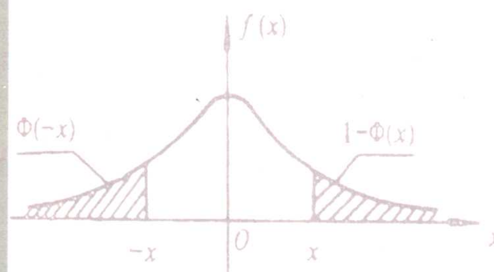
《考研数学复习全书》编写组

线性代数与概率统计复习指南

Xianxing Daishu yu Gailu Tongji Fuxi Zhinan

考研数学复习全书



$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}$$

东南大学出版社

考研数学复习全书
线性代数与概率统计复习指南
东南大学出版社

考研数学复习全书

线性代数与概率统计复习指南

《考研数学复习全书》编写组

东 南 大 学 出 版 社

内 容 提 要

本书是根据国家教育部制订的《全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲》,在对多年的研究生入学试题进行分析总结和多年的考研辅导实践的基础上编写而成的。

全书分为二篇。第一篇"线性代数"共6章;第二篇"概率统计"共8章。每章内容包括内容提要、典型例题及练习题,并附有习题答案与提示。本书是报考硕士研究生的"线性代数"与"概率统计"复习指南,内容适用于各种类型的考生,也可作为高等院校教师和学生的数学参考书。

图书在版编目(CIP)数据

线性代数与概率统计复习指南/《考研数学复习全书》编写组编.—南京:东南大学出版社,2000.10

(考研数学复习全书)

ISBN7-81050-687-0

Ⅰ.线... Ⅱ.考... Ⅲ.①线性代数-研究生-入学考试-自学参考资料②概率论-研究生-入学考试-自学参考资料③数理统计-研究生-入学考试-自学参考资料

Ⅳ.①O151.2②O21

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第51909号

东南大学出版社出版发行

(南京四牌楼2号 邮编210096)

出版人 宋增民

江苏省新华书店经销 华东有色地研所印刷厂印刷

开本:787mm×1092mm 1/16 印张:15.75 字数:390千字

2000年10月第1版 2000年10月第1次印刷

总定价:120.00元 本册定价:20.00元

(凡有印装质量问题,可直接向发行科调换,电话:025-3792327)

序

在当今科学技术的各个领域,数学修养已成为工程技术人员必备的素质,计算机的发展,使数学的潜在威力越来越快地转化为现实生产力。近半个世纪以来,数学已不仅应用于自然科学和工程技术,在经济管理、社会科学,甚至文化艺术等领域也得到了广泛的应用,人们把数学作为工具,解决他们在各个领域中遇到的实际问题,同时也通过学习数学,培养创造性的思维能力。人们已开始重视数学技术和数学文化。

大学数学一直是我国理工科大学生的必修课。近年来,也已逐步成为文科(如经济、社会、政治学科)和其他学科的必修科目。从培养21世纪人才的角度来看,随着教学改革的不断深入,随着计算机和信息技术的迅速发展,随着各门学科之间的加速渗透,人们越来越认识到:大学数学教学的重点不仅仅是为专业课程提供数学工具,同时应重视提高大学生的数学素质。从这个意义上说,教学过程中不仅要向学生传授数学知识,使之掌握基本概念和基本理论,更重要的是培养学生对事物的归纳和抽象的思维能力,从具体到一般的联想能力,建立实际问题的数学模型的能力,正确的演绎推理习惯和动手运算的能力,自我更新知识的能力(自学能力),从而通过掌握数学的思想方法,激发学生的创造力。

我国高等教育正在蓬勃发展,招生规模迅速扩大,高校类型和人才培养目标也不尽相同。因此,在大学数学有一个基本要求的前提下,有必要根据专业类型和培养目标编写不同层次、不同要求的教材。基于此,我们与东南大学出版社共同努力,陆续编写出版大学数学系列教材和参考书,以满足不同类型学校和专业的需要,包括多种要求的高等数学、线性代数与几何、概率统计、数学建模,以及其他应用数学方法类教材。也考虑到研究生招生规模的扩大,广大学生对考研辅导参考书的迫切需要,编写该类数学参考书和辅导教材。

