



Nonlinear Sciences and Their Applications in Geoscience

● 仪垂祥 编著

非线性科学及其 在地学中的应用

气象出版社

非线性科学 及其在地学中的应用

仪垂祥 编著

气象出版社

(京)新登字 046 号

图书在版编目(CIP)数据

非线性科学及其在地学中的应用/仪垂祥编著. —北京:气象出版社,1995. 2

ISBN 7-5029-1884-1

I. 非… II. 仪… III. ①非线性理论-高等学校-教材②非线性理论-应用-地球科学-高等学校-教材 N. ①031②P

非线性科学及其在地学中的应用

仪垂祥 编著

责任编辑:李如彬 终审:周诗健

封面设计:李保芬 责任技编:王 成 责任校对:刘祥玉

* * *

气象出版社

(北京白石桥路 46 号 电话:8332277—3381 邮编:100081)

北京王史山胶印厂印刷

新华书店总店科技发行所发行 全国各地新华书店经销

* * *

开本:850×1168 1/32 印张:8.78 字数:222 千字

1995 年 4 月第一版 1995 年 4 月第一次印刷

印数:1—3500 定价:12.00 元

ISBN 7-5029-1884-1/P·0729

绪 言

耗散结构理论,协同学,突变理论,混沌动力学和分形理论几乎都是创立于 70 年代,它们无一不是跨学科的,也无一不是非线性的,它们共同的目标是探索大自然中的复杂性,它们从不同的角度揭示出复杂现象中的规律性。短短 20 年,这些非线性理论取得了令人瞩目的成就,可以说,这些非线性理论在本世纪是继量子力学和相对论两项重大科学发现的第三次科学革命。我们把这些非线性理论共同形成的学科称为非线性科学。当然,非线性科学还应包括一些其他非线性理论,如孤立子等。本书要介绍的主要是上述新发展起来的非线性理论。

这些理论在国内外已有许多专著分别作过专门的介绍。对于地学专业的本科生、研究生以及应用非线性理论的科研人员,要在短时间内有效地掌握这些理论的基本原理和方法以及应用它们来解决地学问题,通过阅读许多专著确有一定困难。本书正是应这样的要求为地学专业本科高年级学生、研究生编写的一本学习和应用非线性理论的入门教材。它既不同于非线性理论专著,但又不失其基本原理和方法。作者力图把这些理论的核心内容融会贯通使其在整体上具有系统性,并增添许多在地学中的应用实例,在编写过程中,尽力做到概念清楚,内容由浅入深,通俗易懂,数学推导详尽,使之适合于具有高等数学和线性代数基础的读者自学。

为什么专门为地学专业的本科生和研究生编写这样一本普及非线性理论的教材?原因有二:其一是复杂现象遍布地学领域,非线性理论是解开地学之迷的金钥匙;二是训练学生的思维功能,即培养学生分析和解决地学问题的能力。一个人在完成学业之后可能获得许多知识,但这并不是衡量一个人能力的标准,因为随着时间的流逝,大部分知识还是会被忘却,而只有得以训练的思维功能才能永存。非线性理论为认识复杂现象提供了新的思维方式和解决问题的办法,难怪生态学家 May 大声疾呼“必须向一般学生讲

授混沌”，又有人说“可以相信，明天谁不熟悉分形，谁就不能被认为是科学上的文化人。”

复杂性是非线性理论共同研究的最基本内容，然而地学中的疑难问题无一不与复杂性有关，如生态系统的受损、自然灾害的频发以及环境污染等与人类生存息息相关的问题都是如此。

综合性是非线性理论的共同特点。传统的科学方法是通过把复杂的研究对象不断分解为更小的部分来研究，这种分解法小至夸克大至宇宙星体确实获得过许多令人瞩目的成功，即使是地学也是沿用这种方法分解为地质、大气、海洋、生态、土壤等专门学科来研究地球系统的特殊部分，无疑它们对地球系统的局部确实取得了相当深入的认识。然而，在解决上述人类生存环境问题时，单一学科都无能为力，即使不同学科的专家坐到一起，也是各说各的理。原因正像非线性理论所指出的那样，系统部分之间的相互作用是非线性的，整体不等于部分之和。要对上述人类生存环境问题给予解答，必须建立描述系统整体行为的理论体系，这样的—个理论体系绝不是各专门学科知识的简单组合或对接，而必须用非线性理论建立起它们之间的联系，揭示出其中的规律性。因为局部和整体之间的关系是非线性理论的一个很重要的内容。由于哲学和文化背景的原因，我们中国人更擅于研究局部和整体的关系（如中医理论等）。耗散结构创始人 Prigogine 和协同学创始人 Haken 都对中国古代的哲学思想很感兴趣，从中得到许多启发。

