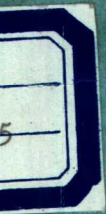


● 陈颢 等编著

分形与分维

在地球科学中的应用

- 
- 岩石圈和地震预报中的混沌与自组织
 - 探索地震前兆的复杂性
 - 新的地震观与分维数
 - 宇宙大尺度结构中的分维数
 - 分维和分形
 - 湍流的间歇性与多分维

地震科学联合基金会资助出版

分形与分维
在地球科学中的应用

陈颢等编著
责任编辑：韩彪

学术期刊出版社 出版
中国地质科学院印刷厂 印刷

787×1092 1/32 5印张 128千字
1988年10月第一版 1988年10月第一次印刷
印数：0001-2000
ISBN 7-80045-162-3/P·6
定价：2.50元

目 录

岩石圈和地震预报中的混沌与自组织	<i>V.I.Keilis-Borok</i>	(1)
探索地震前兆的复杂性	陈 颢	(26)
新的地震观与分数维 (综述)	平田隆幸	(50)
自然记录中的周期结构 和非线性动力学	<i>Herbert R. Shaw</i>	(63)
宇宙大尺度结构中的分维数	方励之	(86)
宇宙大尺度结构的自仿射性	方励之等	(91)
分形和分维	郝柏林	(97)
The Derivation of a Sum Rule Determining the q -th Order Information Dimension	曾婉贞等	(119)
Dimensions of the Limiting Sets of Period- n -Tupling Sequences	曾婉贞等	(127)

非线性科学研究地球系统的意义	刘式达 (132)
湍流的间歇性和多分维	刘式达 (144)
从时间序列数据重建复杂系统动力学: 在气候变迁方面的应用	尼科里斯、普利高津 (151)
参考文献	(159)

岩石圈和地震预报中的混沌与自组织

V.I.Kcilis-Borok

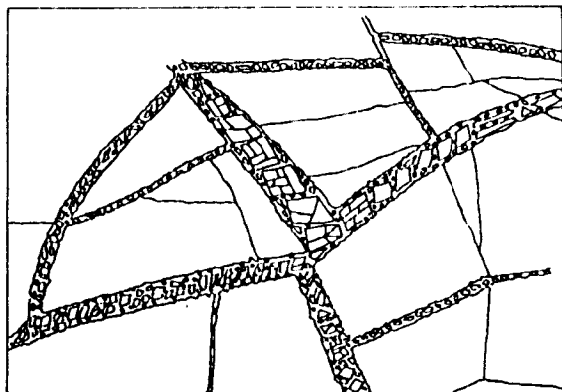
我们这个时代在科学史上的标志，很可能是确定性混沌概念的提出。亨利·庞加莱在本世纪初提出的这个概念，不断地向一个又一个科学分支渗透，并且不断地刷新着这些分支。过去十年，各种学科中混沌概念的应用正在改变着我们的世界观，使我们认识到：有序的，可以预测的现象只不过是科学海洋中的一些岛屿，科学的海洋从本质上来说是非线性和具有混沌特点的。幸运的是，人们可以在很大程度上认识这种现象。一些宇宙的图案被看成是极端发散系统的混沌行为：非线性摆；生命物质；经济学；燃料燃烧；大脑；海洋；大气层等。本文则将讨论混沌概念在岩石圈问题研究中的应用。

岩石圈

从图1很容易看出岩石圈的基本特点：无论是构造方面还是在动力学方面，它都具有层次结构(hierarchy)。岩石圈可以分成许多块体，这些块体之间发生着相对运动。块体有大有小，最大的块体是板块，而板块又可以分成一些更小的块体，如地块和山脉。这样划分下去，经过15次至20次，就可以得到象岩石中矿物颗粒这样的块体，其大小为毫米量级。所有这些块体都具有边界，块体之间被边界区分开，边界区通常由较软物质组成，边界区的厚度通常较块体大小要薄10-100倍。

