

张清宇 郭世铭 李小五 著



哲学逻辑研究

社会科学文献出版社

中国社会科学院出版基金资助

哲学逻辑研究

张清宇 郭世铭 李小五

社会科学文献出版社

图书在版编目(CIP)数据

哲学逻辑研究 / 张清宇等著. — 北京: 社会科学文献出版社, 1997. 6

ISBN 7-80050-902-8

I. 哲… II. 张… III. 逻辑-研究 IV. B81

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (97) 第 08565 号

哲学逻辑研究

张清宇 郭世铭 李小五

责任编辑 王治河

社会科学文献出版社出版发行

(北京建国门内大街 5 号 邮政编码: 100732)

新华书店经销

新世纪印刷厂印刷

850×1168 1/32 开本 16.25 印张 405 千字

印数 0001—1500

1997 年 5 月第一版 1997 年 5 月第一次印刷

ISBN 7-80050-902-8/B·94 定价: 29.00 元

版权所有 翻印必究

专家推荐意见

由哲学所逻辑室张清宇、李小五和北大哲学系郭世铭合作撰写的《哲学逻辑研究》一书是1993年度国家社会科学基金项目《哲学逻辑研究》的最后成果,内容包括:一阶逻辑、模态逻辑、时态逻辑、条件句逻辑、弗协调逻辑和哥德尔不完全性定理。本书的特点是全面、系统、准确地论述了哲学逻辑领域的重要分支,同时也阐述了作者近年取得的一些新的研究成果,其中有一部分在国际逻辑学界居领先地位。

本书的出版将有助于国内读者对于哲学逻辑基本理论的掌握和加深对新理论、新成果的了解,有助于推动我国深入开展现代逻辑基本理论的研究,特别是有助于我国逻辑研究的现代化并与国际逻辑研究水平接轨的伟大事业的实现。

为此,我特推荐此书,希望中国社会科学院领导能给此书以出版资助。

中国社会科学院哲学所
逻辑研究室主任

张 家 龙 研究员

1996. 6. 4

专家推荐意见

自哲学逻辑的研究在我国开展以来,陆续出版了一些研究哲学逻辑的著作.和同类著作相比,《哲学逻辑研究》有以下几个主要特点:

一、选材适当.此书结合内容和意义两方面的因素,讨论和研究了一些发展的较成熟、有较大哲学价值的分支.

二、完整.此书对所选取的分支中的逻辑系统的构成、内容及其逻辑系统本身的性质作了详细的研究,并包括了一些新成果.另外,在哲学背景、发展线索、应用等方面也作了一定的讨论.

三、准确.此书在理论的阐述、定理的证明等方面充分体现了这一特征.

四、有自己的研究成果.此书包括了编写者近年来在哲学逻辑研究中的一些有较大价值的成果.

《哲学逻辑研究》的完整性和准确性的特点,有利于克服我国哲学逻辑研究中存在的浅薄和不准确的现象.

《哲学逻辑研究》是一本优秀的逻辑著作,对于我国哲学逻辑研究的深入发展将起到积极的作用,对于哲学研究的现代化也将起到一定的作用.

北京大学哲学系

逻辑研究室主任

刘 壮 虎 教授

1996. 5. 30

学术委员会评审意见

《哲学逻辑研究》一书是1993年度国家社会科学基金项目的最后成果,内容包括哲学逻辑的主要分支.哲学逻辑是现代逻辑中一批新分支的群体,与哲学密切联系.它的出版将有助于国内读者对于哲学逻辑基本理论的掌握,推动我国逻辑界开展现代逻辑基本理论的研究.

哲学逻辑可应用于计算机科学和语言学,因此本书的出版也具有十分重要的实践意义.哲学逻辑中有大量的哲学问题,本书的出版可为丰富和发展马克思主义哲学提供丰富资料.

《哲学逻辑研究》一书不但对原有成果作了科学、准确的综述,而且提出了许多新的逻辑理论,构建了若干新的逻辑系统,如无联结词、无量词系统,弗协调逻辑的一些系统.这些成果达到了国际逻辑研究水平.

