

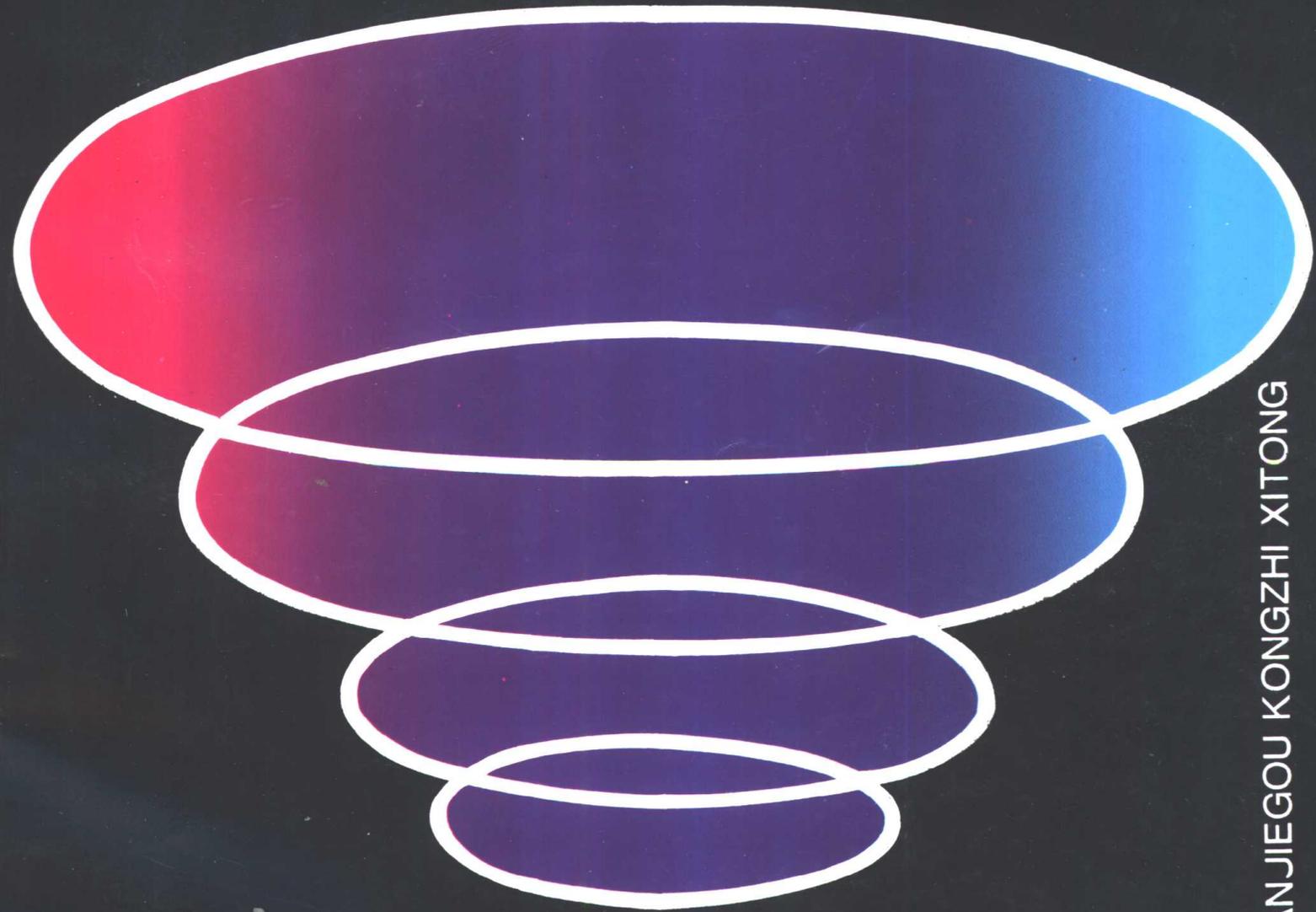
B
J
G
K
Z
X
T

变结构 控制系统

姚琼荃 黄继起 吴汉松 编著

重庆大学出版社

BIANJIJIEGOU KONGZHI XITONG



变结构控制系统

姚琼荃 黄继起 吴汉松 编著

重庆大学出版社

内 容 简 介

本书系统地介绍了变结构控制系统的基本方法和理论。全书分九章,内容包括:基本概念,滑动模态,标量变结构控制,向量变结构控制,不变性,变结构控制系统设计,抖振问题和准(伪)滑动模态,离散滑动模态,灰色变结构控制等。