岩石圈的每个块体包含了类似的层状结构：一个大的块体由许多中块体组成；而一个中块体又由许多小块体组成等等。不等尺度块体的边界区往往有不同的名字：如断层带、断层、

裂纹、微裂纹等(见图 1)。我们发现来自圣安德烈斯断层的构造和岩石中矿物颗粒构造并没有什么不同, 没有理由认为它们在岩石圈动力学中不起类似的作用。



岩石圈由块体组成, 块体间发生相互运动, 块体由相当其大小的边界区分割, 每个块体内部又包括许多更小的块体。

边界区	边界区所分割的块体大小(km)
断层带	10^3-10^2
断层	10^1-10^{-2}
裂纹	$10^{-3}-10^{-5}$
微裂纹	$10^{-6}-10^{-7}$
晶体界面	10^{-8}

图 1. 岩石圈的层状结构

直到最近, 科学家们还认为边界区是一种被动的界面, 它们是通过摩擦力和内聚力将两侧的块体粘在一起(图 2)。由于块体的相互运动, 边界区不断发生变形, 最终发生破裂, 但是边界区反复破裂后仍有强度, 不象一堆散砂, 所以在边界区中一定还会发生某些“愈合”作用。以上就是关于边界区是被动界面的观点。这种观点看来正确, 但也是有问题的。无论是摩擦

力还是内聚力都受到边界区所发生的过程的控制。这种过程是：与液体相互作用，相变或地球化学的转变等。发现或重新研究这些过程仅仅是最近 5-6 年的事情，但这些过程可以改变断层区中的摩擦力与内聚力的大小达 10^6 之多，因而也可以完全改变岩石圈的强度。因此，当岩石圈中或岩石圈下面储存了运动的能量时，能量的释放或运动的发生是受边界区的性状所控制的。

下面简要说说边界区对块体运动是如何起控制作用的，这一点很重要，因为它将使我们看到，无论在空间还是在时间，都必须把岩石圈看成是一个不稳定的，非线性的混沌系统。

传统观念	新的观念
边界区是被动的界面： 破裂 $\longleftrightarrow$ 愈合	边界区是主动的界面： 由于边界区中许多过程影响 摩擦力和内聚力， 因此，边界区决定了块体的运动。

图 2. 关于边界区的两种不同观点

先从 Rhcinder 效应，即应力腐蚀效应谈起。许多固体在与某些液体接触时，强度会大大降低。例如两端支撑的钢棒放在水银中时，钢棒会因其自身重量发生弯曲。这是由于液体侵蚀了固体的表面张力，结果使得其强度降低，因为按照 Griffith 原理，固体强度与表面张力的平方根成正比。在很小的应力下固体中会出现裂纹，液体沿着裂纹渗透进固体，就好象一把小刀一样，这种机理所需要的能量很少，打个比方来说，就好象轻轻推开一扇门，而不是用撞击的方法去打开一扇锁住的门。20 世纪以来，人们首先发现金属有这种现象，最近发现，岩石圈中通常有的许多岩石和液体，例如玄武岩和硫磺

溶液，也具有这种现象。当玄武岩和硫磺溶液遇到一起时，后者沿裂纹腐蚀玄武岩，单应力腐蚀这一种机理，就可以使玄武岩强度降低十万倍。

这些裂纹的几何受应力场制约，而岩石圈中的应力场受到各种不均匀体和断裂的影响，是十分杂乱的，这将使得裂纹的几何分布也是非常杂乱无章的。杂纹集中的地区是强度比较低的地区，这种地区的类型将由矢量场的奇点理论所确定。

假定在一个地区存在着液体的源，那我们对于岩石圈的观测将会看到什么呢？在有液体的地方，岩石强度会大大下降，随着液体的流动，强度下降区域的位置和形状都会发生很大的变化。因此在这样一幅图案中需要用一个新的量来描述应力场的演变，这种应力场的演变是由多种因素确定的，是一幅不断变化的图象。

这种 Rhebinder 效应的存在，使得岩石圈的动力学具有强烈而特殊的不稳定性，这种不稳定性受制于流动液体的地球化学情况。液体的流动可以通过电导率测量和水文学的办法来观测。而这种流动的历史也可以通过矿物学和同位素地球化学反映出来。这样，水的作用把地球科学中许多领域和学科紧密地联系在一起了，这表明，研究这个问题可以解开许多奥秘，如：天然构造活动，有些火山地区的均衡异常，地球上热点的稳定性等等。