此成果著作权无争议.哲学所学术委员会同意给予此书以出版补助.

中国社会科学院哲学研究所

学术委员会主任

叶秀山 研究员

1996.7.23

前 言

逻辑学是研究推理的一门基础学科,它描述推理实践,也编制推理系统. 逻辑学是自身独立的学科,历史悠久,无须寄生于任何其他学科,当然也不反对借用其他学科的方法. 由于不断地进行推理是科学赖以生存的根本,故而逻辑学的概念和方法在许多其他领域中都有用. 伴随科学、技术和生产的发展,本学科也在不断地发展着. 现代逻辑科学发展极其迅速,今天已成为一门具有众多分支的学科. 它在科学技术和哲学学科发展的洪流中不断革新内容,开拓领域,并且日益显示其重要的理论意义和实用价值. 逻辑学在数学、哲学、语言学和计算机科学中有着广泛而重要的应用. 为了促进哲学学科解决现实中带有理论性的深层次问题,我们必须加强哲学各分支学科的基本理论研究,更要加强现代逻辑基本理论的研究. 没有现代逻辑基本理论的武装,要想培养出学贯古今中外的大哲学家是不可能的.

现代逻辑基本理论是多方面的,大致可以从以下四方面来看. 一是数理逻辑方面,包括:一阶逻辑、高阶逻辑、模型论、证明论、递归论和公理集合论. 二是哲学逻辑方面,包括经典逻辑的各种扩充和其他各种非经典逻辑,例如模态逻辑、时态逻辑、多值逻辑、相干

逻辑、直觉主义逻辑和弗协调逻辑等。三是逻辑学和数理语言学的交叉方面,包括逻辑句法、蒙塔古语法、范畴语法和自动机理论等。四是逻辑学和计算机科学的交叉方面,包括动态逻辑、逻辑程序和人工智能中的逻辑等。

数理逻辑方面的分支相对来说是比较成熟的,但即使如此也出现了一些新的发展。一阶逻辑通常的系统叙述要使用个体变项,现在有一种不用个体变项的记法,这种无个体变项的系统仍保留了原有的表达能力,并在某些方面更接近普通推理。七、八十年代还提出了一阶逻辑语义的一种动态解释。此外,由于在一阶逻辑的许多应用中仅涉及一阶语言的一部分,从而推动了对一阶逻辑的一些子系统的研究。例如,一元谓词逻辑(公式中只能有一元谓词而不能有其他多元谓词或函项的逻辑),全称子句,以及 Horn-子句等的研究。Horn-子句逻辑是高级程度语言 Prolog 的基础,Prolog 在人工智能研究的许多领域(如数据库、定理自动证明、智能问题求解等)中都有应用。高阶逻辑中的类型论和 λ -演算在自然语言的语义研究中越来越显示出它们的优越性, λ -演算还为人工智能语言 Lisp 奠定了基础。应计算机科学发展的需要,模型论中专门研究有穷模型的有穷模型论也在七、八十年代发展起来,模型论中原有的某些概念和技术不能完全适应有穷模型论的要求,一些重要定理将不再成立,其他一些结果的论证必须引用更巧妙的组合性质。证明论也不甘寂寞,首先是联结词的证明论意义几乎发展成专门的意义理论,对于直觉主义逻辑以及更一般的构造性逻辑

尤其是如此。然后是有许多更有意思的逻辑演绎表述方式需要研究,例如采用无变项记法的一阶逻辑系统所带来的表述方式。递归论方面于六十年代中期发展起来的计算复杂性理论对于判定过程的精细结构的研究越来越深广,研究范围已开始涉及自然语言中的一些递归过程。公理集合论方面自1963年柯恩提出力迫法以来又有了长足的进展,提出了一批有用的新公理(如马丁公理、正常力迫公理),证明了很多集合论问题对于ZFC系统的独立性;特别是,这种独立性证明进入了不少其他数学领域,从根本上影响着不少重要数学问题的答案,公理集合论越来越显示出它在数学研究中的基础性地位。

