

JIANMING SHUXUE SHOUC

简明数学手册

上海人民出版社

简明数学手册

上海人民出版社

简明数学手册

《简明数学手册》编写组 编

上海人民出版社出版

(上海绍兴路5号)

数学书店上海发行所发行 上海商务印刷厂印刷

开本850×1156 1/64 印张12.75 字数672,000

1977年6月第1版 1977年6月第1次印刷

统一书号: 13171·184 定价: 0.93元

目 录

第一部分 代数的基本运算和代数方程

- 一、数及数的运算1-1
 - 1. 近似计算.....1-1
 - 2. 常用乘幂表.....1-3
 - (1) 平方表.....1-3
 - (2) 平方根表.....1-6
 - (3) 立方表1-11
 - (4) 立方根表1-17
 - (5) 倒数表1-24
 - 3. 质因数分解表1-28
 - 4. 连分数1-32
 - 5. 复数与四元数1-34
 - 6. 常用数制的相互转换 1-37
- 二、 $n!$ 、 A_n^r 、 C_n^r 、 $\binom{n}{p}$ 的计算1-38
- 三、基本恒等式.....1-40
 - 1. 代数运算的基本运算律1-40
 - 2. 整式的乘法和因式分解公式1-41
 - 3. 整式的除法1-42
 - 4. 分式的分项分解公式 1-43
 - 5. 比例计算1-45
 - 6. 绝对值计算1-45
- 四、不等式.....1-46
 - 1. 不等式的基本性质 ...1-46
 - 2. 绝对值不等式1-46
 - 3. 常用不等式1-46
- 五、矢量代数.....1-49
 - 1. 矢量 \mathbf{a} 的模 $|\mathbf{a}|$ 和方向余弦 $\cos \alpha_i$1-50
 - 2. 矢量的加法(减法)和数乘1-50
 - 3. 矢量的乘法1-50
 - (1) 内积 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ 1-50
 - (2) 三维矢量的外积 $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$1-50
 - (3) 三维矢量的多重积 1-51
 - 4. 两个矢量的夹角和距离1-52
 - 5. 矢量组的线性关系和秩1-52
- 六、矩阵的运算和变换.....1-52
 - 1. 矩阵的运算1-52
 - 2. 矩阵的初等变换1-54
 - 3. 矩阵的逆1-54
 - (1) 用消去法求逆矩阵 1-55

(2) 用主元素消去法求逆矩阵	1-55
(3) 用改进的平方根法求逆矩阵	1-55
(4) 分块矩阵求逆	1-55
4. 特征多项式和特征值	1-55
(1) n 阶矩阵 $A=(a_{ij})$ 的特征多项式	1-55
(2) 矩阵 $A=(a_{ij})$ 的迹	1-56
(3) 矩阵 A 的特征值 λ_i	1-56
(4) 用迭代法求第一特征值 λ_1	1-56
(5) 求实对称矩阵全部特征值的对角化方法	1-57
(6) 求矩阵全部特征值和特征矢量的 QR 方法	1-57
七、行列式的计算	1-58
八、线性方程组	1-61
1. 二元一次方程组	1-61
2. 三元一次方程组	1-61
3. n 元一次方程组	1-62
(1) 当 $m=n$ 时	1-62
(2) 当 $m \neq n$ 时	1-63
(3) 用逆矩阵解方程组	1-63
(4) 用矩阵的初等变换解方程组	1-64