特别地，研究这个问题可以解释大地震之前的地震图象问题：地震空区，地震丛集，地震迁移和震中环状分布等等。这里我还大胆地说：它还可以解释今后发现的任何新的地震图象，因为应力场分布的基本奇异点是足够丰富多样的。虽然这种断言有些过早，但它还是有道理的。

首先，前兆分布的图象往往具有几十公里至几百公里的尺度，但这种奇异点往往是局部的，而天然界应力场的起伏将阻

碍液体的扩散。而且很可能这种奇异点只是一些基本因素，由它们可以拼凑出各式各样复杂的情况出来。其次，Rheobinder效应不是边界区控制岩石圈动力学的唯一机制，仅从液体来看，它还可以产生许多共生的机制。

其中一种可以与应力腐蚀相比较的机制是：液体顺着岩石中的孔隙和裂纹，按照压力梯度的方向扩散，这种机制是大家熟知的。假定在块体之间存在着一个多孔介质组成的层(图3)，那末当剪切应力超过摩擦力时，块体就会发生滑动。这是造成不稳定性的又一原因。

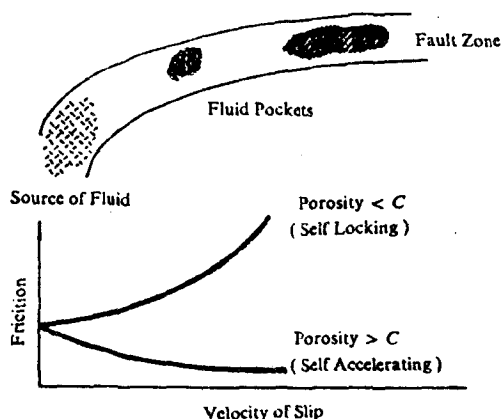


图3. 当块体之间为多孔介质时，孔隙流体会沿断层区流动，在某些地方形成液体囊(a)。这种断层区中的摩擦力与块体相对滑动速度的关系取决于孔隙介质的孔隙度，当孔隙度小于临界值 C 时，随滑动增加，摩擦力增加，最后导致滑动的减速和停止。反之，则出现滑动的加速(b)。

如果孔隙度^①等于临界值 (Porosity = C)，滑动开始后，摩擦力增加，滑动本身将会发生减速(图 3)。至少，会发生蠕动。另一方面，如果孔隙度超过某一临界阈值，(Porosity > C)，岩石固体骨架发生畸变，摩擦力减少，滑动本身会加速。如果我们提高岩石孔隙度，使其超过临界阈值，这时会发生什么呢？会发生流体的渗入，提高张应力，孔隙扩大，结果，一旦流体渗入到岩石中，马上就会发生失稳。很小的一点滑动，只要它不断的滑动，结果总会加速，出现滑动的增长与减弱的全过程。

如果进一步考虑液体流动时，不稳定性更容易出现。液体的流动遵循非线性的抛物线方程：

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \kappa P_0 \frac{\partial^2 (P^\alpha)}{\partial x^2} \quad \alpha \approx 2$$

其中 P 是相对于稳态流动而言的压力偏差。Zheldovich 证明这个方程是抛物线型的，而且 P 值的传播具有最终的速度，这个速度与背景压力 P_0 成正比。 P 的最终速度经计算为每年 10 至几百公里的量级，这与在断层区观测到的地震活动性的迁移速度相一致。由此可以提出一个关于地震震源的新模式：在背景压力很高的地方^②形成了一个可以容纳液体的液体囊(Pocket)，一旦流体扩散的前沿通过这个液体囊，流体压力的增加使得该处出现失稳，成为一个地震震源。

