

第一卷 第二分册

数学名著译丛

# 微积分和 数学分析引论

R.柯朗 F.约翰 著



科学出版社

数学名著译丛

# 微积分和数学分析引论

第一卷 第二分册

R. 柯朗 F. 约翰 著

刘嘉善 戴中维 等 译

冷生明 张顺燕 等 校

科学出版社

2001

图字: 01-98-2681

## 内 容 简 介

本书系统地阐述了微积分学的基本理论及其应用。在叙述上,作者尽量作到既严谨又通俗易懂,并指出概念之间的内在联系和直观背景。原书分两卷,第一卷为单变量情形,第二卷为多变量情形。

第一卷中译本分两册出版,本书为第一卷第二分册,从第四章开始。第四章介绍微积分在物理和几何中的应用;第五章讲述泰勒展开式;第六章讲述数值方法;第七章介绍无穷和与无穷乘积的概念;第八章为三角级数;第九章是与振动有关的最简单类型的微分方程。每章后面有附录、大量的例题和习题,它们有助于深入理解本书的内容。

读者对象为理工科大学师生、数学工作者和工程技术人员。

译者(按分章顺序):刘嘉善(四),张文岭(五),冯泰(六),王文娟(七),戴中维(八),于秀林(九)。参加部分校阅的还有林建祥、韩厚德和应隆安。

Translation from the English language edition  
*Introduction to Calculus and Analysis. Volume 1*  
by Richard Courant and Fritz John  
Copyright ©1989 Springer-Verlag New York Inc.  
All Rights Reserved

### 图书在版编目(CIP)数据

微积分和数学分析引论. 第一卷. 第二分册 / 【美】R. 柯朗,  
【美】F. 约翰著; 刘嘉善等译. ——北京: 科学出版社, 2001. 3  
书名原文: Introduction to Calculus and Analysis, Volume 1  
ISBN 7-03-008469-1

I. 微… II. ①柯…③约…③刘… III. ①微积分②数学分析 IV. O17

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 07145 号

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号  
邮政编码: 100717

西泽印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2001 年 3 月第 一 版 开本: 850 × 1168 1/32  
2001 年 3 月第一次印刷 印张: 11 7/8  
印数: 1-3000 字数: 307000

定价: 24.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换〈北燕〉)

# 目 录

|            |   |       |
|------------|---|-------|
| <b>第四章</b> | <b>在物理和几何中的应用</b> .....   | (367) |
| 4.1        | 平面曲线理论 .....  | (367) |
|            | a. 参数表示 (367) b. 参数变换 (369) c. 沿曲线的运动. 时间作为参量. 摆线的例子 (371) d. 曲线的分类. 定向 (376) e. 导数. 切线和法线的参数表示 (386) f. 曲线的长度 (391) g. 弧长作为参数 (397) h. 曲率 (399) i. 坐标轴变换, 不变量 (405) j. 狭义相对论中的匀速运动 (408) k. 表示闭曲线内部面积的积分 (410) l. 质量中心和曲线的矩 (418) m. 旋转曲面的面积和体积 (420) n. 惯性矩 (421) |       |
| 4.2        | 例 .....   | (422) |
|            | a. 普通摆线 (422) b. 悬链线 (424) c. 椭圆和双纽线 (424)  |       |
| 4.3        | 二维向量 .....  | (425) |
|            | a. 用平移定义向量. 记号 (427) b. 向量的加法和乘法 (431) c. 变向量及其导数和积分 (440) d. 对平面曲线的应用. 方向、速度和加速度 (441)   |       |
| 4.4        | 在给定力作用下质点的运动 .....  | (445) |
|            | a. 牛顿运动定律 (445) b. 落体运动 (446) c. 约束在给定曲线上的质点的运动 (448)   |       |
| 4.5        | 受到空气阻力的自由落体运动 .....   | (450) |
| 4.6        | 最简单的一类弹性振动——弹簧的运动 .....   | (453) |
| *4.7       | 在给定曲线上的运动 .....   | (454) |
|            | a. 微分方程和它的解 (454) b. 沿一曲线下滑的质点 (456) c. 运动的讨论 (457) d. 普通摆 (459) e. 圆滚摆 (460)   |       |
| *4.8       | 引力场中的运动 .....   | (462) |