(5) 消去法	1-64
(6) 主元素消去法	1-64
(7) 迭代法	1-64
(8) 平方根法	1-65
(9) 共轭斜量法	1-65
4. 齐次线性方程组	1-65
九、一元 n 次方程	1-65
1. 实系数一元二次方程	1-65
2. 实系数一元三次方程	1-66
3. 实系数一元四次方程	1-67
4. 实系数一元 n 次方程	1-67
(1) 解的讨论	1-67
(2) 根模的界	1-68
(3) 实根的隔离	1-68
(4) 复根的隔离	1-69
(5) 对分法	1-70
(6) 迭代法	1-71
(7) 牛顿法	1-71
(8) 解函数方程组的牛顿法	1-72
(9) 弦截法	1-73
(10) 伯努利法	1-73
(11) 劈因子法	1-74
十、逻辑代数基本公式	1-75
1. 逻辑运算	1-75
2. 逻辑恒等式及有关法则	1-75
3. 卡诺图表头	1-76

第二部分 常用几何图形

(甲) 平面图形

- 一、平面图形的坐标表示和变换2-1
 - 1. 简单图形的坐标表示...2-1
 - 2. 坐标的互换.....2-1
 - 3. 直角坐标系的变换.....2-2
 - 4. 图形的平移、旋转、反射2-3
- 二、点、直线和角.....2-3
 - 1. 直角坐标系中的直线方程.....2-3
 - 2. 点、直线的位置关系 ...2-4
 - 3. 角的几种度量和互化...2-6
- 三、凸多边形.....2-11
 - 1. 三角形2-11
 - 2. 四边形2-13
 - 3. 凸多边形2-15
- 四、曲线.....2-20
 - 1. 曲线的对称性2-20
 - 2. 曲线的升降、极值、凹凸、拐点2-20
 - 3. 渐近线2-21
 - 4. 曲线的切线、法线.....2-22
 - 5. 曲率、曲率半径、曲率圆中心2-22
 - 6. 等距曲线2-24
 - 7. 包络线2-24

- 8. 等角曲线2-25
- 9. 弧长的微分2-26
- 10. 曲线围成的面积 S ...2-26
- 五、圆和其他圆锥曲线.....2-27
 - 1. 圆2-27
 - (1) 圆的方程2-27
 - (2) 圆及其部分的面积 S , 周长 l2-28
 - (3) 圆面积表2-30
 - (4) 圆周长表2-33
 - (5) 等分圆周2-35
 - (6) 圆的切线和割线 ...2-35
 - (7) 圆弧放样法2-36
 - 2. 椭圆、双曲线、抛物线 2-37
 - (1) 定义2-37
 - (2) 标准方程和各量计算2-39
 - (3) 椭圆放样法2-41
 - 3. 二次曲线的一般性质 2-42
- 六、其他常用曲线.....2-44
 - 1. 渐开线与渐屈线2-44
 - 2. 摆线2-44
 - 3. 螺线2-49
 - 4. 其他曲线2-50

(乙) 空间图形

- 一、点、向量的坐标表示和变

换	2-52
1. 点的坐标表示	2-52
2. 直角坐标系中点和向量的——对应	2-53
3. 坐标的互换	2-53
4. 直角坐标系的平移、旋转	2-54
二、平面、直线	2-55
1. 平面方程	2-55
2. 直线方程	2-56
3. 点、直线、平面的距离、位置关系	2-57
三、空间曲线	2-64
1. 曲线的方程,弧长公式	2-64
2. 空间曲线的切线、曲率、挠率	2-64
3. 曲线为平面、球面曲线的条件	2-66
4. 渐屈线	2-66
四、曲面	2-67
1. 曲面的法线方向、切平	

面和法线	2-67
2. 曲面的第一微分型	2-67
3. 曲面的第二微分型	2-68
五、一些几何体的体积和表面积	2-69
1. 正方体、长方体、棱柱、棱锥、棱台、拟柱体	2-69
2. 圆柱、圆锥、圆台、球及其部分	2-71
3. 多面体与正多面体	2-72
4. 旋转体	2-73
六、球面三角形,球面及其他二次曲面	2-74
1. 球面三角形中的边角关系	2-74
2. 球面及其部分的表面积和所围体积	2-76
3. 球面方程	2-76
4. 其他二次曲面	2-77
七、螺线与螺面	2-82