这个模式可以解释真实地震活动性的许多特点：如地震活动性的前兆图象；前震和余震；强震发生的准周期性等。而且这个模式在应用时不会遇到空间尺度方面的困难。

① Porosity 此处译为孔隙度，但从文章意义来看，似应为孔隙压力——译者注。

② 即称之为“断层闭锁点”的地点——译者注。

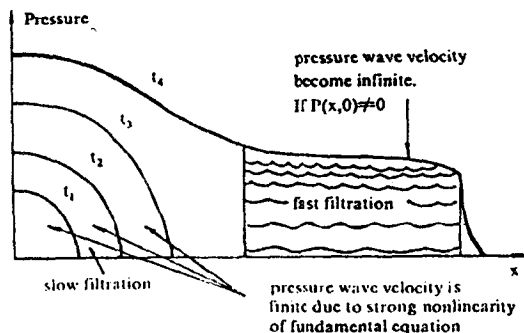


图 4. 流体压力 P 在断层区的传播

图中给出了 4 个时刻 t_1 、 t_2 、 t_3 、 t_4 ($t_4 > t_3 > t_2 > t_1$) 的 P 等值线分布

但是，我们缺乏根据来说明究竟哪一种造成块体运动不稳定性的特定机制。各种不同尺度，不同层次的不稳定性在边界区中到处发生，而且相互作用。因此，流体扩散造成的不稳定性只是各种机制中的一种。

边界区中发生不稳定运动的机制是多种多样的，图 5 汇集了其中的几种。而每种机制又是很复杂的，以润滑机制为例：地球化学作用和相变都可以产生润滑剂，象蛇纹石的形成和分解，而且地球化学作用和相变也可以产生岩石体积的缩小，象方解石相变生成黄沥青则会造成空穴，使断层发生解锁，这些空穴可能被液体充填，但会触发地震。所有这些机制都与温度有关。最后，大家熟知的一些机制，象屈曲，裂纹丛集都是很重要的。这些不多详述了。

岩石圈动力学存在着块体间以及各种层次块体间的相互作用，这种相互作用通过各种各样互相独立的机制来实现。每种机制都会产生失稳运动。我们很难说明：哪一种机制是最主要

的，哪些机制则是可以忽略的，就象我们习惯采取一级近似方法那样。

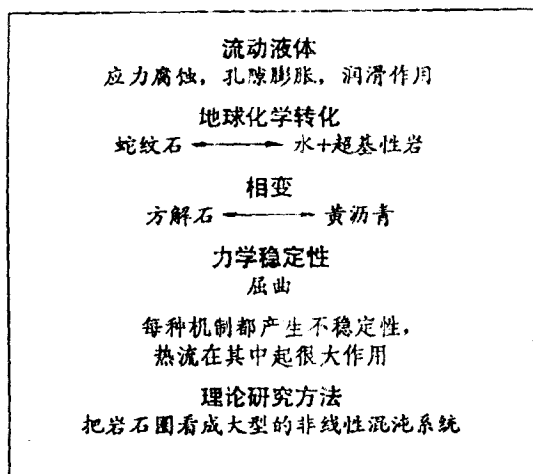


图 5. 岩石圈中产生不稳定性的各种机制

现在，我们需要做一些总体的考虑。根据岩石圈的层状结构和各种已知的现象，如何建立一种普遍的理论呢？把所有现象和过程的方程都写出来，列出一个方程组，这显然是不实际的做法。不仅如此，这种做法违背了黑格尔时代的所谓 Gestalt 概念：系统的整体大于系统的各部分之和。例如，尽管生物体是由原形星的灰尘演化而来，但是这种演化并不能导出生物体的规律。我们更希望这普遍模型代表了岩石圈宏观的总体特点。

过去，研究岩石圈的模型的基础是连续介质力学，有时也用到各种流变学，孔隙流体流动等知识。但在超过其假定的情况下应用这些模型时，常常把有些参数的含义予以扩展。例如，微破裂的出现用弹性模量降低来表示，这时使用所谓“有

效弹性模量”的扩展概念。

如何模拟岩石圈(包括地震活动性)?

