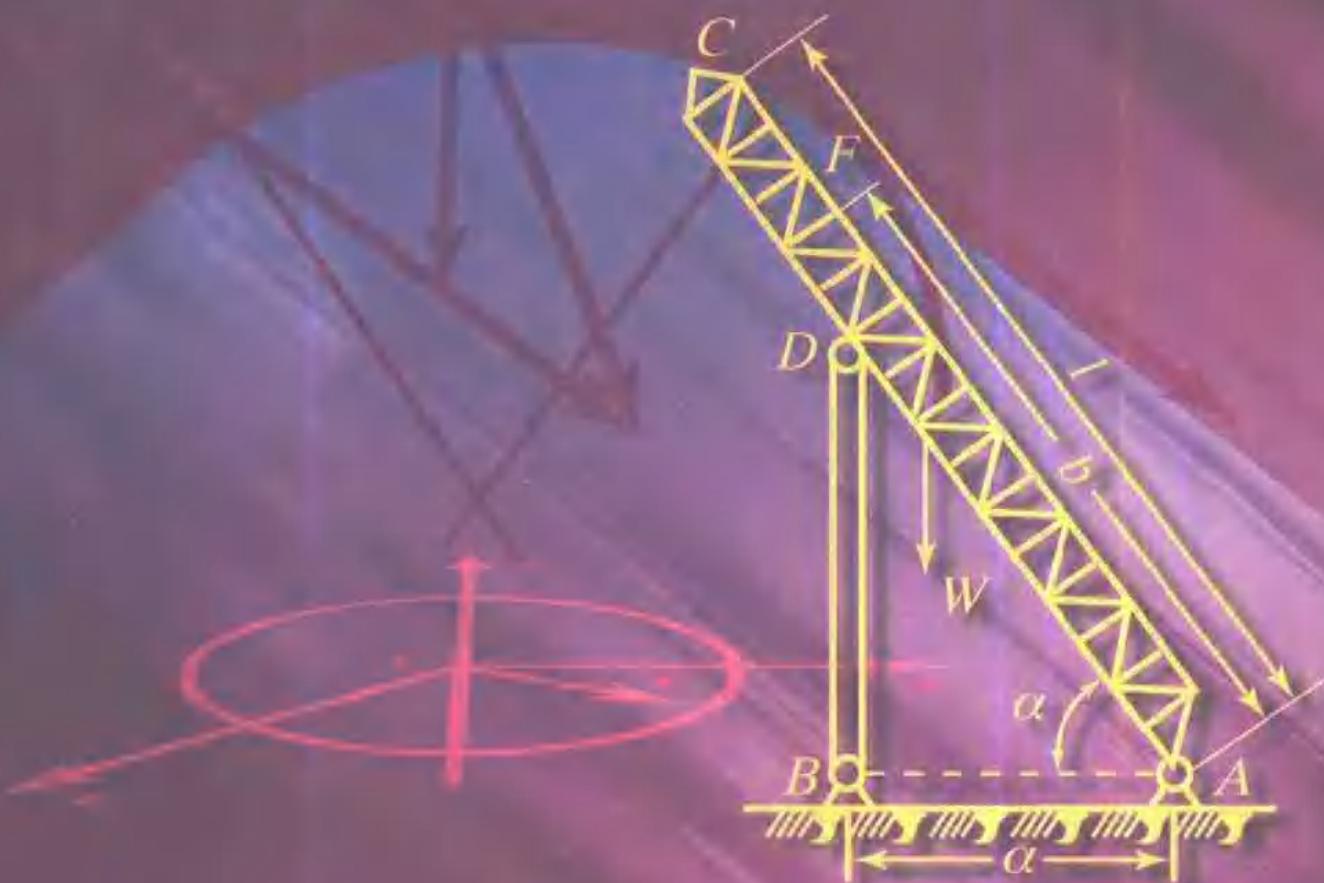


21

21世纪高职高专系列教材

工程力学

中国机械工业教育协会 组编



机械工业出版社
China Machine Press

21世纪高职高专系列教材

工程力学

中国机械工业教育协会 组编

主 编	甘肃工业大学	杨玉贵
	山东工程学院	夏 虹
副主编	甘肃工业大学	宋 曜
参 编	河北工业大学	郭全梅
	辽宁工学院职业技术学院	边秀娟
	天津理工学院	宋章琴
	南昌大学	龚良贵
	厦门大学	陈永明
	武汉船舶职业技术学院	汪晓云
主 审	成都航空职业技术学院	李君正