地球系统是一个复杂的巨系统，非平衡性，非线性，多尺度性，突变性，自组织性，自相似性，有序性和随机性等是地球系统最本质的属性，而这些特性恰是非线性理论关注的焦点。因此，地学是一个丰富多彩的非线性世界，非线性理论是打开地学这座“迷宫”的金钥匙。

在地学中综合性比较强的应该说是地理学。地理学作为—门学科有两个生存支点：一个是应用技术，一个是理论。前者在近半个世纪得到了很大的发展，如把数理统计方法应用于地理学产生

了 60 年代的计量地理“革命”，它使地理学从文字描述开始走向数量描述，因而要求更完备的资料。这又促使遥感技术应用到地理学并产生了 70 年代的遥感技术“革命”。丰富资料的获取和计算技术的发展又产生了 80 年代的 GIS(地理信息系统)“革命”。这三次技术革命大大地促进了地理学的应用，但在揭示规律方面没有明显进展，原因是缺少非线性理论这把金钥匙。本书也旨在送给学地理专业的学生一把金钥匙，使地理学第二个生存支点升起，发生一次真正的地理学革命，即非线性地理革命。

在本书问世之际，作者非常感谢史培军教授的大力支持和鼓励，正是他坚定地把“非线性科学及其在地学中的应用”首次设为资源与环境科学系本科生的必修课，本书就是在此讲义基础上编写而成的。本课曾对研究生讲授过两次，对本科生讲授过一次，受到了学生和青年教师的普遍欢迎，他们在学习的过程中提出过许多在地学中的应用问题和设想，使作者深受鼓舞。书中有关问题曾与胡岗教授，刘来福教授，杨国建博士和梁进社副教授进行过有益的讨论；陈晋博士和谢云老师都提出过富有价值的建议；朱骊博士仔细校阅了原稿；魏春红、韦小宁同志清绘了书中所有的插图，作者在此向他们表示衷心的感谢。由于水平有限，书中不妥和有错误之处在所难免，敬请读者教正。

仪 垂 祥

1994 年 9 月于北京

内 容 简 介

本书是为地理、地质、气候、生态、环境、灾害、水文、资源、农林业和经济等专业的本科高年级学生、研究生编写的一本学习非线性理论的教材。作者把耗散结构、稳定性分析、协同学、突变理论、混沌和分形的核心内容融会贯通形成系统理论体系,并对每种理论都相应地介绍了几个在地学中的应用实例。本书既不同于某种非线性理论的专著,但又不失其基本内容和方法,概念清楚,内容通俗易懂,数学推导详尽,适合具有高等数学和线性代数基础的每位读者自学。

本书从多方面展现了非线性理论在地学中的应用前景,有些论题极富有吸引力,因此,它也是从事地学研究的科研人员应用非线性理论的向导书。

目 录

绪 言

第一章 熵	(1)
§ 1.1 基本概念	(1)
§ 1.2 熵和热力学定律	(5)
§ 1.3 熵和耗散性	(9)
§ 1.4 熵和有序度	(10)
§ 1.5 熵流和熵产生	(13)
§ 1.6 最小熵产生原理	(21)
§ 1.7 耗散结构	(29)
§ 1.8 气候和熵产生	(39)
§ 1.9 自然灾害和熵产生	(46)
§ 1.10 信息熵	(53)
第二章 非线性动力学分析方法	(60)
§ 2.1 相空间和稳定性	(60)
§ 2.2 线性稳定性分析	(63)
§ 2.3 奇点分类和极限环	(67)
§ 2.4 结构稳定性与分支现象	(82)
第三章 协同学	(96)
§ 3.1 协同现象的共性	(96)
§ 3.2 支配原理	(104)
§ 3.3 生态模型	(113)
§ 3.4 气候模型	(121)
第四章 突变理论	(131)
§ 4.1 基本概念	(132)
§ 4.2 基本突变分类	(139)
§ 4.3 折叠和尖点突变	(148)