影响岩石圈的因素很多,为了考虑岩石圈与流体、相变、流变学、破裂等相互作用,不能用列出方程组的方法来研究。

1. Gestalt 现象,总体具有的特点不能从其各部分导出(例如生命物质的规律不能由分析原形星云而得到)
2. 列方程组的方法无论如何也过于复杂,而不实际。正确的方法应该是用遵循其规律的整体参数来描述岩石圈(地震活动性)

图 6. 在研究地震活动性方面我们正处于初级阶段
—— 探求一些经验性的规律

这种方法曾经取得过很好的结果,但应注意,这只是对于有限范围的问题才是如此,它要求岩石圈足够的均匀。岩石圈的变化主要是力学过程起主导作用,而且仅在特定的时间与空间范围内才成立。无论我们对其中的有些参数做怎样的扩展,上面谈到的许多问题也已经不能用这种连续介质的模式来解释。探索一种普遍性的理论,必然导致我们触及有关组织的观念,或者说是确定性混沌的概念。现在让我们来讨论这方面的基本定义。

混 沌

现在我们来考虑确定性系统的混沌行为。混沌之所以会产生,是由系统的复杂和不稳定性所决定的。为了说明这一点,我们来考虑台球游戏,图 7 所示的台球游戏是经过 Synai 修改过的,台球的桌框不象普通球桌那样是直的,而是向内弯曲的。击球者把下方的球向上击去,在理想对称情况下,这个球

在撞击后将沿原路被弹回。然而，击球方向的任何细小的偏差都会使得球偏离原来的路线，而且这种偏离会随时间的增加而增大。该球每一次与其它球的撞击或者与桌框的撞击都会使得这种偏离进一步增大。

我们假定球滚动时能量损耗可以忽略不计，这样，球将会反复碰撞下去。根据牛顿定律可以计算出球的滚动路径，也可以计算出每次的相撞。但事实上，如果初始击球有一点点误差，比如说击球者忽略了那怕是银河系边缘上某个电子对地球引力这样一种极微弱的作用，那末，台球经过几百次碰撞后位置的预测，几乎总是错的。这是因为对初始击球精度的过高要求是不可能的。因此可以说，这种预报实际上是不可能的。具有这种多个折射点的系统可能显示出奇怪而又复杂的行为，看起来是随机的，这种行为特性就叫做混沌。尽管有些系统是确定性的，但他们的行为仍不可预测，这是因为预报要求保证初始条件极高的准确性，但往往这种保证是难于做到的。这绝对不是奇谈怪论，甚至非常简单的系统，例如非线性的摆，也具有混沌特点。

这类混沌是系统内在的特点，它们是可以被认识的，而且混沌行为的某些整体特征也是可以被预测的。这正如莎士比亚说的那样：“表面上看来疯狂杂乱，实际上自有规矩。”

混沌行为的一种基本规则性是在 1963 年被气象学家 Lorenz 发现的，

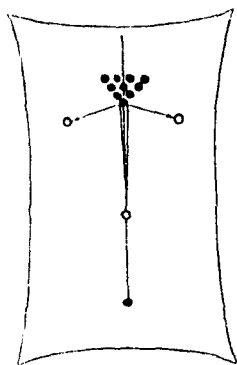


图 7. 台球游戏

尽管法国数学家庞加莱也曾猜测过这种规律性的存在。Lorenz 研究了大气层中的热对流,这种对流的每个小单元都有蜂窝状的形态。Lorenz 研究了其中的一个单元,这样就大大简化了模型。简化模型的特性由微分方程组来描述:

$$\dot{x} = -\sigma x + \sigma y$$

$$\dot{y} = Rx - y - xz$$

$$\dot{z} = -bz + xy$$

在相空间上,坐标分别代表这三个函数(图 8)。相空间中的每一点完全表示了某一时刻大气层的状态,相空间中点的轨迹,则表示了系统的演化。

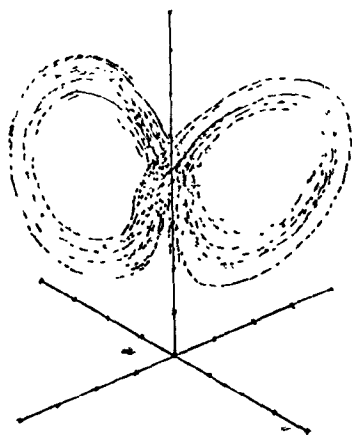


图 8. Lorenz 建立了方程组,用相空间中的点表示大气层对流状态,而相空间上点的轨迹表示系统的演化

无须仔细研究方程组,从图 8 就可以看出:在相空间中的状态是相当分散的。假定从某一初始状态点出发,尽管是

一个“点”，但它也包括一些相当细微的出发状态，经过演化后在某一时刻，可能对应着成千上万的不同状态。换句话说：微小的初始条件差别(有时这种差别是难以分辨的)，却会造成巨大的状态差别，因此预测是不可能的。但是从这里我们也可以看到一种内在的规律性：所有状态的集合形成了一个图形，它们是对称的，而且系统状态的演化会逐渐地被吸引到这个图形轨迹上来。这种由状态组成的轨迹只占据相空间的一部分，它们叫做混沌吸引子或奇异吸引子。奇异吸引子所占据空间的维数比相空间要小。

非混沌系统可能具有两个正常的稳定吸引子，一个对应于固定状态，另一个对应于简谐振动，在相空间中，前者对应一个点，后者对应一条曲线。人们也可以在简谐振动上选加一些不相称频率的准周期振动，这时系统的状态由相空间中的一个环面表示，随着系统参数的变化，环面将会出现不稳定。

奇异吸引子具有分形结构。事实上它们具有康托尔集合的几何特性。如果用放大镜来看吸引子的一小部分的话，它的结构与整个吸引子结构是相似的。如果从奇异吸引子切一小部分再加以放大，我们看到的图案与整个吸引子是一样的。系统处在吸引子上某一指定点的概率为零。但是系统一定会在任何一点附近小区域中穿过。到此，我们已经了解了混沌系统的总的规律性：系统终究要沿其轨道图形运动。但我们无法再远走一步：我们不能预测特定的轨迹，因为从轨迹一支跳到另一支的时间完全是随机的。不管有多少预测资料，也不管处理资料时用了多么大的计算机，今天的情况不能用昨天的资料来确定。

混沌系统总的特点也不能用其各部分的相互作用来确定，这也是 Gestalt 现象，为了理解整个系统，把它分成更

小单元来研究的努力注定是徒劳的。

我们目前已遇到了各式各样的奇异吸引子，但还没有掌握关于它们的普遍理论。

现在已经发现，混沌系统的另一个特点是系统的基本特性会发生变化，特别是它们与系统的控制参数有关，例如在 Lorenz 方程组中，雷诺数 R 就是这种控制参数。控制参数随时间的变化可能导致系统由有序的向混沌状态转变。图 9 给出了 Lorenz 方程的例子，参数 R 变化时出现了一些意想不到的状态变化，其频率取决于这些控制参数。

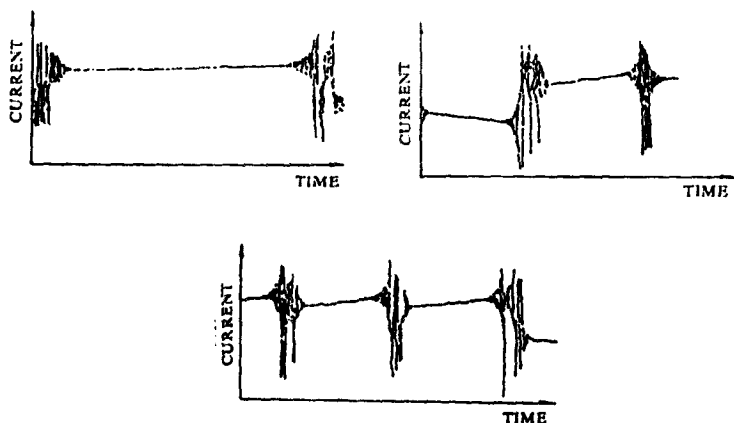


图 9. 由 Lorenz 方程组确定的大气层热对流。
三张图分别对应不同的 R 值。

Feigenbaum 发现，对于一些很简单的方程，不管是在古希腊时期就知道的方程，还是目前许多问题中仍在多次使用的方程，例如 $X_{n+1} = 1 - \mu X_n^2$ ，当参数 μ 取某些值时，在 $X-\mu$ 曲线上会出现分叉现象，每次分叉时对应的 μ 值分别记为 μ_2 , μ_4 , μ_8 , ... 等(图 10)。Feigenbaum 证明：