第三部分 数学分析

一、初等函数	3-1
1. 幂函数 $y=x^a$	3-1
(1) 运算法则	3-1
(2) 函数值计算	3-1
(3) 图象	3-1

2. 指数函数 $y=a^x$	3-2
(1) 运算法则	3-2
(2) 函数值计算	3-2
(指数函数 $y=e^x$, $y=e^{-x}$ 的函数值表)	3-3

- (3) 图象3-11
3. 对数函数 $y=\log_a x$...3-11
- (1) 运算法则3-11
- (2) 常用对数的首数的计算3-11
- (3) 常用对数的尾数表 3-12
- (4) 常用对数的反对数表3-18
- (5) 自然对数表3-24
- (6) 函数值的近似计算公式3-29
- (7) 图象3-29
4. 三角函数3-30
- (1) 三角函数定义3-30
- (2) 常用三角公式3-31
- (3) 特殊角的三角函数值3-36
- (4) 计算任意角三角函数值的化简表3-37
- (5) 三角函数值的常用近似计算公式3-37
- (6) 正弦、余弦函数表...3-38
- (7) 正切、余切函数表...3-68
- (8) 图象3-98
5. 反三角函数3-98
- (1) 基本公式3-99
- (2) 函数值计算.....3-102
- (3) 图象.....3-102
6. 双曲函数.....3-103
- (1) 基本关系式.....3-103
- (2) 运算基本公式.....3-104
- (3) 函数值计算(双曲函数表).....3-106
- (4) 图象.....3-114
7. 反双曲函数.....3-114
- (1) 基本关系式.....3-114
- (2) 运算基本公式.....3-115
- (3) 函数值计算.....3-115
- (4) 图象.....3-116
- 二、插值法与逼近公式 ...3-116
1. 差分.....3-116
2. 均差(差商).....3-118
3. 插值多项式.....3-119
- (1) 均差插值多项式...3-119
- (2) 拉格朗日插值多项式.....3-120
- (3) 等距插值多项式...3-120
- (4) 带一阶导数的插值多项式.....3-121
4. 三次样条插值函数...3-121
5. 最佳逼近.....3-124
6. 平方逼近.....3-125
- (1) 离散情形, 最小二乘法.....3-125
- (2) 连续情形, 最佳平方逼近.....3-126

7. 正交多项式·····3-127	(3) 抛物线公式·····3-177
(1) 切比雪夫多项式···3-127	(4) 龙贝格公式·····3-177
(2) 勒让德多项式····3-129	(5) 高斯积分公式····3-178
(3) 离散情形, 等距点正 交多项式·····3-130	7. 无穷限广义积分····3-179
三、微分·····3-131	8. 无界函数的广义积分3-180
1. 导数与微分的运算法 则·····3-131	9. 含参变量积分·····3-181
2. 导数与微分的基本公 式·····3-131	10. 常用定积分公式····3-181
3. 高阶导数与高阶微分3-133	11. 二重积分的计算····3-187
4. 微分的数值计算法···3-134	12. 三重积分的计算····3-189
5. 多元函数的微分····3-138	13. 曲线积分的计算····3-191
6. 函数的幂函数展开式3-140	14. 曲面积分的计算····3-193
7. 函数的极值·····3-141	15. 各种积分的关系····3-193
(1) 一元函数的极值···3-141	16. 全椭圆积分表·····3-194
(2) 多元函数的极值···3-142	五、级数·····3-196
(3) 条件极值(乘数法)3-142	1. 数列的求和·····3-196
四、积分·····3-143	(1) 等比数列·····3-196
1. 不定积分的运算法则3-143	(2) 等差数列·····3-196
2. 常用求积分的方法及变 量替换·····3-144	(3) 高阶等差数列····3-196
3. 不定积分表·····3-146	(4) 三角函数数列····3-197
4. 定积分的基本性质···3-175	2. 级数的收敛性·····3-198
5. 定积分的计算·····3-175	(1) 数项级数的收敛性3-198
6. 定积分的近似计算···3-176	(2) 函数项级数的一致收 敛判别法·····3-199
(1) 矩形公式·····3-176	3. 一些数项级数的和···3-200
(2) 梯形公式·····3-177	(1) 数项级数的和····3-200
	(2) 伯努利数 B_k ·····3-200
	(3) 欧勒数 E_k ·····3-201
	4. 幂级数·····3-201