根据不同培养目标的需要,本套系列教材和参考书,力求对现有数学教材的教学内容进行调整和更新,并不同程度地增加一些近代数学的基础知识,以便为今后进一步的学习提供一个接口和开设一个窗口。同时针对不同学科,增加不同类型的应用实例(包括交通、经济、社会等领域的例子),以扩大学生的视野和提高学生的学习兴趣,特别是力求突出数学建模的思想,适当注意与计算机的结合等。

本套教材是在东南大学出版社和江苏省工业与应用数学学会的鼓励和大力支持下出版的,在此表示感谢。各教材的作者在编写和出版过程中付出了辛勤的劳动,在此一并致谢。

编写体现教改思想的教材是一个迫切而艰难的课题,应从多方面、多角度探索和实践,我们的尝试只是初步的,希望起到抛砖引玉的作用,盼望"百花齐放"的局面,不断把数学教学改革引向深入。

大学数学系列教材编委会

2000年9月

前　言

随着研究生招生规模的不断扩大，广大考生迫切需要一套系统的研究生考前复习指导书。为此，江苏省部分高校联合编写了本套研究生考前复习系列指导书，包括《高等数学复习指南（理工类）》、《高等数学复习指南（经济类）》、《线性代数与概率统计复习指南》、《数学综合习题及模拟试题（理工类）》、《数学综合习题及模拟试题（经济类）》，以适应不同类型的考生的要求。

本套指导书是根据国家教育部制订的《全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲》、对历年来的研究生入学考试试题进行了详细的分析和总结，并在具有多年考研辅导和阅卷经验的基础上编写而成的。

本套指导书系统性强、题型全面、突出重点、突破难点。通过对基本概念、理论和方法的归纳总结、典型例题的详细分析，使读者熟练掌握基本解题方法，注重解题思路和解题技巧，解答疑难问题，力求培养考生分析问题和解决问题的能力，提高考生的应试能力。

本套指导书中的《线性代数与概率统计复习指南》由东南大学的曹振华老师，河海大学的周继东、董祖引、印凡成老师，扬州大学的刘金林老师参与编写。全书由曹振华、刘金林老师统稿。

在本书的编写出版过程中，得到了东南大学出版社及有关高校的数学系领导和教师的大力支持，在此一并表示感谢！

编者

2000 年 9 月

目　录

第1篇　线性代数

第 2 篇　概率论与数理统计

第1篇

线 性 代 数

1 行列式

1.1 内容提要

1.1.1 n 阶行列式的概念

n 阶行列式

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = \sum_{j_1 j_2 \cdots j_n} (-1)^{\tau(j_1 j_2 \cdots j_n)} a_{1j_1} a_{2j_2} \cdots a_{nj_n}$$

其中，$j_1 j_2 \cdots j_n$ 为自然数 $1,2,\cdots,n$ 的一个排列，$\tau(j_1 j_2 \cdots j_n)$ 为该排列的逆序数，$\sum$ 表示对 $1,2,\cdots,n$ 的所有排列求和，共有 $n!$ 项。

1.1.2 行列式的性质

1）行列式与它的转置行列式相等。

2）互换行列式的两行（列），行列式变号。

3）行列式的某一行（列）中所有的元素都乘以同一数 k，等于用数 k 乘此行列式。

4）行列式中如果有两行（列）元素成比例，则此行列式为零。

5）若行列式的某一行（列）的元素都是两数之和，则此行列式等于 2 个行列式之和。以列为例：

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & (a_{1j} + a'_{1j}) & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & (a_{2j} + a'_{2j}) & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & (a_{nj} + a'_{nj}) & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2j} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nj} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a'_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a'_{2j} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a'_{nj} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

6）把行列式的某一行（列）的各元素乘以同一数然后加到另一行（列）对应的元素上去，行列式不变。

1.1.3 行列式按行（列）的展开公式

行列式等于它的任一行（列）的各元素与其对应的代数余子式乘积之和，即

$$D = a_{i1}A_{i1} + a_{i2}A_{i2} + \cdots + a_{in}A_{in} \qquad i = 1,2,\cdots,n$$