机械工业出版社

本书是中国机械工业教育协会组织编写的 21 世纪高职高专系列教材之一。全书共 7 篇 18 章，按整合优化方式编写，把理论力学、材料力学的内容加以精选、贯通与融合，分为静力学、杆件基本变形、杆件组合变形、压杆稳定、运动学、动力学、构件强度的进一步研究等 7 个模块。基本理论以“必需”、“够用”为度，强化应用性的教学内容，以利于培养学生分析、解决问题的能力，符合高职高专教育培养应用性工程技术人才的目标。

本书适用于高职高专土建类、机械类和近机械类各专业。

图书在版编目 (CIP) 数据

工程力学 / 中国机械工业教育协会组编 . —北京：机
械工业出版社，2001.5

21 世纪高职高专系列教材

ISBN 7-111-08366-0

I. 工… II. 中… III. 工程力学—高等学校：技
术学校—教材 IV. TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2001) 第 028012 号

机械工业出版社（北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037）

责任编辑：何月秋 版式设计：霍永明 责任校对：张莉娟

封面设计：姚毅 责任印制：郭景龙

北京京丰印刷厂印刷 新华书店北京发行所发行

2001 年 7 月第 1 版 · 第 1 次印刷

787mm×1092mm^{1/16} · 22.5 印张 · 554 千字

0 001—4 000 册

定价：33.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

本社购书热线电话 (010) 68993821、68326677-2527

21世纪高职高专系列教材编委会名单

编委会主任 中国机械工业教育协会 郝广发

编委会副主任 (单位按笔画排)

山东工程学院 仪垂杰
大连理工大学 唐志宏
天津大学 周志刚
甘肃工业大学 路文江
江苏理工大学 杨继昌
成都航空职业技术学院 陈玉华

机械工业出版社 陈瑞漢 (常务)
沈阳工业大学 李荣德
河北工业大学 檀润华
武汉船舶职业技术学院 郭江平
金华职业技术学院 余党军

编委委员 (单位按笔画排)

广东白云职业技术学院 谢瀚华
山东省职业技术教育师资培训中心 邹培明
上海电机技术高等专科学校 徐余法
天津中德职业技术学院 李大卫
天津理工学院职业技术学院 沙洪均
日照职业技术学院 李连业
北方交通大学职业技术学院 佟立本
辽宁工学院职业技术学院 李居参
包头职业技术学院 郑 刚
北京科技大学职业技术学院 马德青
北京建设职工大学 常 莲
北京海淀走读大学 成运花
江苏理工大学 吴向阳
合肥联合大学 杨久志

同济大学 孙 章
机械工业出版社 李超群 余茂祚 (常务)
沈阳建筑工程学院 王宝金
佳木斯大学职业技术学院 王跃国
河北工业大学 范顺成
哈尔滨理工大学工业技术学院 线恒录
洛阳大学 吴 锐
洛阳工学院职业技术学院 李德顺
南昌大学 肖玉梅
厦门大学 朱立秒
湖北工学院高等职业技术学院 吴振彪
彭城职业大学 陈嘉莉
燕山大学 刘德有

序

1999年6月中共中央国务院召开第三次全国教育工作会议，作出了“关于深化教育改革，全面推进素质教育的决定”的重大决策，强调教育在综合国力的形成中处于基础地位，坚持实施科教兴国的战略。决定中明确提出要大力发展高等职业教育，培养一大批具有必备的理论知识和较强的实践能力，适应生产、建设、管理、服务第一线急需的高等技术应用性专门人才。为此，教育部召开了关于加强高职高专教学工作会议，进一步明确了高职高专是以培养技术应用性专门人才为根本任务；以适应社会需要为目标；以培养技术应用能力为主线设计学生的知识、能力、素质结构和培养方案；以“应用”为主旨和特征来构建课程和教学内容体系；高职高专的专业设置要体现地区、行业经济和社会发展的需要，即用人的需求；教材可以“一纲多本”，形成有特色的高职高专教材系列。

“教书育人，教材先行”，教育离不开教材。为了贯彻中共中央国务院以及教育部关于高职高专人才培养目标及教材建设的总体要求，中国机械工业教育协会、机械工业出版社组织全国部分有高职高专教学经验的职业技术学院、普通高等学校编写了这套《21世纪高职高专系列教材》。教材首批80余本（书目附书后）已陆续出版发行。

本套教材是根据高中毕业3年制（总学时1600~1800）、兼顾2年制（总学时1100~1200）的高职高专教学计划需要编写的。在内容上突出了基础理论知识的应用和实践能力的培养。基础理论课以应用为目的，以必需、够用为度，以讲清概念、强化应用为重点；专业课加强了针对性和实用性，强化了实践教学。为了扩大使用面，在内容的取舍上也考虑到电大、职大、业大、函大等教育的教学、自学需要。