本书的主要特点是:既强调理论的严谨,又考虑到实用的方便,循序渐近,由浅入深,重点突出。每章后各有思考题,实用部分均有仿真实例。

本书可作为自动控制类研究生教材,也适合自动控制类本科高年级学生和科技人员阅读。

变结构控制系统

姚瑛蓉 黄继起 吴汉松 编
责任编辑 曾令维

重庆大学出版社出版发行
新华书店经销
重庆通信学院印刷厂印刷

开本:787×1092 1/16 印张:19.25 字数:480千
1997年1月第1版 1997年10月第2次印刷
印数:2001—5000
ISBN 7-5624-1306-1/TP·102 定价:25.00元

世界著名的变结构系统理论家

乌特金的留言

Глубоко уважая полн.
доц. Цинхой
с добрыми
пожеланиями
на память
о нашей
встрече
в Москве
23 мая 1989
Уткин

谨以美好的祝愿给予尊敬的姚琼荟,纪念我们在莫斯科的会见。

前 言

变结构控制,是在俄罗斯产生的控制理论:50年代末,由叶米里亚诺夫倡导,其后由乌特金等追随,研究中心是莫斯科控制问题研究所。70年代中,欧美学者注意到这一理论。80年代中,此理论引起了我国学者的重视。

我们对变结构控制一直很感兴趣。在培养研究生的教学和科研工作中,深感应当有一本教材,来介绍一下变结构控制系统的基本方法和基本理论。于是我们着手写了这本书。

本书有如下特点:

1. 从二阶系统入手,利用相轨迹形象地描述变结构控制过程,并由此提出主要的理论问题,循序渐近,由浅入深。

2. 不求面面俱到,而是着重讲解变结构控制系统的最基本的方法和理论。

3. 每章后备有思考题,以便理解各章的要点。实用部分均有仿真实例。

4. 本书既可作为研究生教材,又适合自动控制类本科高年级学生和科技人员阅读。教学参考时数为60学时。

全书分为九章。

第一章建立基本概念,说明什么是变结构控制系统,近40年来,围绕这个题目,做了些什么工作,有些什么结果。

第二章讨论了标量情况下滑动模态存在条件,阐述了描述滑动模态运动的方法。

第三章研究标量变结构控制,即单输入变结构控制。着重研究定常和非定常系统自由运动的控制。研究的步骤是:先谈滑动模态的存在条件和稳定条件,再谈状态代表点进入(碰上)切换面的条件。换言之,先研究“小范围”的稳定性,再研究“大范围”系统的稳定性。

第四章为研究向量变结构系统作准备。包括:滑动方程对线性变换的不变性,递阶控制法,对角化方法以及用稳定性理论给出滑动模态存在的充分条件与二次型方法。

第五章讨论向量变结构控制。研究步骤和标量情况一样。在多输入的情况下,要用到较多的知识,这在第四章中已经作了准备。对于非定常对象,可以用递阶控制法解决。

第六章研究滑动模态对参数变动和外部扰动的不变性。

第七章提出了抖振问题,与第六章对应,并由此引出了准滑动模态。

第八章研究离散滑动模态变结构控制系统。

第九章研究变结构控制与灰色估计的联合使用问题。

本书由哈尔滨工程大学李学忠教授主审。哈尔滨工程大学李文秀教授、海军工程学院张汝均教授也审阅了全书,并提出了宝贵意见。在本书写作和出版过程中,海军工程学院教务部、电气工程系等单位,给予了大力支持,张盖凡教授、张晓锋博士,给予了热情鼓励和帮助,特在此一并表示衷心的感谢。由于作者水平有限,疏漏错误之处在所难免,请批评指正。

作者

1995年8月

目 录

第一章 变结构系统的基本概念	1
1.1 引言	1
1.2 滑动模态变结构系统的概念和定义	1
1.3 两种没有滑动模态的变结构系统	3
1.4 几个理论问题	5
1.4.1 变结构控制的三要素	5
1.4.2 变结构系统的设计	8
1.4.3 变结构系统的不变性和抖振问题	9
1.5 变结构系统的研究历史及前景.....	10
1.6 变结构系统的新进展与我国学者的贡献.....	12
思考题	13
第二章 滑动模态的存在条件与滑动模态方程	14
2.1 滑动模态的存在条件.....	14
2.2 滑动模态方程.....	17
2.2.1 菲力波夫法和其他补充定义的方法	18
2.2.2 等效控制法	23
2.3 动态滑动模态与静态滑动模态.....	27
思考题	28
第三章 标量变结构控制	29
3.1 线性定常对象自由运动的控制.....	30
3.1.1 引言	30
3.1.2 滑动面的存在条件	31
3.1.3 滑动运动的稳定条件.....	36
3.1.4 进入条件及变结构系统的稳定性	42
3.2 线性非定常对象自由运动的控制.....	48
3.2.1 引言.....	48
3.2.2 滑动面的存在条件	48
3.2.3 进入条件与系统的稳定性	49
3.2.4 关于高阶相变量系统的补充说明	50
3.3 标量变结构控制系统的设计.....	52
3.3.1 设计问题的提法与设计步骤	52
3.3.2 定常对象的设计	54