或 $$D = a_{1j}A_{1j} + a_{2j}A_{2j} + \cdots + a_{nj}A_{nj} \qquad j = 1,2,\cdots,n$$

由该公式可推得如下重要推论：

行列式任一行(列)的元素与另一行(列)的对应元素的代数余子式乘积之和等于零，即

$$a_{i1}A_{j1} + a_{i2}A_{j2} + \cdots + a_{in}A_{jn} = 0 \qquad i \neq j$$

综合行列式按行(列)的展开公式与其推论，可得关于代数余子式的重要性质：

$$\sum_{k=1}^{n} a_{kt}A_{kj} = D\delta_{tj} = \begin{cases} D & t = j \\ 0 & t \neq j \end{cases}$$

或 $$\sum_{k=1}^{n} a_{ik}A_{sk} = D\delta_{is} = \begin{cases} D & i = s \\ 0 & i \neq s \end{cases}$$

其中 $$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$$

1.1.4 重要公式

1) $\begin{vmatrix} \boldsymbol{A} & * \\ \boldsymbol{O} & \boldsymbol{B} \end{vmatrix} = |\boldsymbol{A}||\boldsymbol{B}|$， $\begin{vmatrix} \boldsymbol{A} & \boldsymbol{O} \\ * & \boldsymbol{B} \end{vmatrix} = |\boldsymbol{A}||\boldsymbol{B}|$，$\begin{vmatrix} \boldsymbol{O} & \boldsymbol{A} \\ \boldsymbol{B} & \boldsymbol{O} \end{vmatrix} = (-1)^{mn}|\boldsymbol{A}||\boldsymbol{B}|$

其中，$\boldsymbol{A}$ 为 m 阶方阵；$\boldsymbol{B}$ 为 n 阶方阵；上述公式是拉普拉斯(Laplace)展开式的特殊情形。

2) $$\begin{vmatrix} a_{11} & & * \\ & a_{22} & \\ & & \ddots & \\ O & & & a_{nn} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & & O \\ & a_{22} & \\ & & \ddots & \\ * & & & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}\cdots a_{nn}$$

$$\begin{vmatrix} * & & a_{1n} \\ & a_{2,n-1} & \\ \iddots & & \\ a_{n1} & & O \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} O & & a_{1n} \\ & a_{2,n-1} & \\ \iddots & & \\ a_{n1} & & * \end{vmatrix} = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} a_{1n}a_{2,n-1}\cdots a_{n1}$$

3) 若 $\boldsymbol{A}$ 是 n 阶方阵，则 $|k\boldsymbol{A}| = k^n|\boldsymbol{A}|$。

4) 若 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 都是 n 阶方阵，则 $|\boldsymbol{AB}| = |\boldsymbol{A}||\boldsymbol{B}|$。

5) 若 $\boldsymbol{A}$ 是 n 阶方阵，则 $|\boldsymbol{A}^*| = |\boldsymbol{A}|^{n-1}$，其中 $\boldsymbol{A}^*$ 是方阵 $\boldsymbol{A}$ 的伴随矩阵。

6) 范德蒙(Vandermonde)行列式

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ a_1 & a_2 & \cdots & a_n \\ a_1^2 & a_2^2 & \cdots & a_n^2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_1^{n-1} & a_2^{n-1} & \cdots & a_n^{n-1} \end{vmatrix} = \prod_{1 \leqslant i < j \leqslant n} (a_j - a_i)$$

其中，记号“$\prod$”表示全体同类因子的乘积。

1.1.5 克莱姆(Cramer)法则

如果线性方程组$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \quad\vdots \qquad\quad \vdots \qquad\qquad\quad \vdots \qquad \vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}$的系数行列式

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} \neq 0$$

那末方程组有唯一解

$$x_1 = \frac{D_1}{D}, \qquad x_2 = \frac{D_2}{D}, \qquad \cdots, \qquad x_n = \frac{D_n}{D}$$