- 5. 常用幂级数展开式...3-202
- 6. 函数的傅里叶级数展开...3-207
- 7. 常用傅里叶级数展开式...3-208
- 8. 参考级数...3-215
- 六、特殊函数 ...3-216
 - 1. Γ -函数 ...3-216
 - (1) 图象...3-216
 - (2) 换元公式...3-216
 - (3) 性质...3-217
 - (4) Γ -函数近似值表...3-218
 - 2. B -函数 ...3-219
 - (1) 换元公式...3-219
 - (2) 性质...3-219
 - (3) B -函数与 Γ -函数的关系...3-219
 - 3. 贝塞耳函数...3-220
 - (1) 递推公式...3-221
 - (2) 半奇阶的贝塞耳函数...3-222
 - (3) 贝塞耳函数的渐近公式...3-223
 - (4) $J_n(x)$ 与 $Y_n(x)$ 的图象及零点...3-224
 - (5) 第一类贝塞耳函数的母函数...3-225
 - 4. 勒让德多项式...3-225

- (1) 勒让德多项式的递推公式及其他公式...3-226
- (2) 勒让德多项式的图象...3-227
- (3) 勒让德多项式的微分及积分表达式...3-227
- (4) 勒让德连带多项式...3-227
- 5. 车比雪夫多项式...3-228
 - (1) 零点...3-228
 - (2) 极值点...3-229
- 七、积分变换 ...3-229
 - 1. 傅里叶变换...3-229
 - (1) 傅里叶变换的基本性质...3-230
 - (2) 常用傅里叶变换表...3-232
 - 2. 拉普拉斯变换...3-234
 - (1) 拉普拉斯变换的基本性质...3-234
 - (2) 常用拉普拉斯变换表...3-236
- 八、变分法 ...3-239
 - 1. 固定边界的变分问题极值的必要条件...3-239
 - 2. 可动边界的变分问题斜截条件...3-240
 - 3. 有附加条件的变分问题(拉格朗日乘法)...3-241
 - 4. 变分问题的直接法...3-243

九、复变函数	3-243
1. 解析函数	3-243
2. 柯西积分定理与积分公式	3-245
3. 泰勒级数与罗朗级数	3-245
4. 留数、幅角原理	3-246
5. 积分公式	3-247
6. 泊松公式	3-248
7. 整函数的无穷乘积表示	3-249
8. 保角变换(共形映照)	3-250

十、场论	3-252
1. 矢量函数的导数与积分	3-252
2. 数量场的梯度	3-253
3. 矢量场的旋度	3-254
4. 矢量场的散度	3-255
5. 二阶微分运算	3-255
6. 耐普拉算子	3-256
7. 在曲线坐标系中的运算	3-256

第四部分 微分方程

一、一些常见的常微分方程	4-1
二、一阶常微分方程	4-3
1. 一些简单的一阶方程的解	4-3
2. 存在与唯一性定理	4-4
三、一阶常微分方程数值解法	4-6
1. 欧勒折线法	4-6
2. 改进的折线法	4-6
3. 欧勒预测-校正法	4-6
4. 龙格-库塔法	4-7
5. 吉尔法	4-7
6. 阿当姆斯预测-校正法	4-8
四、高阶常微分方程	4-8
1. 可降阶方程的解法	4-8