3.3.3 时变对象的设计	55
3.3.4 抑制扰动的设计	56
3.3.5 其他设计方法	60
3.3.6 固定结构控制与趋近律控制的关系	68
3.3.7 应用举例	74
思考题	77
第四章 向量变结构控制的预备知识	78
4.1 滑动模态的定义及其存在的必要条件	78
4.2 应用李雅普洛夫第二方法确定滑动模态区	80
4.3 用二次型确定滑动区	82
4.3.1 常数系数的二次型	83
4.3.2 系数依赖于 x 和 t 的二次型	85
4.4 递阶控制法	87
4.5 滑动方程对线性变换的不变性	90
4.6 对角化方法	91
4.6.1 对角化第一方案	91
4.6.2 对角化第二方案	92
4.7 二次型方法	93
4.8 小结	94
思考题	95
第五章 向量变结构控制	96
5.1 线性定常对象自由运动的控制	97
5.1.1 定常对象滑动流形的存在条件	97
5.1.2 滑动运动的稳定条件	100
5.1.3 滑动流形的进入条件	105
5.2 线性非定常对象自由运动的控制	108
5.2.1 定常对象的递阶控制	109
5.2.2 非定常对象的递阶控制	111
5.3 向量变结构控制系统的设计	112
5.3.1 一般线性系统切换函数的选择	112
5.3.2 向量变结构控制的求取	116
5.3.3 目前流行的方法	121
思考题	123
第六章 滑动运动的不变性	124
6.1 相变量系统的不变性	124
6.1.1 参数变动单独存在	124

6.1.2	外部扰动单独存在	125
6.1.3	参数变动与外部扰动同时存在	126
6.2	滑动运动不变性条件	127
6.2.1	不变性的一般条件	127
6.2.2	对外部扰动的不变性条件	127
6.2.3	对控制对象参数的不变性条件	128
6.2.4	选择不变性条件	129
6.2.5	不变性的物理意义	129
6.3	不变性举例	130
	思考题	133
第七章	具有准滑动模态的控制系统	134
7.1	引言	134
7.1.1	抖振问题	134
7.1.2	准滑动模态	136
7.1.3	准滑动模态与理想滑动模态相近似的定理	136
7.1.4	高增益反馈系统的“慢子系统”与变结构理想滑动模态具有相同的运动方程	136
7.2	具有饱和函数的准滑动模态变结构控制	141
7.2.1	具有饱和函数的变结构控制的特点	141
7.2.2	$u_d = -u^* \text{sat}\left(\frac{s}{\Delta}\right)$	142
7.2.3	$u_d = -(\alpha x + \beta)\text{sat}\left(\frac{s}{\Delta}\right)$	143
7.2.4	对二方案的讨论	144
7.2.5	仿真实例	144
7.3	继电特性连续化的准滑模伪变结构控制系统	148
7.3.1	符号函数连续化	148
7.3.2	$u_d = -M\theta(s)$	150
7.3.3	$u_d = -[\alpha x + \beta]\frac{s}{ s + \delta}$	151
7.3.4	对二方案的讨论	152
7.3.5	仿真实例	152
7.4	线性连续的准滑模伪变结构控制	155
7.4.1	线性连续的准滑模控制律	155
7.4.2	系统的鲁棒性	156
7.4.3	极点配置	157
7.4.4	仿真实例	159
7.5	具有状态立方反馈的准滑动模态伪变结构控制	162
7.5.1	状态立方反馈的准滑模控制律	162
7.5.2	控制律的特点	163
7.5.3	仿真实例	163