每类专业的教材在内容安排和体系上是有机联系、相互衔接的，但每本教材又有各自的独立性。因此各地区院校可根据自己的教学特点进行选择使用。

为了提高质量，真正编写出有显著特色的21世纪高职高专系列教材，组织编写队伍时，采取专门办高职的院校与办高职的普通高等院校相互协作编写并交叉审稿，以便实践教学和理论教学能相互渗透。

机械工业出版社是我国成立最早、规模最大的科技出版社之一，在教材编辑出版方面有雄厚的实力和丰富的经验，出版了一大批适用于全国研究生、大学本科、专科、中专、职工培训等各种层次的成套系列教材，在国内享有很高的声誉。我们相信这套教材也一定能成为具有我国特色的、适合21世纪高职高专教育特点的系列教材。

中国机械工业教育协会

前　　言

本书是为适应高等职业技术教育教学需要而编写的。适用于高职土建、机械和近机械类各专业，也可作为高等专科学校、职大、夜大、函大等大专层次教学用书和广大工程技术人员的自学用书。

根据高等职业技术教育的特色及“工程力学”在人才培养计划中的地位和作用，本书在编写过程中力求体现“以应用为目的，以必需、够用为度，以讲清概念、强化应用为重点”的原则。并在以下方面做了一些工作：

1. 在体系编排上，改变了原“理论力学”和“材料力学”两门课程自成体系的格局，将两门课程整合优化成7篇18章，而且每章的知识结构也作了调整。目的是突出知识和能力这条主线，加强融会贯通，减少重叠，以符合工程设计思路要求，便于读者接受。

2. 在内容处理上，注意处理好与前修课程和后续课程间的衔接；处理好本课程相关内容间的关系；精选经典内容，渗透现代力学思想，重在讲清概念，减少理论推导；加强工程意识和工程方法的训练。力求做到知识面适度，内容简明，实用性强。

另外，本书在每章后都附有足够数量的复习思考题和习题；每篇后附有本篇小结，旨在指导学生学习，启发思考；在书末附有习题答案。

书中加*的章节为选学内容。

参加本书编写的院校和人员有：

绪论、第8章、第11章由甘肃工业大学杨玉贵编写；第9章、第10章由山东工程学院夏虹编写；第1章、第4章、第5章、第17章、第18章由甘肃工业大学宋曦编写；第2章、第3章由河北工业大学郭金梅编写；第6章、第7章由辽宁工学院职业技术学院边秀娟编写；第13章、第14章由天津理工学院宋章琴编写；第15章、第16章由南昌大学龚良贵编写；第12章由厦门大学陈永明编写；附录A、B、C由武汉船舶职业技术学院汪晓云编写。

本书由杨玉贵、夏虹任主编，宋曦任副主编；杨玉贵、宋曦完成最后的定稿。

本书由成都航空技术学院李君正教授主审，他认真、仔细地阅读了全部书稿，并提出了许多宝贵的意见。对此，我们表示衷心的感谢。

在本书的编写过程中，还得到了甘肃工业大学李慧教授、路文江教授、宓庆续副教授的大力支持，以及李吉功、杨建军、杨振宇、黄达文等同志的热情帮助，在此谨向他们致以诚挚的谢意。

限于作者水平，加之时间仓促，书中难免存在缺点和不足之处，诚恳希望专家、同仁和广大读者批评指正。

编　者

主要符号

a	加速度	L_x, L_y, L_z	质点系对 x, y, z 轴的动量矩
a_t	绝对加速度	m	质量
a_c	牵连加速度	M_O	力系对点 O 的主矩
a_r	相对加速度	$M_O(F)$	力 F 对点 O 之矩
a_n	切向加速度	M	外力偶矩
a_n^t	法向加速度	M_T	转矩
a_{BA}^t	点 B 相对于基点 A 的切向加速度	M_x, M_y, M_z	力系对 x, y, z 轴的主矩
a_{BA}^n	点 B 相对于基点 A 的法向加速度	M_x, M_y, M_z	弯矩
A	面积	n	转速
b	宽度	p	动量
C	质心, 重心	P	功率
d	力偶臂, 直径, 距离	q	分布载荷
E	机械能, 弹性模量	R, r	半径
f	频率, 动摩擦因数	t	摄氏温度, 时间
f_s	静摩擦因数	T	周期, 动能
F	力	v	速度
F_{Ax}, F_{Ay}	A 处的约束力分量	v_s, v_e, v_r	绝对速度, 牵连速度, 相对速度
F_I	惯性力	v_{BA}	平面图形上点 B 相对基点 A 的速度
F_N	法向约束力, 轴力	V	势能, 体积
F_P	载荷	W	重量, 功, 弯曲截面系数
F_{Pr}	临界载荷	W_P	扭转截面系数
F_Q	切力	α	角加速度, 线膨胀系数
F_R	主矢, 合力	β	角
F_T	拉力	θ	梁横截面的转角, 单位长度相对扭转角
F_x, F_y, F_z	力在 x, y, z 方向的分量	φ	相对扭转角
g	重力加速度	φ_m	摩擦角
G	切变模量	γ	切应变
h	高度	Δ	变形、位移
I	冲量	δ	厚度, 伸长率
I	惯性矩	ϵ	线应变
I_p	极惯性矩	ϵ_s	弹性应变
I_{xy}	惯性积	ϵ_p	塑性应变
J	转动惯量	λ	柔度, 长细比, 频率比
k	弹簧刚度系数	ω	角速度, 角频率
K	应力集中系数	μ	长度系数
l, L	长度、跨度	ν	泊松比
L_O	质点系对 O 的动量矩	ρ	密度, 曲率半径