2. 线性方程	4-9
3. 存在与唯一性定理	4-12
五、二阶常微分方程边值问题的数值解法	4-12
1. 差分法	4-12
2. 尝试法	4-13
六、一阶常微分方程组	4-14
1. 一般概念	4-14
2. 一阶常系数方程组的解法	4-15
七、一阶常微分方程组初值问题的数值解	4-16
1. 龙格-库塔法	4-17
2. 吉尔法	4-17
八、稳定性理论	4-18

九、一阶偏微分方程	4-21
十、二阶线性偏微分方程	4-23
1. 分类	4-23
2. 标准形式	4-23
十一、一些二阶偏微分方程 定解问题的解	4-24
十二、二阶线性偏微分方程	

的差分法	4-41
1. 抛物型方程的差分 法	4-41
2. 双曲型方程的差分 法	4-44
3. 调和方程第一类边值问 题的数值解法	4-45

第五部分 概率和统计

一、事件的概率	5-1
1. 事件及其概率	5-1
2. 全概率公式与贝叶斯公 式	5-2
3. 重复试验	5-2
二、随机变量的基本概率属 性	5-3
1. 一元随机变量	5-3
2. 二元随机变量	5-4
3. 多元随机变量	5-5
4. 几个卷积公式	5-6
三、随机变量的数字特征	5-7
1. 一元随机变量	5-7
2. 二元随机变量	5-9
3. 多元随机变量	5-10
4. 平均值与方差的一些基 本性质	5-11
5. 矩的相互关系与一些不 等式	5-11

四、概率母函数、矩母函数、 特征函数	5-13
1. 概率母函数	5-13
2. 矩母函数	5-13
3. 特征函数	5-14
4. $g(\theta)$ 、 $M(\theta)$ 与 $C(t)$ 之间 的关系	5-15
5. 唯一性定理	5-15
五、几种重要的概率分布	5-16
1. 离散型随机变量的概率 分布	5-16
2. 连续型随机变量的概率 分布	5-18
3. 与正态分布有关的分 布	5-24
4. 分布之间的渐近关系	5-24
六、统计分析	5-26
1. 统计量及其分布	5-26
2. 参数估计	5-34

3. 参数性假设检验	5-37
4. 多重比较法	5-41
5. 非参数性假设检验	5-43
七、经验公式	5-46
1. 线性方程	5-46
2. 非线性方程	5-47
八、试验的设计及分析	5-48
1. 方差分析(全面试验)计算表格	5-48
2. 用正交拉丁方进行试验设计	5-52
3. 用正交表进行试验设计	5-59
4. 平衡不完全区组试验设计	5-70
九、随机过程初步	5-77
1. 随机过程的概念	5-77
2. 正态随机过程	5-78
3. 具有独立增量的随机过程	5-78
4. 马尔可夫随机过程	5-78
5. 平稳随机过程	5-81
6. 多维随机过程	5-85
7. 离散时间系统线性滤波的基本公式	5-86
十、统计用表	5-88
1. 正态分布 $\Phi(u)$ 表	5-88
2. 正态分布的双侧分位数	

u_α 表	5-90
3. t 分布表	5-92
4. t 分布的双侧分位数 t_α 表	5-94
5. χ^2 分布的上侧分位数 χ^2_α 表	5-96
6. F 分布的上侧分位数 F_α 表	5-98
7. t 检验所需样本容量 N 选定表	5-104
8. 方差分析所需样本容量 N 选定表	5-108
9. 泊松分布表	5-116
10. 泊松分布参数 λ 的置信区间表	5-133
11. 平均数多重比较(有对比)临界系数 d_p 表(单侧)	5-134
12. 平均数多重比较(有对比)临界系数 d_p 表(双侧)	5-136
13. 平均数多重比较(无对比)临界系数 R_p 表	5-138
14. 选择 $t(\leq k)$ 个较大(小)平均值的临界系数 d_p 表	5-141
15. 样本分布函数(单样本)检验的临界值 $D_{n,p,x}$ 表	5-146

