可回采吨位的总体估计方差是：

$$\sigma^{2*}_{BT(z)}=\overline{\gamma}_I'(c,c,z)/N=\overline{\gamma}_I(c,c,I)/N$$

点可回采金属量的总体估计方差是：

$$\sigma^{2*}_{EQ(z)} = \overline{\gamma}_{zI'}(c,c,z)/N$$

点可回采矿石品位的总体估计方差是：

$$\frac{\sigma^{2*}_{Em(z)}}{m^2(z)} \pm \frac{\sigma^{2*}_{EQ(z)}}{Q^2(z)} + \frac{\sigma^{2*}_{ET(z)}}{T^2(z)} - 2\rho_{zI',I'(z)} \cdot \frac{\sigma^{*}_{EQ(z)}}{Q(z)} \cdot \frac{\sigma_{ET(z)}}{T(z)}$$

块段可回采吨位的总体估计方差是：

$$\sigma^{2*}_{ETV(z')} = \sigma^{2*}_{ET(z)}$$

块段可回采金属量的总体估计方差是：

$$\sigma^{2*}_{EQV(z')} \pm m^2 \left[1 - \frac{\sigma_V}{\sigma_0}\right]^2 \cdot \sigma^{2*}_{ET(z)} + \frac{\sigma^2_V}{\sigma^2_0} \cdot \sigma^{2*}_{EQ(z)}$$

$$+ 2m\frac{\sigma_V}{\sigma_0}\left[1 - \frac{\sigma_V}{\sigma_0}\right] \cdot \rho_{zI',I'(z)} \cdot \sigma^{*}_{ET(z)} \cdot \sigma^{*}_{EQ(z)}$$

块段可回采矿石品位的总体估计方差是：

$$\sigma^{2*}_{EmV(z')} \doteq \frac{\sigma^2_V}{\sigma^2_0} \sigma^{2*}_{Em(z)}$$

以上各式中，$I(x,z)$ 为指示随机函数；$I'(x,z)$ 为反指示随机函数；$zI'(x,z)$ 为 z -反指示随机函数；m 为实际平均矿石品位；σ^2_0为实际点离散方差；$T(z)$ 为可回采吨位；$Q(z)$ 为可回采金属量；$m(z)$为可回采矿石品位；$\rho_{zI',I'(z)}$是区域化变量$z'_i(x,z)$和$i'(x,z)$ 之间的标准相关系数。

2．关于组合克立格方差的研究

在进行短期矿山设计时，我们不仅要知道每一个块段的估计量和估计方差，而且还要知道若干块段组合在一起的组合克立格估计量及组合克立格方差。组合克立格估计量可以用每一块段各自的支撑（体积、重量等）加权及局部克立格估计量得到，但却无法用简单的加权方法得到组合克立格方差。为了解决这个问题E. Y. Baafi 等人提出了用一个组合局部克立格估计误差来得到组合的克立格值估计误差的方法，组合克立格方差的计算公式是：

$$\sigma_k^2(D)=\frac{1}{D^2}\left\{\sum_{i=1}^{n}v_i^2\sigma_k^2(v_i)\right.$$
$$\left.+2\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}v_iv_j\mathrm{cov}[(z_{v_i}-z_i^*)(z_{v_j}-z_{v_j}^*)]\right\}$$

式中，D是由块段$v_i(i=1,\cdots,n)$组合的组合块段；$\sigma_k^2(v_i)$是块段v_i的克立格方差；式中第二项是用块段v_i、v_j各自体积加权的两个估计误差之间的误差协方差。

在实际工作中，当v_i数目很多时，上式计算则显得冗长而繁杂。E. Y. Baafi等根据克立格方程组中克立格权系数和拉格朗日参数在用于估计的相同样品支撑中是线性的这一性质，提出了如下组合克立格方差的计算公式：

$$\sigma_k^2(D)=\bar{c}(D,D)-\sum_i\lambda_i(D)\bar{c}(D,x_i)+\mu(D)$$

式中，$\lambda_i(D)$是块段组合D的克立格方程组的解；$\mu(D)$是块段组合D的拉格朗日参数；显然上式是克立格方差关系式。

3．关于条件估计方差的研究

在许多情况下，例如在给定的某一采矿选择性程度上和在某一边界值下对可回采储量进行估计，或在当必须对矿石储量划分级别时，正确评价可采储量的精度就非常重要了，即必须给出条件估计方差。Roland Froidevau认为条件估计方差是总体实际资源估计方差的函数：

$$\sigma_{Ev(z_c)}^2=k_v(z_c)\cdot\sigma_E^2$$

式中，$k_v(z_c)$是对选择采矿单元支撑v和边界值z_c的修正因子；σ_E^2是总体实际资源估计方差。假定$k_v(z_c)$相对于$\sigma_{Ev}^2(z_c)$吨位可回采量和变程是一个相对增加或减小的简单的线性函数，则：

$$k_v(z_c)=A_1\cdot A_2\cdot A_3\cdot A_4$$

式中：

$A_1=\sigma_v^2(z_c)/\sigma_v^2$是条件方差因子；表示$k_v(z_c)$依赖于条件离散方差。

$A_2=F_1(L_jL/z_c)/F_1(L,L)$是条件变程因子，它表示由于条

件变程$a(z_c)$下降而使$k_v(z_c)$增大。

$A_3=1/T_v(z_c)$是可回采因子，而且考虑到支撑变化时对$k_v(z_c)$的影响。

$A_4=M_v(z_c)=1-2F_1(v,v)\min\{T_v(z_c,\gamma T_v(z_c)\}$是中值因子，它反映了$k_v(z_c)$对选择采矿单元体积$v$变化的依赖关系，而且当$z_c$接近$F_v(z_L)$的中值时，这个关系最为显著。

R. Froidevaux应用计算$\sigma^2_{Ev}(z_c)$的公式预测了六个矿床的条件估计方差，认为：该公式对于正态分布的品位值，其结果令人满意，而且选择采矿单元的大小对它影响不大。但当为对数正态分布时就会发生条件偏倚。他认为条件估计方差依赖于区域化变量的统计特征、结构分析以及选择采矿单元的大小和边界值z_c的大小，同时还依赖于块段品位分布$F_v(z)$的转换方式。

4. 关于应用克立格方差进行矿产资源的定量分类

矿石分类一直是找矿勘探及矿区地质中的重要组成部分，传统的矿石分类法使用的标准是根据资源类别的不同来改变样品点影响的距离，无疑这种方法很难达到对矿石进行定量的分类。为此，许多地质统计学家（R. L. Sabourin, P. Diehl, M. Darid, A. G. Royle等人）都曾经研究应用地质统计学方法对资源进行定量分类。下面我们介绍一下R. L. Sabourin提出的克立格方差限的矿产资源定量分类方法。该法的目的是根据块段分布方差σ^2_b确定的克立格方差限σ^2_k对局部储量（或矿床金属量）进行分类，他应用的计算克立格方差限σ^2_k的公式是：

$$\sigma^2_k=k\sigma^2_b$$

式中，σ^2_b为块段分布方差；k表示不同资源类别而选择的任一常数。在对Short Creck煤矿带资源分类时，作者采用的k值是：

$k=0.2$（测定矿石）$k=0.4$（指示矿石）$k=0.8$（推断矿石）

即：测定矿石资源的克立格方差为$\sigma^2_{km}=0.2\sigma^2_b$；

指示矿石资源的克立格方差为$\sigma^2_{kI}=0.4\sigma^2_b$；

推断矿石资源的克立格方差为$\sigma^2_{kF}=0.8\sigma^2_b$。