思考题	167
第八章 离散滑模变结构控制系统	168
8.1 引言	168
8.2 按连续系统设计离散变结构控制	169
8.2.1 渐近超平面(Asymptote hyperplane)	169
8.2.2 离散系统准滑动模态存在的充分条件	170
8.2.3 步长 $h < H$ 的判别方法	172
8.2.4 实例	174
8.3 离散系统的状态方程及滑模方程	178
8.3.1 系统状态方程	178
8.3.2 滑模方程	179
8.4 离散系统滑模的等效控制	183
8.4.1 滑模等效控制定理	183
8.4.2 滑模等效控制的平衡线	183
8.5 离散系统进入滑模区的条件	185
8.6 确定系统离散变结构控制律	187
8.6.1 准滑动模态的进入条件	187
8.6.2 离散系统准滑模变结构控制律	188
8.6.3 仿真实例	191
8.7 不确定系统离散滑模变结构控制稳定性的讨论	193
8.7.1 准滑动模态区的进入条件	193
8.7.2 稳定性分析	195
8.7.3 对流行的两种离散变结构控制方案的简评	196
8.8 离散系统变结构控制的工程设计方法	200
8.8.1 二阶离散系统变结构控制渐近稳定的充分条件	200
8.8.2 二阶变结构控制的工程设计方法	204
8.8.3 高阶离散变结构控制近似的设计公式	206
8.8.4 仿真实例	207
8.9 采用衰减控制的离散变结构控制方案	214
8.9.1 衰减控制	215
8.9.2 具有衰减控制的离散变结构控制	216
8.9.3 仿真实例	223
8.10 离散变结构控制仿真程序	230
8.10.1 程序 1	230
8.10.2 程序 2	235
8.11 小结	244
思考题	245

第九章 灰色滑模控制系统	246
9.1 引言	246
9.1.1 问题的提出	246
9.1.2 灰色模型	246
9.2 基于连续系统模型具有灰色估计器的离散变结构控制	248
9.2.1 基于连续系统模型的具有指数渐近律的准滑模控制	248
9.2.2 灰色估计器	248
9.2.3 具有灰色估计器的变结构控制	250
9.3 基于离散系统模型具有灰色估计器的变结构控制	268
思考题	290
参考文献	291

第一章 变结构系统的基本概念

1.1 引言

什么是变结构系统? 广义地说, 在控制过程(或瞬态过程)中, 系统结构(或叫模型)可发生变化的系统, 叫变结构系统。

比如说, 一闭环系统, 当偏差大于某值时, 采用比例控制, 以便加快响应速度; 当偏差小于其值时, 变为积分控制, 以保证稳态精度:

$$u = \begin{cases} K_1 e(t) & \text{当 } |e(t)| > e^* \\ K_2 \int e(t) dt & \text{当 } |e(t)| \leq e^* \end{cases} \quad (1-1)$$

式中, e^* 是大于 0 的常数。

像这样, 系统的结构在瞬态过程中就发生了变化。其中, K_1 可以取得较大, K_2 可以取得较小, 而控制质量可以得到保证。这个例子说明了改变系统结构的一种方法。这不过是平常说的积分分离的方法。

这个系统, 满足一开始提出的广义变结构系统的定义, 但是, 请注意, 像这样一些广义的变结构系统还很多, 不过, 它们不是本书的研究对象。

本书的研究对象是一类特殊的变结构系统。其特殊之处在于, 系统的控制有切换, 而且在切换面上系统将会沿着固定的轨迹产生滑动运动。这类特殊的变结构系统, 叫滑动模态变结构系统。它才是本书的研究对象。以后提到变结构系统, 或变结构控制, 或变结构控制系统, 除非有特殊说明, 都是指的这一类有滑动模态的变结构系统。

1.2 滑动模态变结构系统的概念和定义

在引言中, 已经说明, 本书的研究对象是滑动模态变结构系统。本节将用一个例子来说明其概念。

一控制系统, 被控对象是线性定常的。设此系统由下列方程描述:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -a_1 x_1 - a_2 x_2 + u \end{cases} \quad (1-2)$$

式中, x_1, x_2 —— 系统状态变量, a_1, a_2 —— 固定参数, u —— 控制函数。

用 x_1 构造一个控制作用

$$u = -\psi x_1 \quad (1-3)$$

当 $\psi = \alpha$ 时, 得到一种结构, 其中 α 为常数:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -a_1 x_1 - a_2 x_2 - \alpha x_1 \end{cases} \quad (1-4)$$

当 $\psi = -\alpha$ 时, 得到另一种结构:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -a_1 x_1 - a_2 x_2 + \alpha x_1 \end{cases} \quad (1-5)$$

故系统有两个线性结构, 或者说有两个线性模型。

假定 a_2 为负, 并对 α 作适当限制, 使得 $\psi = \alpha$ 时, 特征方程有正实部复根; 而 $\psi = -\alpha$ 时, 特征方程有一正一负实根, 则其相平面图分别如图 1-1 和图 1-2 所示。

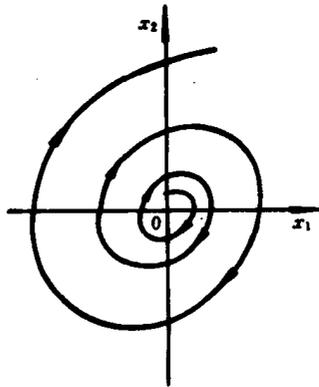


图 1-1 ($\psi = \alpha$)