- | | |
|--|--|
| 16. 样本分布函数(二样本)
检验的临界值 $m(n_1, n_2,$
$\alpha)$ 表.....5-148 | 侧信度)5-153 |
| 17. 符号检验临界值 $S_{n,\alpha}$
表.....5-151 | 19. 检验相关系数 $\rho=0$ 的
临界值 r_α 表5-155 |
| 18. 秩和检验临界值表(双 | 20. r 与 z 的换算表.....5-156 |
| | 21. 随机数表.....5-158 |
| | 22. 对数阶乘表.....5-163 |

第六部分 最优化方法

- | | |
|----------------------|-----------------------------|
| 一、单变量问题最优化方法 6-1 | 4. 共轭梯度方向法.....6-4 |
| 1. 平分法.....6-1 | 5. 变度量法.....6-4 |
| 2. 0.618 法.....6-1 | 6. 鲍威尔方法.....6-4 |
| 3. 分数法.....6-2 | 7. 平行切线法.....6-5 |
| 4. 抛物线法.....6-2 | 8. 多面体调优方法.....6-5 |
| 5. 微分法.....6-3 | 9. 序列无约束极小化方法6-7 |
| 二、多变量问题最优化方法 6-3 | 三、线性规划6-7 |
| 1. 坐标(因素)轮换法.....6-3 | 1. 单纯形法.....6-7 |
| 2. 梯度方向(最速下降)法6-3 | 2. 物资调运问题的图上作
业法.....6-9 |
| 3. 牛顿法.....6-3 | |

第七部分 电子计算机上的常用算法

- | | |
|-----------------------------|-----------------------------------|
| 一、线性代数计算7-1 | 1. 消去法7-10 |
| (一)解实系数线性代数方程 | 2. 主元素消去法7-12 |
| 组 $AX=B$7-1 | 3. 改进的平方根法7-15 |
| 1. 主元素消去法.....7-1 | (三)求矩阵 A 的特征值和特
征向量.....7-18 |
| 2. 平方根法.....7-3 | 1. 幂方法7-18 |
| 3. 改进的平方根法.....7-5 | 2. 雅可比方法7-19 |
| 4. 高斯-塞德尔迭代法7-7 | 3. QR 方法7-22 |
| 5. 共轭斜量法.....7-8 | 二、解一元 n 次方程.....7-50 |
| (二)求 n 阶矩阵 A 的逆阵...7-10 | |

1. 牛顿法(一)	7-50
2. 牛顿法(二)	7-52
3. 弦截法	7-54
4. 劈因子法	7-56
5. 解复系数一元 n 次方程的拟线性逼近法	7-59
三、解函数方程 $f(x)=0$	7-66
(一)求 $f(x)$ 的一个实零点	7-66
1. 三种改进的弦截法	7-66
2. 进一步改进的弦截法	7-69
3. 插值和二分法的组合方法(一)	7-71
4. 插值和二分法的组合方法(二)	7-73
5. 多点迭代法	7-76
(二)求 $f(x)$ 的全部零点	7-78
1. 二分法	7-78
2. 抛物线插值法	7-79
(三)解非线性方程组	7-87
1. 下降法	7-87
2. 拟牛顿法	7-89
四、插值与逼近	7-93
1. 拉格朗日一元 n 点插值	7-93

2. 拉格朗日二元 n 点插值	7-94
3. 三次样条函数(超松弛法)插值、微商、积分	7-95
4. 三次和三次周期样条函数插值、微商、积分	7-99
5. 三次样条函数光顺	7-106
6. 曲面样条函数	7-112
7. 等距节点正交多项式曲线拟合	7-120
五、数值积分	7-123
1. 辛普生法(变步长)	7-123
2. 辛普生法(自动调节步长)	7-125
3. 龙贝格法	7-128
4. 高斯-勒让德法	7-129
5. 克伦肖-柯特斯法	7-133
6. 高斯法计算重积分	7-139
六、一阶常微分方程组初值问题的数值解	7-141
1. 改进的折线法(定步长)	7-141
2. 龙格-库塔法(变步长)	7-142
3. 吉尔法(定步长)	7-145