§ 4.4	泥石流突变模型	(157)
§ 4.5	气候突变及其临界涨落	(164)
第五章	混 沌	(176)
§ 5.1	几个重要概念	(176)
§ 5.2	Logistic 映射	(179)
§ 5.3	从倍周期分支到混沌	(181)
§ 5.4	混沌中的规律性	(190)
§ 5.5	Lyapunov 指数	(201)
§ 5.6	奇怪吸引子	(207)
§ 5.7	Lorenz 模型	(211)
§ 5.8	讨论	(216)
第六章	分形与分维	(226)
§ 6.1	分形现象	(226)
§ 6.2	分维的定义和测算	(229)
§ 6.3	标度律与多重分维	(243)
§ 6.4	奇怪吸引子的分维	(255)
§ 6.5	几个应用实例	(258)
参考文献		(268)

第一章 熵

熵是描述复杂系统状态的一个优秀物理量,也是耗散结构理论^[1,2]的一个核心概念。由于熵的大小是无序度的一种量度,它的应用范围不但涉及物理、化学、生物学以及地学众多自然科学领域,而且已渗透到许多社会科学领域。本章以熵为脉络来介绍非平衡态热力学的一些基本概念和原理,以及耗散结构理论等。

§ 1.1 基本概念

一、孤立系统与开放系统

熵的概念来源于经典热力学,而经典热力学是研究热现象的一门学科,这种热现象是大量分子杂乱无章运动的宏观表现,所以热力学研究的对象必须是由大量分子组成的宏观系统,所研究部分是从有相互作用的世界划分出来的,称为系统,所有其余与系统有相互作用的部分称为外界或环境,根据系统与外界相互作用方式不同又可把系统分为孤立系统、封闭系统和开放系统。

系统与外界的相互作用是通过能量和物质交换来实现的,与外界没有任何能量和物质交换的系统称为**孤立系统**。其实,任何系统都或多或少受到外界的影响,自然界中并不存在真正的孤立系统。然而,当外界与系统的相互作用对所研究的问题影响很小时,我们可以忽略外界的影响,把它近似地看作孤立系统。例如,将中性气体放在绝热性能很好的固定弹性壁做成的匣子内,若不计重力的影响,这就可以将它近似地看作孤立系统。

与外界有能量交换而没有物质交换的系统称为**封闭系统**。例如,处在封闭容器的气体就是一个封闭系统。由于容器壁可以移动

或导热,系统和外界有能量交换(做功或传热)而没有物质交换。如果我们忽略陨石和宇宙尘埃,地球系统可近似地看作一个封闭系统,它通过吸收来自太阳的短波辐射,同时它又向外部空间发射长波辐射来同外界交换能量。

与外界既有能量交换又有物质交换的系统称为**开放系统**,敞口容器放了水,水作为系统就是开放系统,它和大气既交换能量又交换水分子。

热力学的系统的划分为研究复杂现象提供了重要的概念,它们的应用范围远不局限于热力学,不但渗透到自然科学众多领域,而且也被社会科学许多领域引用。系统可一般地定义为由大量的有相互作用的小单元组成,这些小单元也可称为子系统,针对具体问题划定系统和外界后,就容易抓住问题的总体特征及其与外界的联系。孤立系统不受外界的影响,系统的演化完全由系统内部的相互作用决定,其内部发生的过程是自发的和单向的,而封闭系统和开放系统都和外界有着不可忽略的相互作用,这种相互作用有时决定着系统从个性态向另一个个性态的转化。把地球表层的任何一部分划为系统,它都是开放系统,因为它同外界存在着强烈的相互作用。