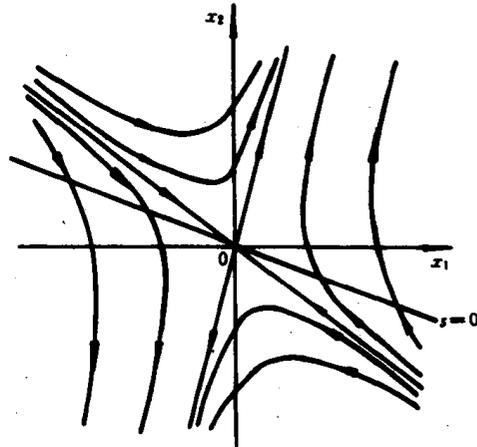


图 1-2 ($\psi = -\alpha$)

显然, 每一种结构都不稳定。 $\psi = \alpha$ 时, 为不稳定焦点的情况, 可称不稳定焦点结构; $\psi = -\alpha$ 时, 为鞍点的情况, 可称鞍点结构。

请注意图 1-2 中 $s=0$, 即 $Cx_1 + x_2 = 0$ ($C > 0$, 且为常数) 这条直线。 C 的选定, 使它位于 x_1 轴和 $\psi = -\alpha$ 时双曲线轨迹的渐近线之间。

我们将说明, 在 $x_1 = 0$ 和 $s = 0$ 这两条直线上改变系统结构时, 可以使系统稳定。

若结构改变的规律具有如下形式:

$$\psi = \begin{cases} \alpha & \text{当 } x_1 s > 0 \\ -\alpha & \text{当 } x_1 s < 0 \end{cases} \quad (1-6)$$

如图 1-3 所示, 当 $x_1 > 0, s > 0$ (I 区) 和 $x_1 < 0, s < 0$ (III 区) 时, 相轨迹为不稳定焦点的轨迹; 当 $x_1 < 0, s > 0$ (II 区) 和 $x_1 > 0, s < 0$ (IV 区) 时, 相轨迹为鞍点的轨迹。

由图 1-3 可见, 系统状态的代表点由任何初始位置出发, 总会碰到直线 $s = 0$, 我们约定, 把碰到直线 $s = 0$ 叫做进入直线 $s = 0$ 。在这条直线的邻域, 两结构的轨迹指向相对, 故往后系统的运动将是沿着 $s = 0$ 这条直线的滑动模态, 如图 1-3 中 $s = 0$ 上的锯齿线所示。直线 $s = 0$ 是控制产生切

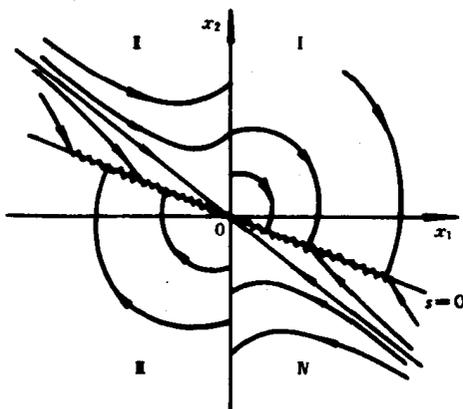


图 1-3 $\psi = \begin{cases} \alpha & \text{当 } x_1 s > 0 \\ -\alpha & \text{当 } x_1 s < 0 \end{cases}$

换的边界线,由于控制切换,直线 $s=0$ 常被称为切换线;在 $x_1=0$ 上,虽然 ψ 发生切换,但控制不切换(因为 $u=-\alpha|x_1|\text{sgns}$), $x_1=0$ 一般不叫切换线。

若系统的运动一旦进入滑动模态,则 Cx_1+x_2 应当等于 0,因为 $s=Cx_1+x_2$ 。又因状态方程中 $\dot{x}_1=x_2$,故有

$$\dot{x}_1 + Cx_1 = 0 \quad (1-7)$$

此关系式为一阶微分方程,它被用来作为描述滑动运动的方程,叫滑动模态方程或滑动方程。显然,此方程的解为

$$x_1(t) = x_1(0)e^{-Ct} \quad (1-8)$$

式中, $x_1(0)$ 为 $x_1(t)$ 的初始状态, $x_1(0) = x_1(t)|_{t=0}$ 。

当 $C>0$ 时,此解稳定,故变结构系统(1-2), (1-3), (1-6)也是稳定的。

由此例可见,两种结构都不稳定的变结构系统,若正确选择切换线,引入滑动模态之后,可以是稳定的。

这是一个简单的滑动模态变结构控制系统,它是我们的研究对象。

有了上述概念之后,可以给出大家公认的变结构控制系统的定义^[1,4,7]:

有一非线性控制系统

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u, t) \\ x &\in R^n, u \in R^m, t \in R \end{aligned} \quad (1-9)$$