哲学逻辑方面的分支一般都以命题逻辑、谓词逻辑为基础,与传统哲学中的概念、范畴和问题有直接或间接的联系。从目前来看,计算机科学中的逻辑学研究虽很引人注目,各种系统五花八门,但研究大都还不很成熟。因此,哲学逻辑仍可说是各种非经典逻辑分支的统称。

历史上很早对非经典逻辑就已有过研究。例如,古希腊的亚里士多德研究过模态逻辑,第欧多鲁·克罗纳的著作中包含有时态逻辑的思想。现代对非经典逻辑的研究是从1910年开始的。80多年来,非经典逻辑分支的涌现有过三次高潮时期。第一次是二、三十年代,刘易斯建立模态命题逻辑,卢卡西维茨和波斯特建立多值逻辑,海丁建立直觉主义逻辑。第二次是五十年代,道义逻辑、认知模态逻辑、问题逻辑、相干逻辑、自由逻辑、时态逻辑和弗协调逻辑

等都在这一时期出现,代表人物是赖特、普赖尔、阿克曼和欣迪卡等。第三次是八十年代,动态逻辑、模糊逻辑和非单调逻辑在这一时期掀起了一个高潮,代表人物是计算机科学方面的一些专家。每次高潮持续十多年,间隔约二十年。第二次高潮是由模态逻辑可能世界语义理论的发展所推动的,第三次高潮则是由计算机科学的发展所推动的。

非经典逻辑的门类很多,大致有两大类。一类是在经典逻辑中增加其他初始概念,成为经典逻辑的扩充系统。例如,模态逻辑中有模态词“必然”、“可能”;时态逻辑中有关于时态词“过去”、“将来”等的算子;在认知模态逻辑中有关于“知道”、“相信”等的算子。属于这一类的还有条件句逻辑、道义逻辑、问句逻辑和动态逻辑等。另一类主要是对通常说的逻辑常项(命题联结词和量词等)的解释不同,而成为与经典逻辑不同的逻辑。例如,直觉主义逻辑对联结词和量词都作构造性解释;相干逻辑认为蕴涵的前后件应具有相干性,也就是说将蕴涵解释成相干蕴涵;弗协调逻辑虽是为了处理不协调性而提出来的,但在具体系统的建立时往往是将否定解释成弗协调否定,故也可看成属于这一类的。属于这一类的还有多值逻辑,包括模糊逻辑。我建议用“异释逻辑”作为第二类的通称。

随着逻辑研究中多元化倾向的加强,也就是说承认可以选择多种方式来定义有效推理和逻辑常项,并且不指望将人类多种多样的认知方式归结为单一的标准方式,哲学逻辑方面的分支得到

了越来越多的重视和发展. 七、八十年代是模态逻辑发展的黄金时代, 取得了很大发展, 出现了许多系统, 弄清了克里普克关系语义、正规邻域语义、一般关系语义和模态代数语义四者之间的关系, 建立起了三大理论支柱: 完全性理论、对应理论和对偶理论. 七、八十年代模态逻辑在可证性解释、多值模态逻辑和直觉主义模态逻辑等其他方面也都有较大的发展. 模态逻辑的大发展也推动了哲学逻辑其他分支的发展. 例如, 时态逻辑在最近十多年中, 通过对传统方法的改进, 建立了各种更加丰富的新系统, 解决了相对于 G 和 H 、 G' 和 H' 、以及 S 和 U 等时态算子的极小系统问题, 发现了许多不完全的时态逻辑公理系统, 提出了改进传统时态逻辑局限的各种措施, 在理论上和应用(尤其在程序设计中的应用)上都有许多问题等待研究. 直觉主义逻辑近三十年来的发展较快, 获得了很多重要成果, 七、八十年代一些逻辑学家在拓扑层(sheaves)和拓扑斯(topoi)的基础上提出了更为普遍的拓扑解释, 在构造性数学中取得了成功的应用, 与电子计算机的设计和改进行有着密切的联系, 研究前景可观. 相干逻辑在七、八十年代也有发展, 解决了一些相干逻辑系统的判定性问题, 证明了 R 和 E 都是不可判定的命题逻辑系统, 简化了相干逻辑的克里普克式关系语义, 相干模态逻辑和直觉主义相干逻辑都已开始有研究.