二、平衡态和非平衡态

要描述一个分子的状态,需要确定它三个坐标和三个动量的时间变化曲线,这可由 6 个初始条件与牛顿力学方程结合得到,要确定 N 个分子力学体系的状态,需要 $6N$ 个力学参量,一摩尔气体有 6.023×10^{23} 个分子,要确定这个热力学系统的力学状态(即微观态)需要 $6 \times 6.023 \times 10^{23}$ 个力学参量,求解这么多自由度的牛顿力学是不可能的,也是没必要的。事实上,我们对某一时刻热力学系统中某个分子处在什么位置和具有什么动量并不感兴趣,而关心的倒是系统内各部分空气的温度是多少,压强是多大等等,这些参量是大量分子集体作用所产生的平均行为,它们称为宏观参

量或热力学参量。要描述一个热力学系统,只需要象压强,温度等几个宏观参量就够了,由这些参量所描述的系统状态称为热力学状态。这样,一个热力学系统的演化可以由少量的几个宏观参量的时间行为来表示,所以,热力学研究方法对一个复杂问题容易在宏观上抓住它的本质,它强调的是系统的总体特征,而不是个别的动力行为。

一个孤立系统,初始时刻各部分的热力学参量可能具有不同的值,这些参量会随时间变化,最终将达到一种不变的状态,这种状态叫平衡态。平衡态的严格定义为:**在没有外界影响下,系统内各部分长时间不发生任何变化的状态**。一个孤立系统,一开始处在非平衡态,经过足够长的时间必然达到平衡态。一旦达到了平衡态,它就永远不会自发地离开这个态,除非外界影响强迫它这么做,而一旦有外界影响,它就不是孤立系统了。

不但孤立系统有平衡态,封闭系统和开放系统也有平衡态。例如一个封闭可传热容器包含的气体,假如一开始它内部的各处温度不同且外界有均一的温度,经过足够长的时间后它的温度变得和外界一样,即达到平衡态。这相当于它和外界组成一个大的孤立系统,最后的平衡态是它们的共同平衡态。

对封闭系统和开放系统,不能把不随时间变化的状态简单说成是平衡态。例如取一金属杆,一端与沸水接触,另一端与冰接触。当沸水和冰的温度维持不变时,杆的温度虽然各处不同,但将不随时间改变,这时候有热量不断地从杆的高温端流向杆的低温端,杆不是处在平衡态,而是处在非平衡定态。定态的严格定义为:**在外界条件不变的情况下,系统内各部分长时间不发生任何变化的状态**。当有外界影响时,定态为非平衡定态,所以,平衡态可以看作定态的一种特殊的情况。但平衡态和非平衡态有着本质的差别,平衡态不存在任何流和梯度,而非平衡定态存在着稳恒的流和梯度。例如在金属杆中存在着稳恒的热流和温度梯度。

孤立系统的演化是简单的,总是从非平衡态发展到平衡态。这

个过程称为**弛豫过程**，所经历的时间叫**弛豫时间**。弛豫过程实际上是个均匀化的过程。非平衡态的状态参量是不均一的，这些参量的梯度将引起宏观流（物质流和能量流），而流的作用又是减小梯度以致于最终达到无流无梯度的均匀化的平衡态。对于封闭系统和开放系统的非平衡态演化就有多种可能性。当外界条件均一和恒定时，它们最终演化到平衡态。当外界条件非均匀和恒定时，它最终将停留在与外界条件相容的某个非平衡定态上。这时候稳恒流和梯度仍然存在，它们是由系统与外界的稳定输入和输出所维持。

三、可逆过程和不可逆过程

过程是系统的状态随时间变化的经历。一个过程，**每一步都可在相反方向进行而不在外界引起其他变化，称为可逆过程**。如果一个过程中每一个状态都是平衡态，则这个过程就是可逆的，原因是系统的平衡态和外界的均匀态一一对应，因此当外界按照原过程的逆过程恢复原状时，系统亦按照自己的逆过程回到初态。问题是，系统从一个平衡态过渡到一个平衡态，原来的平衡态必然被破坏，即出现非平衡态。但是，如果外界均匀条件改变微量所用的时间（过程经历的时间）远大于均匀化的弛豫时间时，系统完全来得及瞬时地调整到非常接近于平衡态，这样的状态称为**准静态**。以一系列准静态实现的过程称为**准静态过程**。在没有摩擦阻力的情况下，准静态过程是一种理想的可逆过程。