|         |   |                     |
|---------|---|---------------------|
|         | a. 牛顿万有引力定律 (462)   | b. 绕引力中心的圆周运动 (464) |
|         | c. 径向运动 —— 逃逸速度 (465)   |                     |
| 4.9     | 功和能 ..... (467)   |                     |
|         | a. 力在运动中所作的功 (467)  | b. 功和动能. 能量守恒 (469) |
|         | c. 两个质点间的相互引力 (471) d. 弹簧的拉伸 (472) *e. 电容器充电 (472)                            |                     |
| 附录      | ..... (473)   |                     |
| *A.1    | 法包线的性质 ..... (473)  |                     |
| *A.2    | 闭曲线包围的面积. 指数 ..... (480)  |                     |
| 问题      | ..... (485)   |                     |
| 第五章     | 泰勒展开式 ..... (491)   |                     |
| 5.1     | 引言: 幂级数 ..... (491)   |                     |
| 5.2     | 对数和反正切的展开式 ..... (493)  |                     |
|         | a. 对数函数 (493)   | b. 反正切函数 (496)      |
| 5.3     | 泰勒定理 ..... (497)  |                     |
|         | a. 多项式的泰勒表示 (497) b. 非多项式函数的泰勒公式 (498)  |                     |
| 5.4     | 余项的表示式及其估计 ..... (499)  |                     |
|         | a. 柯西和拉格朗日余项 (499) b. 泰勒公式的另一种推导法 (503)                                       |                     |
| 5.5     | 初等函数的展开式 ..... (506)  |                     |
|         | a. 指数函数 (506) b. $\sin x, \cos x, \sinh x, \cosh x$ 的展开式 (507) c. 二项式级数 (509) |                     |
| 5.6     | 几何应用 ..... (511)  |                     |
|         | a. 曲线的接触 (511) b. 关于相对极大值和相对极小值的理论 (514)                                      |                     |
| 附录 I    | ..... (515)   |                     |
| A.I.1   | 不能展成泰勒级数的函数的例 ..... (515)   |                     |
| A.I.2   | 函数的零点和无限点 ..... (516)   |                     |
|         | a. $n$ 阶零点 (516)  | b. $\nu$ 阶无限 (517)  |
| A.I.3   | 不定式 ..... (517)   |                     |
| *A.I.4  | 各阶导数都不为负的函数的泰勒级数的收敛性 ..... (520)  |                     |
| 附录 II   | 插值法 ..... (524)   |                     |
| *A.II.1 | 插值问题. 唯一性 ..... (524)   |                     |

|            |  |       |
|------------|--|-------|
| A.II.2     | 解的构造. 牛顿插值公式 .....   | (526) |
| A.II.3     | 余项的估计 .....  | (529) |
| A.II.4     | 拉格朗日插值公式 .....   | (532) |
|            | 问题 .....   | (533) |
| <b>第六章</b> | <b>数值方法</b> .....  | (537) |
| 6.1        | 积分的计算 .....  | (537) |
|            | a. 矩形近似公式 (538) b. 改进的近似式 —— 辛普森法则 (539)   |       |
| 6.2        | 数值方法的另一些例 .....  | (547) |
|            | a. 误差计算 (547) *b. $\pi$ 的计算 (550) *c. 对数的计算 (551)  |       |
| 6.3        | 方程的数值解法 .....  | (553) |
|            | a. 牛顿法 (553) *b. 假位法 (556) c. 迭代法 (557) d. 迭代与牛顿程序 (561)   |       |
|            | 附录 .....   | (563) |
|            | *A.1 斯特林公式 .....   | (563) |
|            | 问题 .....   | (567) |
| <b>第七章</b> | <b>无穷和与无穷乘积</b> .....  | (570) |
| 7.1        | 收敛与发散的概念 .....   | (571) |
|            | a. 基本概念 (571) b. 绝对收敛与条件收敛 (574) *c. 项的重新排列 (578) d. 无穷级数的运算 (581)                                   |       |
| 7.2        | 绝对收敛和发散的判别法 .....  | (582) |
|            | a. 比较判别法. 控制级数 (582) b. 与几何级数相比较的收敛判别法 (583) c. 与积分相比较 (586)   |       |
| 7.3        | 函数序列 .....   | (589) |
|            | a. 函数与曲线序列的极限过程 (589)  |       |
| 7.4        | 一致收敛与不一致收敛 .....   | (591) |
|            | a. 一般说明和定义 (591) b. 一致收敛的一个判别法 (597) c. 连续函数的一致收敛级数之和的连续性 (599) d. 一致收敛级数的积分 (600) e. 无穷级数的微分法 (603) |       |
| 7.5        | 幂级数 .....  | (604) |
|            | a. 幂级数的收敛性质 —— 收敛区间 (605) b. 幂级数的积分法和微分法 (607) c. 幂级数的运算 (608) d. 展开式的唯一性 (609) *e. 解析函数 (610)       |       |
| 7.6        | 给定函数的幂级数展开式. 待定系数法. 例 .....  | (611) |

a. 指数函数 (612) b. 二项式级数 (612) c.  $\arcsin x$  的级数 (615) d.  $\operatorname{arsinh} x = \log[x + \sqrt{(1+x^2)}]$  的级数 (615) e. 级数乘法的例 (616) f. 逐项积分的例 (椭圆积分) (616)