总的说来, 一般趋势是承认多元化倾向, 在继续深入研究已有逻辑系统的同时不断为适应新的需要建立新系统, 提出新型的语义解释, 积极开辟新的研究领域. 学者们在研究中较倾向于考察现

存系统的子系统,力图以较低的表达能力和有限的演绎手段来作更多的事情.他们重视研究已往一些证明方法中被忽略的细节,以此来加深对它们的认识;他们也较感兴趣于逻辑中的构造性证明,尤其是那些有可能实施计算的证明.

本书的撰写是在1993年国家社会科学基金项目《**哲学逻辑研究**》(批准号:93BZX025)的资助下进行的,因此我们也以《**哲学逻辑研究**》为书名,开辟这一研究项目的目的是想较全面系统地学习和探索哲学逻辑方面的新理论和新成果,同时深入发展我们已取得的成果.参加本课题的研究人员有张尚水、张清宇、郭世铭、李小五、邹崇理和王学刚.在不足二年的研究期间中所取得的一些成果已由课题组成员各自在别处发表.作为项目的最后成果,本书是由张清宇、郭世铭和李小五执笔撰写的,具体分工如下:张清宇,第一、二、六、七、八章;郭世铭,第三、五、九章;李小五,第四章.

我们希望本书将有助于国内读者对于哲学逻辑基本理论的掌握和加深对新理论、新成果的了解,也希望它能有助于推动我国深入开展现代逻辑基本理论的研究.本书各章可以独立阅读,但读者最好对一阶逻辑有一定的了解.

由于能力、时间和篇幅的限制,本书论述的不足和错误在所难免,敬请读者批评指正.

张清宇

1995年11月

目 录

前 言	(I)
第 1 章 一阶逻辑	(1)
§ 1 命题逻辑的证明方法	(2)
§ 2 不用联结词和量词的一阶逻辑系统	(25)
§ 3 一阶逻辑的公理系统	(55)
第 2 章 模态逻辑	(69)
§ 1 模态系统	(71)
§ 2 正规模态系统	(84)
§ 3 模态谓词逻辑	(109)
第 3 章 时态逻辑	(120)
§ 1 语言	(122)
§ 2 解释	(125)
§ 3 形式系统	(129)
§ 4 时态逻辑的完全性	(146)
§ 5 禁对称性和完全性	(152)

§ 6	判定问题	(158)
§ 7	带量词的时态逻辑	(165)
§ 8	时态逻辑与模态逻辑	(169)
§ 9	其他时态词	(176)
第 4 章	条件句逻辑	(181)
§ 1	形式系统	(185)
§ 2	邻域模型论	(192)
§ 3	关系模型论	(199)
§ 4	球形系统模型论	(209)
§ 5	择类函数模型论	(218)
§ 6	诸语义之比较	(223)
§ 5	量化条件句逻辑	(232)
第 5 章	多值逻辑	(243)
§ 1	卢卡西维兹的三值逻辑	(244)
§ 2	布奇瓦尔的三值逻辑	(247)
§ 3	克利尼的三值逻辑	(250)
§ 4	卢卡西维兹的 $m+1$ 值逻辑	(253)
§ 5	卢卡西维兹的无穷值逻辑	(254)
§ 6	后承关系	(256)
§ 7	演算	(262)
§ 8	多值谓词逻辑	(273)
§ 9	波斯特代数	(280)