σ	正应力	σ_e	弹性极限
σ_t	拉应力	σ_p	比例极限
σ_c	压应力, 挤压应力	$\sigma_{0.2}$	条件屈服应力
σ_b	抗拉强度	σ_s	屈服点
$[\sigma]$	许用应力	τ	切应力
σ_{cr}	临界应力	$[\tau]$	许用切应力

目 录

序	
前言	
主要符号	
绪论	1

第1篇 静 力 学

第1章 物体的受力分析	3
1.1 静力学公理	3
1.2 约束和约束反力	5
1.2.1 约束的概念	5
1.2.2 工程中常见的约束类型及约束反力	6
1.3 物体的受力分析与受力图	8
复习思考题	11
习题	12
第2章 基本力系	15
2.1 汇交力系的简化与平衡	15
2.1.1 几何法	15
2.1.2 解析法	17
2.2 力矩	20
2.2.1 力对点之矩	20
2.2.2 合力矩定理	21
2.2.3 力对轴之矩	22
2.3 力偶及其性质	23
2.3.1 力偶及其力偶矩	23
2.3.2 力偶的性质	23
2.4 力偶系的简化与平衡	24
复习思考题	26
习题	28
第3章 一般力系	32
3.1 力线平移定理	32
3.2 平面一般力系向一点简化与平衡方程	33
3.3 空间一般力系的平衡方程	39
3.4 物体系统的平衡与静定和超静定问题	41
3.5 考虑摩擦时的平衡问题	46
3.5.1 滑动摩擦	46
3.5.2 摩擦角与自锁	47
3.5.3 有滑动摩擦的平衡问题	48
复习思考题	51
习题	53
本篇小结	59

第2篇 杆件的基本变形

第4章 基本知识	63
4.1 变形固体的基本假设	63
4.2 杆件变形的基本形式	64
复习思考题	67
第5章 杆件的内力分析	68
5.1 内力和截面法	68
5.2 轴力和轴力图	69
5.3 扭矩和扭矩图	70
5.4 剪力和弯矩 剪力图和弯矩图	72
5.5 [*] 剪力、弯矩和分布载荷集度间的微分关系	78
5.6 按叠加原理作弯矩图	80
复习思考题	81
习题	83
第6章 拉伸与压缩	87
6.1 拉压时的应力	87
6.1.1 应力的概念	87
6.1.2 横截面上的正应力	87
6.1.3 斜截面上的应力	89