可逆过程要求过程进行的无限缓慢，并没有摩擦出现，这对实际的宏观过程是不可能的。也就是说，实际的宏观过程都是不可逆的，不能使系统和外界同时恢复原状，而不产生其他变化。两个不同温度的物体相互接触，热量总是从高温物体流向低温物体，反向流而不发生其他变化的情况从未发生过。电冰箱可以把传向低温物体的热送回给高温物体，但同时伴随着外界一部分电能转变为热。所以，热传导的逆过程不能自发地进行，必须借助于外界的变化作为补偿才可实现。摩擦生热是一不可逆过程。例如焦耳测量

热功当量的实验,一个重物下降,同时带动水中的叶轮搅动水使其温度升高。它的逆过程是不可能的,那就是让水自动冷却而产生动力把重物举起。扩散过程也是一类重要的不可逆过程,设想一个中间有隔板的匣子,左半部有气体,右半部为真空。当把中间隔板抽掉时,气体将向真空扩散,最后达到各处密度均匀的平衡态。而相反的过程是不可能的,即气体不会自动地返回左半部而恢复原状。自然界的不可逆过程多种多样,例如,一架被击毁的飞机,散发到外界的能量和物质不会自动聚集起来使飞机和炮弹恢复原状。

由上述例子可以对不可逆过程的性质做一简单的总结。热量总是从高温物体流向低温物体。机械能可以完全转变为热能,而热能不能全部转变为机械能。高温物体的热能利用效率较高,低温物体的热能利用效率较低。机械能的利用效率较高,而热能的利用效率较低。这表明能量的传输和转化总是沿着把利用效率高的能量变为利用效率较低的能量方向进行,自发地沿着反向进行是不可能的。利用效率较低的能量可以相对地看作“无用”的能量,所以不可逆过程总是伴随着一部分能量变为“无用”,这称为能量的耗散。物质的扩散过程总是沿着从高密度区向低密度区的单向进行。各种不可逆过程表现出的单向变化的规律构成了热力学第二定律的基本内容。这在下节将继续讨论。

§ 1.2 熵和热力学定律

一、热力学第一定律

热力学第一定律就是能量守恒和转化定律。它是在总结了大量实验工作的基础上得出的,也是自然界最普遍的规律之一。当系统的状态发生变化时,系统的能量也随之发生变化,这种能量变化的数量关系由热力学第一定律控制。系统的状态是由状态参量定义的。由状态参量完全确定的函数称为状态函数。状态函数的一

一个重要性质是,当系统由一个状态变为另一个状态时,状态函数的变化只取决于这种变化的初态和终态,而与变化的过程无关。系统的内能就是这样一个状态函数。所谓内能是系统内粒子的热运动能量和粒子间相互作用能量的总和。一个封闭系统内能的改变,是通过系统对外界作功或系统和外界交换热量来实现,但只要过程的初态和终态确定,系统内能的变化便完全确定,与作功和热交换的方式无关。相反,即使过程的初态和终态确定,系统对外界作功或系统与外界交换热量都没有确定的值,因为它们取决于同外界的作用方式,而不是单独由状态参量所能确定的。然而只要过程的初态和终态确定,系统对外界作功和系统与外界交换热量的总和却有确定值,它正好等于系统内能的变化,即

$$\Delta E = Q - W \quad (1.2.1)$$

这是热力学第一定律对封闭系统的数学表达式。式中 ΔE 为系统初态到终态的内能增量, Q 为外界传递给系统的热量, W 为系统对外界作的功。对一微变化过程, (1.2.1) 式可以写为

$$dE = dQ - dW \quad (1.2.2)$$

值得注意的是, dE 是全微分, 因为内能是状态函数, 而 dQ 和 dW 都不是全微分, 它们与过程有关。当系统经历一个可逆过程时, 即经历一个忽略摩擦的准静态过程, 系统对外界所作的微功可写为