我们需要确定切换函数向量

$$s(x), s \in R^m \quad (1-10)$$

其具有的维数一般等于控制的维数,并且寻求变结构控制

$$u_i(x) = \begin{cases} u_i^+(x) & \text{当 } s_i(x) > 0 \\ u_i^-(x) & \text{当 } s_i(x) < 0 \end{cases} \quad (1-11)$$

这里变结构体现在 $u^+(x) \neq u^-(x)$,使得:切换面 $s_i(x)=0$ 以外的相轨迹于有限时间内进入切换面;切换面是滑动模态区;滑动运动渐近稳定,动态品质良好。

这样的控制系统,称为滑动模态变结构控制系统,或简称为变结构系统。

迄今为止,所研究的变结构系统,基本上都属于这一类。

1.3 两种没有滑动模态的变结构系统^[6]

在变结构系统的研究早期,除了我们研究的滑动模态变结构系统以外,还曾出现过两种设计变结构系统的方法。这两种设计方法的共同点是控制有切换,但不产生滑动模态。第一种方法是通过切换,将两种结构的相轨迹按某种指标拼成一个良好的相轨迹。这种方法叫切换模态变结构控制。第二种方法是从某一结构中选出良好的相轨迹,然后通过切换让状态的代表点落到这一相轨迹上,并沿该相轨迹运动。这种方法叫沿退化轨迹运动模态的变结构控制。

(1)第一种方法举例

考虑二阶系统

$$\ddot{x} = -\psi x$$

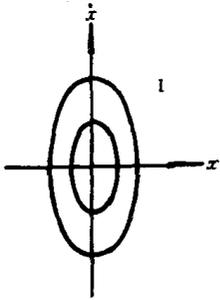


图 1-4 ($\psi = \alpha_1^2$)

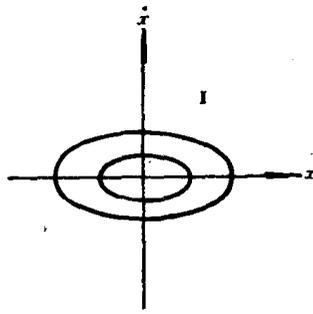


图 1-5 ($\psi = \alpha_2^2$)

具有两种结构 $\psi = \alpha_1^2$ 和 $\psi = \alpha_2^2$, 且 $\alpha_1^2 > \alpha_2^2$. 它们的相图分别由一组椭圆组成, 如图 1-4 和图 1-5 所示。

由相图可见, 两种结构都不是渐近稳定的, 但若选择如下切换逻辑

$$\psi = \begin{cases} \alpha_1^2 & \text{当 } x\dot{x} > 0 \\ \alpha_2^2 & \text{当 } x\dot{x} < 0 \end{cases}$$

就可实现渐近稳定, 相图示于图 1-6 中。

(2) 第二种方法举例

考虑二阶系统

$$\ddot{x} - \xi\dot{x} + \psi x = 0 \quad \xi > 0$$

当 $\psi = \alpha (\alpha > 0)$ 和 $\psi = -\alpha$ 时, 有两种不同结构。这两种结构都是不稳定的, 其相图已熟知如下:

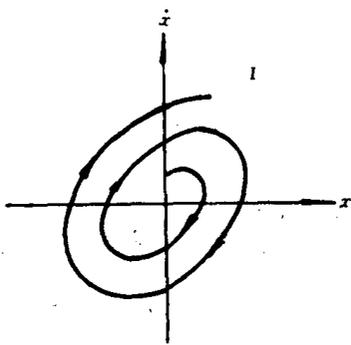


图 1-7 ($\psi = \alpha > 0$)

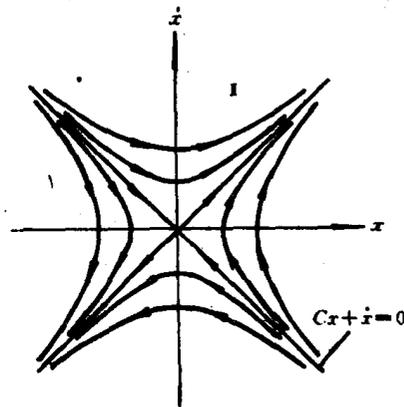


图 1-8 ($\psi = -\alpha$)

注意, 在图 1-8 中, 沿着 2, 4 象限中稳定的特征向量的运动收敛于原点。如果能设法让状态的代表点从任一位置出发都能落到这个特征向量上, 则整个系统就渐近稳定。为此, 选如下切换逻辑, 让切换线为鞍点相轨迹的一条渐近线和 \dot{x} 轴。