6.2 拉压杆的强度计算	89	复习思考题	118
6.3 拉压杆的变形	92	习题	118
6.3.1 纵向变形与虎克定律	92	第8章 弯曲	121
6.3.2 横向变形与泊松比	92	8.1 梁的正应力	121
6.4 拉压时材料的力学性能	92	8.2 梁的正应力强度计算	124
6.5 拉压超静定问题	98	8.2.1 梁的正应力强度条件	124
6.6 连接件的实用强度计算	100	8.2.2 梁的正应力强度计算	125
复习思考题	104	8.3 梁的切应力及切应力强度计算	127
习题	105	8.3.1 梁的切应力	127
第7章 扭转	109	8.3.2 梁的切应力强度计算	131
7.1 薄壁圆筒的扭转	109	8.4 提高梁弯曲强度的措施	133
7.1.1 薄壁圆筒扭转时的应力 和变形	109	8.5 梁的挠度和转角	135
7.1.2 切应力互等定理	110	8.6 挠曲线近似微分方程	136
7.1.3 剪切虎克定律	110	8.7 用积分法求梁的变形	137
7.2 圆轴扭转时的应力和强度计算	110	8.8 用叠加法求梁的变形	142
7.2.1 横截面上的应力	110	8.9 梁的刚度校核及提高梁刚度 的措施	144
7.2.2 极惯性矩和抗扭截面系数	112	8.10 超静定梁	146
7.2.3 圆轴扭转时的强度计算	113	复习思考题	147
7.3 扭转时的变形与刚度计算	114	习题	150
7.3.1 圆轴扭转时的变形	114	本篇小结	155
7.3.2 圆轴扭转时的刚度计算	115		
7.4 矩形截面杆扭转的简介	117		
第3篇 杆件的组合变形			
第9章 应力状态和强度理论	157	习题	173
9.1 应力状态的概念	157	第10章 组合变形的强度计算	176
9.2 二向应力状态的分析	159	10.1 拉伸(压缩)与弯曲的组合 变形	176
9.2.1 解析法	159	10.2 扭转与弯曲的组合变形	179
9.2.2 几何法	163	10.3* 斜弯曲	182
9.3 三向应力状态下的最大应力	166	复习思考题	185
9.4 广义虎克定律	167	习题	186
9.5 强度理论及其应用	169	本篇小结	189
9.5.1 材料的破坏形式	169		
9.5.2 常用的强度理论及其应用	170		
复习思考题	172		
第4篇 压杆的稳定性			
第11章 压杆稳定	191	11.2.2 杆端约束对临界力的影响	193
11.1 压杆稳定的概念	191	11.3 压杆的临界应力	194
11.2 细长压杆的临界力	192	11.3.1 细长压杆的临界应力	194
11.2.1 两端铰支压杆的临界力	192	11.3.2 中长压杆的临界应力经验 公式	195

11.3.3 临界应力总图	197	复习思考题	204
11.4 压杆的稳定计算	199	习题	205
11.4.1 安全系数法	199	本篇小结	207
11.4.2 [*] 折减系数法	201		
11.5 提高压杆稳定性的措施	203		

第 5 篇 运 动 学

第 12 章 点的运动学与刚体的基本运动	
运动	208
12.1 点的运动学	208
12.1.1 矢量法	208
12.1.2 直角坐标法	209
12.1.3 自然法	212
12.2 刚体的平行移动	217
12.3 刚体的定轴转动	219
12.3.1 转动方程、角速度和角加速度	219
12.3.2 转动刚体内各点的速度和加速度	220
12.3.3 定轴轮系	222
复习思考题	223
习题	224
第 13 章 点的合成运动	227

13.1 合成运动的基本概念	227
13.2 点的速度合成定理	228
13.3 牵连运动为平动时点的加速度合成定理	230
复习思考题	232
习题	233
第 14 章 刚体的平面运动	236
14.1 基本概念与运动分解	236
14.2 平面图形内各点的速度分析	237
14.2.1 基点法	237
14.2.2 瞬时速度中心法	239
14.3 平面图形内各点的加速度	243
复习思考题	245
习题	246
本篇小结	249

第 6 篇 动力学基础

第 15 章 动量定理和动量矩定理	252
15.1 动力学基本方程	252
15.2 动量定理	255
15.2.1 质点系的动量定理	255
15.2.2 质心运动定理	257
15.3 动量矩定理	260
15.3.1 质点系的动量矩定理	260
15.3.2 刚体定轴转动的微分方程和转动惯量	262
复习思考题	265
习题	265
第 16 章 动能定理	269
16.1 功与功率	269

16.1.1 力的功	269
16.1.2 功率	272
16.2 动能定理	272
16.2.1 质点系和刚体的动能	272
16.2.2 质点系的动能定理	273
16.3 势力场 势能 机械能守恒定律	276
16.4 动力学普遍定理的综合应用	277
复习思考题	278
习题	279
综合习题	281
本篇小结	282

第 7 篇 构件强度问题的进一步研究

第 17 章 构件的动载荷强度	286
17.1 惯性力 动静法	286

17.1.1 质点的动静法	286
17.1.2 质点系的动静法	287

17.1.3 刚体惯性力系的简化	287	18.2 材料的疲劳极限及其测定	301
17.2 考虑惯性力时的应力计算	289	18.3 影响构件疲劳极限的主要因素	302
17.3 受冲击载荷时的应力和变形计算	291	18.4 对称循环的疲劳强度	304
17.4 提高构件抗冲击能力的措施	295	18.4.1 对称循环的疲劳强度计算	304
复习思考题	295	18.4.2 提高构件疲劳强度的措施	305
习题	297	复习思考题	306
第 18 章 构件的疲劳强度	299	习题	307
18.1 金属的疲劳	299	本篇小结	308
附录			
附录 A 重心和截面的几何性质	310	附录 C 型钢规格表	320
A.1 重心、形心、静矩	310	附录 D 习题答案	331
A.2 惯性矩和惯性积	312	参考文献	345
A.3 平行移轴公式	314		
附录 B 简单载荷作用下梁的变形	318		