$$dW = PdV \quad (1.2.3)$$

P 是系统内部的压强, V 是系统的体积。因为这时系统的压强和外界的压强可以看作相同。于是, (1.2.2) 式变为

$$dE = dQ - PdV \quad (1.2.4)$$

对于孤立系统, dQ 和 dW 皆为零, 热力学第一定律变为

$$dE = 0$$

或

$$E = \text{常量} \quad (1.2.5)$$

对于开放系统, 不仅可以通过与外界交换功和热量使其内能发生变化, 而且通过与外界交换物质也能改变系统的内能。设每单

位摩尔粒子进入系统时,系统的内能增加为 μ , μ 称为化学势,则热力学第一定律对开放系统为

$$dE = dQ - PdV + \mu dN \quad (1.2.6)$$

这里 N 为摩尔数。

二、热力学第二定律

大量实验事实表明,任何不可逆过程都是沿着单向进行的。人们把各种不可逆过程表现出的单向变化的共同规律总结归纳为热力学第二定律。原则上,任一不可逆过程都可用来表述热力学第二定律,但最常见的有 Kelvin 和 Clausius 两种说法。

(1) Kelvin 说法:不可能从单一热源取热使之完全变为有用功而不产生其他影响。

(2) Clausius 说法:不可能把热从低温物体传到高温物体而不产生其他影响。

Kelvin 说法表述热能不能完全转变为有用功,但功却能完全变为热能。Clausius 说法表述热传导的不可逆性。既然不可逆过程具有单向性,那么过程的初态和终态就存在着相互关系,即不可能用任何办法使终态恢复到初态而不产生其他变化。这样,如果找到一个适当的态函数就有可能描述不可逆过程的单向性,这个态函数首先由 Clausius 找到,称为熵,用 S 表示。

对于只有热接触的封闭系统,一个微过程的熵变 dS 满足 Clausius 不等式

$$dS \geq \frac{dQ}{T} \quad (1.2.7)$$

等号对可逆过程成立,不等号对不可逆过程而言, T 是系统吸收外界热量时的温度。

对于孤立系统,系统和外界无热量交换,即 $dQ=0$, (1.2.7) 式变为

$$dS \geq 0 \quad (1.2.8)$$

它表明孤立系统中的任一不可逆过程的发生都将导致熵增加。也就是说无论是什么不可逆过程,它都将沿着使熵增加这个单方向进行,最终达到平衡态,使熵增加到它的最大值。这一表述称为**熵的增加原理**,也是热力学第二定律的最初数学表述。熵不同于能量,只要不可逆过程发生,它就会被生产出来,而能量不会无中生有,它只能由一种形式转化为另一种形式。

Prigogine 等人把热力学第二定律推广到非平衡开放系统^[3]。对一微过程熵变 dS 可以表示为两项之和

$$dS = d_e S + d_i S \quad (1.2.9)$$

$d_e S$ 是由于系统与外界交换物质和能量引起的熵变,称为**熵交换**。熵交换 $d_e S$ 可正、可负或零。 $d_i S$ 是系统内各种不可逆过程所产生的熵,故称为**熵产生**,因为熵只能产生不能消灭,所以熵产生具有非负性,即

$$d_i S \geq 0 \quad (1.2.10)$$

其中等号对可逆过程成立。 $d_e S$ 相当于孤立系统的熵变。对于孤立系统 $d_e S = 0$, 根据(1.2.9)和(1.2.10)可得热力学定律的表述形式(1.2.8)。

对于与外界只有热交换的封闭系统,有

$$d_e S = \frac{dQ}{T} \quad (1.2.11)$$

这里 dQ 是外界供给系统的热量, T 是系统吸收热量时的温度。由(1.2.9)和(1.2.11)可得封闭系统热力学第二定律的表述形式(1.2.7)式。

熵交换不但与发生在系统边界处的能量交换有关而且也包含物质交换的贡献。熵产生包含了系统内各种不可逆过程所产生的熵。不可逆过程是由能量和物质分布不均匀所引起,这些不均匀必然导致一些沿单向进行的耗散流,耗散流的方向就是减小不均匀的方向。

在结束本节之前,我们给出以后经常用到的 Gibbs 关系,它是