图 1-6 切换模态变结构控制

$$\psi = \begin{cases} \alpha & \text{当 } xs > 0 \\ -\alpha & \text{当 } xs < 0 \end{cases} \quad s = Cx + \dot{x}$$

$$C = -\lambda_2 = -\left(\frac{\xi}{2} - \sqrt{\frac{\xi^2}{4} + \alpha}\right) = -\frac{\xi}{2} + \sqrt{\left(\frac{\xi}{2}\right)^2 + \alpha}$$

其相图如图 1-9 所示。

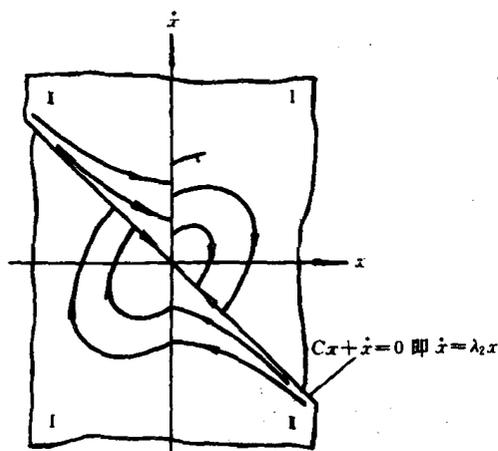


图 1-9 沿退化轨迹运动模式的变结构控制

由相图可见,这种沿退化轨迹运动模式的变结构系统是渐近稳定的。切换线正好是鞍点相轨迹的渐近线,它是一条退化的轨迹。

不过要注意,不论切换模式变结构控制,还是沿退化轨迹运动模式的变结构控制,都没有产生新的轨迹,而是沿原来结构的轨迹运动而已。只有滑动模式变结构控制,才能得到原系统未曾具有的轨迹。

切换模式变结构控制和沿退化轨迹运动模式变结构控制,逐渐被遗忘了。因为它们的应用被限制在具体的二阶系统,而且其算法是启发性的。只有滑动模式变结构控制,在变结构系统理论的发展过程中,起着特殊的作用。

1.4 几个理论问题

本节将对 1.2 节的例子做进一步分析,引出滑动模式变结构控制的几个理论问题,即:变结构控制的三要素,变结构控制的设计问题,变结构系统的不变性问题,抖振问题,准滑动模式和离散滑动模式。

1.4.1 变结构控制的三要素

现在来研究 1.2 节中的例子,当 $\psi = \alpha$ 时,得到的结构是(1-4)式,现重写如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -a_1 x_1 - a_2 x_2 - \alpha x_1 \end{cases} \quad (1-12)$$

其特征方程为:

$$p^2 + a_2 p + (a_1 + \alpha) = 0 \quad (1-13)$$

如令 $\alpha = -a_1$,则特征方程为:

$$p^2 + a_2 p = 0 \quad (1-14)$$

$a_2 > 0$ 时,其根分布与相平面图分别如图 1-10 和图 1-11 所示。

$a_2 < 0$ 时,根分布和相平面图分别如图 1-12 和图 1-13 所示。

显然,从某些初始位置出发,状态的代表点碰不上(不能进入)切换线。

注意上面是特征方程有零根的情况。

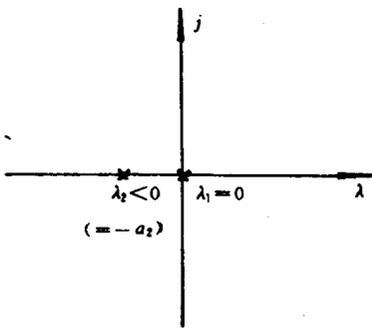


图 1-10

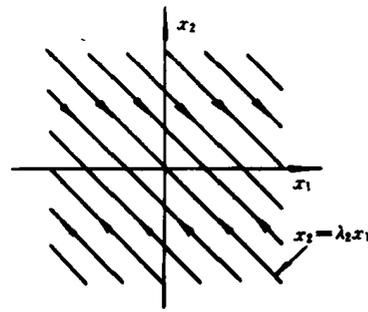


图 1-11

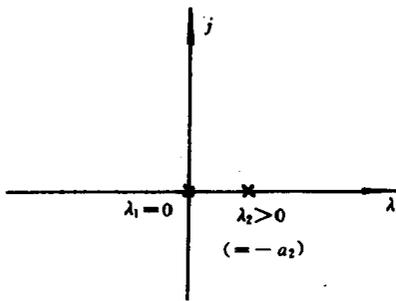


图 1-12

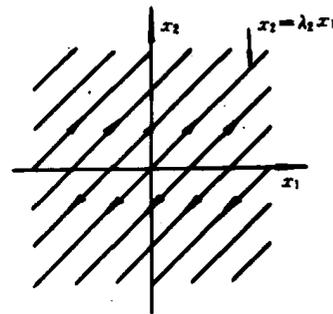


图 1-13

假如令 $a_2^2 - 4(a_1 + \alpha) \geq 0, a_2 < 0$, 则可能有 3 种情况, 其根分布与相平面图如图 1-14, 1-15, 1-16, 1-17, 1-18, 1-19。