录

绪 论

一、工程力学的任务

工程力学涉及众多的力学分支学科，本书只是其中最基础的部分，主要研究物体的机械运动和杆件弹性变形的一般规律。它是高等工科院校的一门理论性较强的技术基础课程，为后续课程的学习和解决工程实际问题提供力学的基本理论和方法。

机械运动是指物体在空间的位置随时间而发生的改变。如固体的移动和变形，气体和液体的流动等。机械运动是物质各种运动（如发热、发光、电磁现象、化学过程等）中最基本以及人们在生产和生活中最经常遇到的一种运动形式。

变形是指物体在外力作用下形状和尺寸的改变。物体的变形按其性质可分为两种：一种是弹性变形，它是随外力的解除而消失的变形；另一种是塑性变形，或称残余变形，它是在外力解除后而不能消失的变形。杆件是指一个方向（长度）尺寸远大于其它两个方向（宽度和厚度）尺寸的构件。本课程主要研究杆件的弹性变形问题。

本课程所研究的内容以牛顿定律为基础，属经典力学范畴，适用于速度远低于光速的宏观物体的运动。近代物理学的发展，发现经典力学的研究范围存在许多局限性。但在一般工程技术中的力学问题，所研究的对象都属宏观、低速范畴，故经典力学的准确性还是肯定的。

本课程的任务，概括起来可分为两类。

1. 研究物体的机械运动与所受力之间的关系。这里包括力的一般性质，力系的简化及物体在力的作用下平衡规律的研究；物体运动几何性质的描述；物体运动状态改变与其所受力之间的关系。以便掌握物体机械运动的基本规律和研究方法。

2. 研究物体变形与所受力之间的关系。即研究物体在外力作用下变形和破坏的规律，为解决构件强度、刚度和稳定性问题提供基本理论和计算方法。

构件是各种工程结构组成单元的统称。如机械中的轴、杆件，建筑物中的梁、柱等。它们在工作中都要受到力的作用。所谓“强度”，是指构件抵抗破坏的能力；“刚度”是指构件抵抗变形的能力；“稳定性”是指构件保持其原有平衡状态的能力。强度、刚度和稳定性统称为构件的承载能力。设计工程构件时，在材料选用和形状尺寸选取上，既要保证构件有足够的承载能力，又要尽量节省材料，节约资金，达到既安全又经济的要求。

二、工程力学的研究方法

工程力学的研究方法是实验观察——假设建模——理论分析——实验（实践）验证。这是自然科学研究问题的一般方法。

本课程研究的物体，大多是各种工程结构物及其构件。这些结构物和构件，形状大小各异，组成也很复杂。因此，在研究它们的运动和变形时，首先必须根据问题的性质，抓住主要方面，略去次要因素，合理简化，抽象为力学模型。这是重要的一步。

在研究物体的平衡规律时，由于物体变形量很小或变形因素对问题的研究影响很小，可忽略物体的变形而将其抽象为“刚体”。在研究物体机械运动的几何性质和运动状态改变与受力之间关系时，因物体的运动范围远大于物体本身的大小，则可将物体抽象为一个“质点”，

或者由质点组成的“质点系”。但在研究物体的变形与受力之间关系时，则不能再将物体视为刚体，而应看成可变形固体。

建立模型之后，可运用数学方法进行分析计算。这种解决工程力学问题的方法称为理论方法。然而，许多工程实际问题，仅靠理论方法还不能有效地解决，但通过实验的方法可得到满意的结果。另外，在解决构件的承载能力问题时，需要通过实验测定材料的力学性质。可见，实验方法也是解决工程力学问题的一个必不可少的方法。

随着计算机技术的迅速发展，计算机分析方法在工程力学领域中已得到日益广泛的应用，并促进着工程力学研究方法的更新。这将使工程力学在解决日常生活、环境、交通和国防等工程问题中发挥更大的作用。

第1篇 静力学

静力学研究物体在力系作用下处于平衡的规律。

力是物体间的相互机械作用。这种作用有两种效应：使物体产生运动状态变化和形状变化。前者称为运动效应，后者称为变形效应。力对物体的效应取决于力的大小、方向和作用点三个要素。

平衡是指物体相对于惯性参考系处于静止或匀速直线运动的状态。它是机械运动的特殊形式。在工程实际中，通常把固连于地球的参考系作为惯性参考系来研究物体相对于地球的平衡问题，所得结果能很好地与实际情况相符合。