7.7 复数项幂级数 ..... (617)

a. 在幂级数中引进复数项. 三角函数的复数表示式 (617) \*b. 复变函数一般理论一瞥 (620)

附录 ..... (622)

\*A.1 级数的乘法和除法 ..... (622)

a. 绝对收敛级数的乘法 (622) \*b. 幂级数的乘法和除法 (623)

\*A.2 无穷级数与反常积分 ..... (624)

\*A.3 无穷乘积 ..... (627)

\*A.4 含有伯努利数的级数 ..... (630)

问题 ..... (633)

第八章 三角级数 ..... (642)

8.1 周期函数 ..... (643)

a. 一般说明. 函数的周期开拓 (643) b. 一个周期上的积分 (645) c. 谐振 (646)

8.2 谐振的叠加 ..... (647)

a. 谐波. 三角多项式 (647) \*b. 拍 (652)

8.3 复数表示法 ..... (653)

a. 一般说明 (653) \*b. 交流电上的应用 (655) c. 三角多项式的复数表示法 (657) d. 一个三角公式 (658)

8.4 傅里叶级数 ..... (660)

a. 傅里叶系数 (660) b. 基本引理 (661) c.  $\int_0^\infty \frac{\sin z}{z} dz = \frac{\pi}{2}$  的证明 (662) d. 函数  $\phi(x) = x$  的傅里叶展式 (665) e. 关于傅里叶展开的主要定理 (667)

8.5 傅里叶级数的例 ..... (673)

a. 预先说明 (673) b. 函数  $\phi(x) = x^2$  的展开式 (673) c.  $x \cos x$  的展开式 (674) d. 函数  $f(x) = |x|$  (675) e. 一个分段常数函数 (676) f. 函数  $|\sin x|$  (677) g.  $\cos \mu x$  的展开式. 余切分解为部分分式. 正弦的无穷乘积 (677) h. 进一步的例 (679)

8.6 收敛性的进一步讨论 ..... (680)

|  |              |
|--|--------------|
| a. 结果 (680) b. 贝塞耳不等式 (680) *c. 推论 (a), (b) 和 (c) 的证明 (681) d. 傅里叶系数的量阶. 傅里叶级数的微分法 (684)   |              |
| *8.7 三角多项式和有理多项式的近似法 .....   | (685)        |
| a. 关于函数表示法的一般说明 (685) b. 魏尔斯特拉斯逼近定理 (685) *c. 按算术平均值的傅里叶多项式的费耶三角近似式 (687) *d. 在平均意义下的逼近和帕塞瓦尔关系式 (689)                                    |              |
| 附录 I .....   | (693)        |
| *A.I.1 周期区间的伸缩变换. 傅里叶积分定理 .....  | (693)        |
| *A.I.2 非连续点上的吉布斯现象 .....   | (694)        |
| *A.I.3 傅里叶级数的积分 .....  | (697)        |
| 附录 II .....  | (698)        |
| *A.II.1 伯努利多项式及其应用 .....   | (698)        |
| a. 定义及傅里叶展式 (698) *b. 生成函数. 三角余切和双曲余切的泰勒级数 (701) c. 欧拉 - 麦克劳林求和公式 (705) d. 应用. 渐近表达式 (707) e. 幂级数的和. 伯努利数的递推公式 (708) f. 欧拉常数和斯特林级数 (710) |              |
| 问题 .....   | (713)        |
| <b>第九章 关于振动的最简单类型的微分方程 .....</b>   | <b>(716)</b> |
| 9.1 力学和物理学的振动问题 .....  | (716)        |
| a. 简单的机械振动 (716) b. 电的振荡 (718)   |              |
| 9.2 齐次方程的解法. 自由振动 .....  | (719)        |
| a. 形式解 (719) b. 解的诠释 (721) c. 满足给定的初始条件. 解的唯一性 (722)   |              |
| 9.3 非齐次方程. 强迫振动 .....  | (724)        |
| a. 一般说明. 叠加法 (724) b. 非齐次方程的解法 (725) c. 共振曲线 (727) d. 振动的进一步讨论 (730) e. 关于记录仪器构造的说明 (731)  |              |