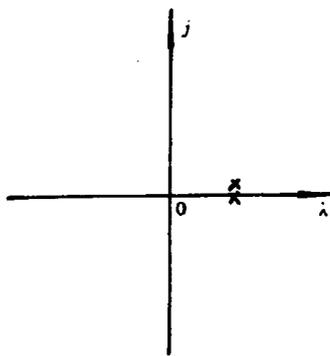


图 1-14

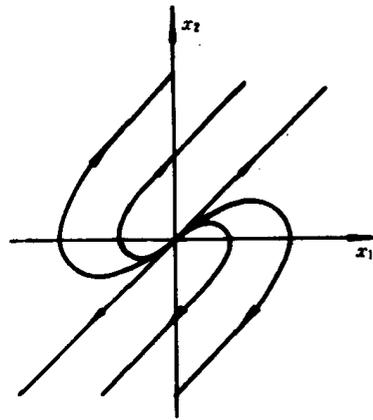


图 1-15

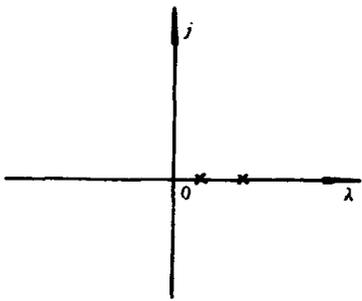


图 1-16

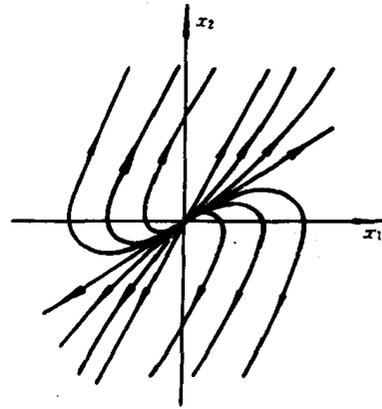


图 1-17

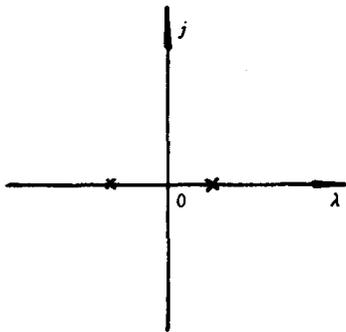


图 1-18

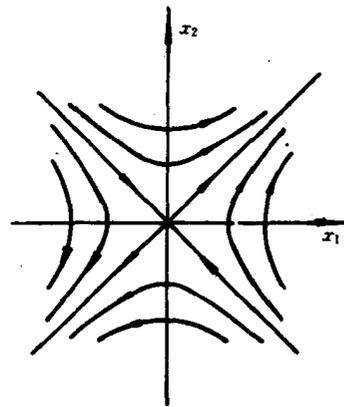


图 1-19

显然,在这 3 种情况下,从某些初始位置出发,也碰不上切换线 $s=0$ 。

注意:这 3 种情况都有正实根。

于是,便产生了一个问题:在什么条件下,状态的代表点从相平面图的任一初始位置出发,都可以碰上(进入)切换线 $s=0$? 换言之,进入切换线的条件是什么?

现在继续研究 1.2 节中的例子,看看 $s=0$ 应当如何选择。

在该例中曾指出切换线 $s=0$ 位于 x_1 轴与 $\psi=-\alpha$ 时双曲线轨迹的渐近线之间,如图 1-3 所示。假如将 $s=0$ 安排在 x_2 轴与 $\psi=-\alpha$ 时双曲线轨迹的渐近线之间,情形会是如何? 可以用图 1-20 来描述。

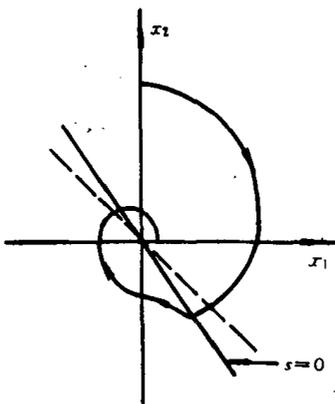


图 1-20

由图 1-20 可见,系统呈现出一种阻尼振荡,系统是渐近稳定的。不过,不会在切换线上产生滑动模态,因为切换线两侧的相轨迹并非指向相对。