刚体是静力学中所采用的一种理想模型，它是指在力作用下不变形的物体。事实上，任何物体受力后或多或少都会发生变形。因此，实际上并不存在绝对的刚体。但是，对那些在运动中变形极小，或虽有变形但不影响其整体运动的物体，忽略变形，对问题的研究结果不仅没有显著影响，而且可以使问题得以简化。这时，该物体可抽象为刚体。将物体抽象为刚体是有条件的，这与所研究的问题的性质有关。当物体的变形（即使很小）成为所研究问题的主要方面而不应忽视时，则不能抽象成为刚体，而应当成变形体处理。

静力学中所研究的物体只限于刚体，所以也称为刚体静力学，它是研究变形体力学的基础。

本篇着重研究以下三个问题：

(1) 物体的受力分析 分析某个物体或物体系统共受几个力，以及每个力的作用位置和方向。

(2) 力系的等效与简化 将作用在物体上的较复杂的力系用一个最为简单的与其作用效果相等的力系来代替。

(3) 力系的平衡条件 研究物体处于平衡时，作用于物体上的力系所应满足的条件。

第1章 物体的受力分析

本章将阐述静力学公理，工程中常见的典型约束，以及物体的受力分析。静力学公理是静力学理论的基础。物体的受力分析是力学中重要的基本技能。

1.1 静力学公理

公理1 力的平行四边形法则

作用在物体上同一点的两个力，可以合成为一个合力。合力的作用点也在该点，合力的大小和方向由这两个力为邻边构成的平行四边形的对角线确定。如图 1-1a 所示。或者说，合力矢等于这两个力矢的几何和，即

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \quad (1-1)$$

力的平行四边形也可演变成为力三角形，由它能更简便地确定合力的大小和方向，如图 1-1b、c 所示，而合力作用点仍在汇交点 A。

这个公理表明了最简单力系的简化规律，它是复杂力系简化的基础。

公理 2 二力平衡条件

作用在刚体上的两个力，使刚体保持平衡的必要与充分条件是：这两力的大小相等，方向相反，且在同一直线上，如图 1-2 所示，即

$$\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2 \quad (1-2)$$

这个公理揭示了作用于物体上的最简单的力系在平衡时所必须满足的条件。对刚体来说这个条件既是必要的，又是充分的；但对于变形体，它

只是平衡的必要条件，而不是充分条件。例如，软绳受两个等值、反向、共线的拉力作用可以平衡，而受两个等值、反向、共线的压力作用就不能平衡。

工程上，把只受两个力作用而处于平衡的物体，称为二力构件（或称二力杆）。根据二力平衡条件可知，二力构件不论形状如何，其所受的两个力的作用线，必沿两力作用点的连线。这一性质在对物体进行受力分析时极为有用。

公理 3 加减平衡力系原理

在作用于刚体的已知力系中加上或减去任意的平衡力系，并不改变原力系对刚体的作用。

作用于刚体上的力系如果可以用另一个适当的力系来代替，且对刚体产生相同的效应，则这两个力系互称为等效力系。由此公理可知，作用于刚体上的已知力系与加上（或减去）任一平衡力系后的力系等效。

这个公理是研究力系简化的重要理论依据。但必须注意，此公理也只适用于刚体而不适用于变形体。

由上述公理可以导出如下重要推论：

推论 1 力的可传性

作用在刚体上某点的力，可以沿着它的作用线移到刚体内任意一点，并不改变该力对刚体的作用。

如图 1-3a 所示的刚体，在 A 点受力 \mathbf{F} 作用，若在力 \mathbf{F} 的作用线上任一点 B 加上一平衡力系 \mathbf{F}_1 、 \mathbf{F}_2 ，且使 $\mathbf{F} = \mathbf{F}_2 = -\mathbf{F}_1$ （图 1-3b），则 \mathbf{F} 与 \mathbf{F}_1 又构成一平衡力系。将此力系去掉后，可得到作用于 B 点的力 \mathbf{F}_2 （图 1-3c）。于是，原来的力 \mathbf{F} 与力系 $(\mathbf{F}, \mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2)$ 及力 \mathbf{F}_2 等效，即