附 录

一、数学常数表	附-1
二、常用物理常数表	附-2

三、常用计量单位和换算	附-4
-------------------	-----

第一部分 代数的基本运算和代数方程

一、数及数的运算

1. 近似计算

(1) 舍取近似数的常用方法*

i) 去尾法 对于正实数 X , 取到从小数点起的第 n 位数字 (n 为负数即表示取到小数的位数), 右边的数字都舍弃, 得到 X 的近似数 x . 这时, 近似数的误差范围是

$$0 \leq X - x < 10^n.$$

ii) 四舍五入法 在上面的舍取中, 如果 x 的第 n 位数字改为 X 的第 n 位数字加上它右边一位数字四舍五入而得到. 这时, 近似数的误差范围是

$$-\frac{1}{2} \times 10^n \leq X - x < \frac{1}{2} \times 10^n.$$

iii) 进一法 在上面的舍取中, 如果 x 的第 n 位数字是由 X 的第 n 位数字加上 1 而得到. 这时, 近似数的误差范围为

$$10^n \leq X - x < 0.$$

(2) 近似数的运算

i) 误差估计. 近似数运算的误差, 可用一阶全微分来估计, 相对误差则可用取对数后的微分来估计. 各种代数运算的误差可列表

* 这三种方法中, 尽管误差范围的区间长度同为 10^n , 但考虑误差限 $|X - x| < \epsilon$ 时, 四舍五入法的 ϵ 为最小 ($\epsilon = \frac{1}{2} \times 10^n$). 去尾法和进一法在一般机械制造、工程设计中有一定应用.

如下*:

运 算	误 差 e	相 对 误 差 δ
$x_1+x_2+\dots$	$ e \leq e_1 + e_2 + \dots$	当 X_i 同号时: $ \delta \leq \max \delta_i $
x_1-x_2	$ e \leq e_1 + e_2 $	$\delta = \frac{x_1\delta_1 - x_2\delta_2}{x_1 - x_2}$
$x_1 \cdot x_2$	$ e \leq e_1 \cdot x_2 + e_2 \cdot x_1$	$ \delta \leq \delta_1 + \delta_2 $
$\frac{x_1}{x_2}$	$ e \leq \frac{ e_1 \cdot x_2 + e_2 \cdot x_1}{x_2(x_2 - e_2)}$	$\delta = \frac{\delta_1 - \delta_2}{\delta_2 + 1}$
x^a		$\leq a \cdot \delta$

对于大量个数的近似数的加法, 有下述统计结论**: 如果 n 个数的误差可看成均匀分布在区间 $[-\delta, +\delta]$ 中, 则这 n 个近似数的和的误差限, 有 99.7% 的可能小于 $\sqrt{3n} \delta$.

ii) 运算法则 近似数相加、减, 如果要求运算结果准确到第 N 位, 那么加、减的各项须取准确到第 $N+1$ 位的近似数(当加数的项数

* 在下表中, 记 X_i 的近似数 x_i 的误差(也称绝对误差)为 e_i , 相对误差为 δ_i . 即 $e_i = X_i - x_i$, $\delta_i = \frac{X_i - x_i}{x_i}$.

** 在这个估计中, 我们把这 n 个数误差的均匀分布近似看作服从正态分布 $N\left(0, \left(\frac{\delta}{\sqrt{3}}\right)^2\right)$, 那么其和的误差就服从 $N\left(0, \left(\sqrt{\frac{n}{3}} \delta\right)^2\right)$. 如果这 n 个近似数的误差不能近似看作服从均匀分布, 那么这个估计也就不成立了.