第 6 章 相干逻辑	(289)
§ 1 纯相干蕴涵部分	(292)
§ 2 相干命题逻辑	(311)
§ 3 相干命题逻辑的关系语义	(335)
第 7 章 直觉主义逻辑	(351)
§ 1 直觉主义命题逻辑	(356)
§ 2 直觉主义谓词逻辑	(366)
§ 3 克里普克语义	(374)
§ 4 完全性	(386)
第 8 章 弗协调逻辑	(394)
§ 1 弗协调命题逻辑	(396)
§ 2 弗协调模态命题逻辑	(430)
§ 3 弗协调时态命题逻辑	(447)
第 9 章 哥德尔不完全性定理	(462)
§ 1 形式算术	(464)
§ 2 递归函数	(471)
§ 3 算术化	(481)
§ 4 数字可表示性	(485)
§ 5 哥德尔不完全性定理	(491)

第1章 一阶逻辑

一阶逻辑,也称一阶谓词逻辑或狭义谓词逻辑.

一阶逻辑是数理逻辑的基础部分,是研究得最深透最完善的逻辑理论,包含命题逻辑作为子系统.它除研究复合命题的逻辑性质及推理关系外,还把命题分析成组成命题的非命题成分(个体词、谓词和量词),揭示简单命题的形式结构(命题形式),研究它们的逻辑性质和规律,重点是研究量词的逻辑和关于量词的推理规律.

一阶逻辑也是哲学逻辑的理论基础,是研究和建立哲学逻辑各种分支的基础.它的成果和方法广泛应用于哲学逻辑的各种分支中.

第一个完整的一阶逻辑系统是由德国逻辑学家弗雷格于1879年建立的.皮亚诺、皮尔士、施罗德和罗素等人为一阶逻辑的发展作出了贡献.哥德尔和根岑等人系统地深入地研究了一阶逻辑的元逻辑问题,证明了重要的定理.

相对而言,大家对于一阶逻辑还是比较了解的,有关的中文书籍也还是比较多的.因此,我们在这一章中将极简要地概述一阶逻辑的基本内容.首先在第1节中利用斯穆里安的统一记号概述命题逻辑的各种证明方法,然后在第2节中介绍我们的新成果——不用联结词和量词的一阶逻辑系统,最后在第3节中提出公理系统QH和QIH,并证明它们的完全性.

第1节 命题逻辑的证明方法

命题逻辑是一阶逻辑的子系统,它研究由命题经命题联结词构成的复合命题的逻辑性质以及它们之间的推理关系. 复合命题由命题联结词和一些不再作进一步分析的命题组成. 这些不再作进一步分析的命题叫作初始命题或简单命题,它们被看作只具有真或假的区分的对象. 复合命题的真假由初始命题的真值和联结词决定. 命题逻辑研究命题联结词的逻辑性质和相应的推理规律.

命题联结词决定了复合命题与作为其组成部分的命题(叫作支命题)之间的真假关系,因此也叫作真值联结词. 自然语言中的联结词在意义方面往往不是完全严格确定的,有的是多义的. 真值联结词是自然语言中的联结词的抽象,反映了复合命题与其支命题在真假方面的联系. 真值联结词个数无穷,但相互之间不尽独立,可以取其中若干个为初始的联结词,其它真值联结词都可由它们表达出来. 经常被作用初始联结词的有下列五个: $\neg$ (否定), $\wedge$ (合取), $\vee$ (析取), $\supset$ (蕴涵),以及 $\equiv$ (等值).

逻辑学家们为命题逻辑创制了多种证明方法,常见的有:自然推理系统、公理系统、后承演算和语义表列. 本节的目的引用斯穆里安的统一记号,以自然推理为主,对这些方法作一个简练而概括的综述.

1.1 公式和斯穆里安的统一记号

我们首先确定命题逻辑所使用的形式语言. 我们选取的形式语言有下列三类初始符号:

(1) 命题变项: $p_0, p_1, p_2, \dots$. 全体命题变项所组成的集合,记作 P ,显然它是一个可数无穷集合. 我们以 p, q, r 表示 P 中任意