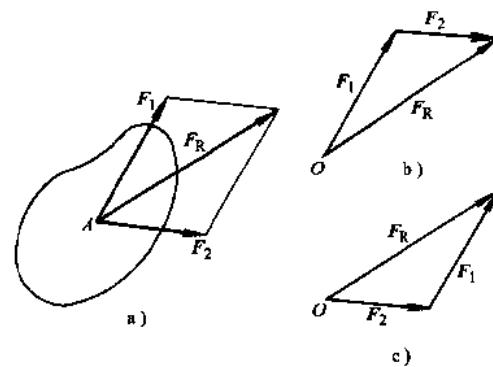


图 1-1 力的平行四边形规则

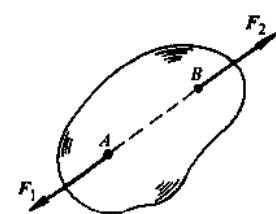


图 1-2 二力平衡条件

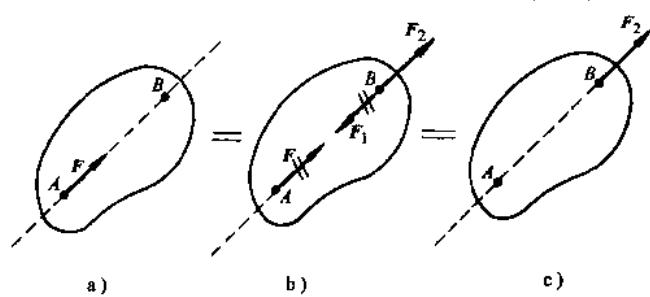


图 1-3 力的可传性

原作用于 A 点的力 F 沿其作用线移到了 B 点。

根据力的可传性，力对刚体的效果与力的作用点在其作用线上的位置无关。因此，对于刚体来说，力的三要素之一的作用点可代之以作用线。在这种情况下，力矢可沿其作用线任意滑动，成为滑动矢量。

推论 2 三力平衡汇交定理

作用于刚体上的三个互相平衡的力，若其中两个的作用线汇交于一点，则此三个力必在同一平面内，且第三个力的作用线通过汇交点。

设有三个互相平衡的力 F_1 、 F_2 、 F_3 分别作用于刚体上的 A 、 B 、 C 三个点（图 1-4）。已知 F_1 和 F_2 的作用线交于 O 点，根据力的可传性，将力 F_1 和 F_2 移到汇交点 O ，并用力的平行四边形规则，求得其合力 F_{12} 。则 F_3 应与 F_{12} 平衡。由于两力平衡必须共线，所以，力 F_3 必定与力 F_1 和 F_2 共面，且通过力 F_1 和 F_2 的汇交点 O 。

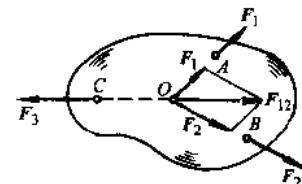


图 1-4 三力平衡汇交定理

三力平衡汇交定理说明了不平行的三个力平衡的必要条件，有时用此来确定第三个力的作用线的方位。

公理 4 刚化原理

变形体在某一力系作用下处于平衡，如将此变形体刚化为刚体，其平衡状态保持不变。这个公理提供了把变形体抽象为刚体模型的条件。

公理 5 作用和反作用定律

作用力和反作用力总是同时存在，两力的大小相等，方向相反，沿着同一直线，分别作用在两个相互作用的物体上。

这一公理概括了物体间相互作用力的关系，表明作用力和反作用力总是成对出现的。它是分析物体受力时必须遵循的原则。

1.2 约束和约束反力

1.2.1 约束的概念

在力学中通常把物体分为两类：一类称为自由体，它们在空间的位移不受任何限制。例如在空中飞行的飞机、炮弹和火箭等。另一类称为非自由体，它们在空间的位移受到一定的限制。例如，悬挂在屋顶的电灯受到绳子的限制不能下落；门、窗只能绕合页轴转动；图 1-5 所示的曲柄冲压机冲头受到滑道的限制只能沿铅垂方向平动，飞轮受到轴承的限制只能绕轴转动；图 1-6 所示的桥梁的桁架，由于受到左右支座的限制而固定不动等。工程实际中的构件或机械的零件都是非自由体。对非自由体的某些位移起限制作用的周围物体称为约束。例如绳子是电灯的约束；合页是门、窗的约束；滑道是冲头的约束；轴承是飞轮和轴的约束；支座是桥梁的约束等。

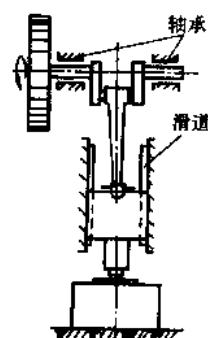


图 1-5 曲柄
冲压机

既然约束阻碍着物体的运动，那么当物体沿着约束所能限制的方向运动或有运动趋势时，约束对该物体必然有力的作用，以阻碍物体的运动，这种力称为约束反力，简称反力。因此，约束反力的方向总是与该约束所能阻碍的运动方向相反，这是确定约束反力方向的准则。

物体所受的力，除约束反力外，还有如重力、水压力、风力、电磁力等，它们是促使物