其中,$D_j(j = 1,2,\cdots,n)$是将系数行列式 D 中第j 列的元素用方程组右端的自由项代替后所得到的 n 阶行列式,即

$$D_j = \begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1,j-1} & b_1 & a_{1,j+1} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & \cdots & a_{2,j-1} & b_2 & a_{2,j+1} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{n,j-1} & b_n & a_{n,j+1} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

1.2 例题精选

【例 1】 填充题:

(1) 已知 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B},\boldsymbol{C}$ 都是行列式值为 2 的三阶矩阵,则

$$D = \begin{vmatrix} \boldsymbol{O} & -\boldsymbol{A} \\ \left(\frac{2}{3}\boldsymbol{B}\right)^{-1} & \boldsymbol{C} \end{vmatrix} = \underline{\qquad\qquad}。$$

(2) 设 $D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$,则 $D = \underline{\qquad\qquad}$。

(3) 设 $D = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & x-1 \\ 1 & -1 & x+1 & -1 \\ 1 & x-1 & 1 & -1 \\ x+1 & -1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$,则 $D = \underline{\qquad\qquad}$。

(4) 设 $\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\gamma}_2,\boldsymbol{\gamma}_3,\boldsymbol{\gamma}_4$ 都是四维向量,已知 $|\boldsymbol{A}| = |\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\gamma}_2,\boldsymbol{\gamma}_3,\boldsymbol{\gamma}_4| = 4$, $|\boldsymbol{B}| = |\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\gamma}_2,\boldsymbol{\gamma}_3,\boldsymbol{\gamma}_4| = 1$,则$|\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B}| = \underline{\qquad\qquad}$。

(5) 已知 n 阶行列式

$$|A| = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & n-1 \\ n & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{vmatrix}$$

则 $|A|$ 的第 k 行元素的代数余子式之和 $A_{k1}+A_{k2}+\cdots+A_{kn}=$ ________。

(6) n 阶行列式 $\begin{vmatrix} a & b & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & a & b & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a & b \\ b & 0 & 0 & \cdots & 0 & a \end{vmatrix} =$ ________。

(7) n 阶行列式 $\begin{vmatrix} 0 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & 0 & \cdots & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & 0 & 1 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{vmatrix} =$ ________。

(8) 方程 $f(x) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & 2 & \cdots & n-1 & x \\ 1 & 2^2 & \cdots & (n-1)^2 & x^2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 1 & 2^{n-1} & \cdots & (n-1)^{n-1} & x^{n-1} \end{vmatrix} = 0$ 的全部根是________,

(9) 设四阶方阵 $A=(a_{ij})_{4\times4}$,$f(x)=|xE-A|$,其中 E 为四阶单位阵,则 x^3 的系数是________。

(10) 已知

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 5 & 4 \end{vmatrix}$$

则 $A_{12}-A_{22}+A_{32}-A_{42}=$ ________。

解 (1) 应填$\frac{27}{8}$。该题属于拉普拉斯展开式的应用,不能错误地按照二阶行列式来计算,计算过程要注意符号、数乘矩阵与数乘行列式的区别。

$$D = \begin{vmatrix} O & -A \\ \left(\frac{2}{3}B\right)^{-1} & C \end{vmatrix} = (-1)^{3\times3}|-A|\cdot\left|\left(\frac{2}{3}B\right)^{-1}\right|$$

$$= -(-1)^3|A|\cdot\left|\frac{3}{2}B^{-1}\right|$$

$$= |A|\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^3\cdot|B^{-1}|$$

$$= 2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^3 \cdot \frac{1}{|\boldsymbol{B}|} = \frac{27}{8}$$

(2) 应填 -3。此题属于低阶行列式的计算，由于行列式除斜对角线上元素全为 0 外，其余元素均为 1，可根据此特点把行列式化成上(或下)三角行列式，或利用每行(列)元素之和都是 3 这个条件将其化成三角行列式。由已知

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= -\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= -\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{vmatrix} = -3$$

(3) 应填 x^4。注意该行列式各行元素之和相等，故可根据行列式的性质，先把各列元素加到第 1 列，提出第 1 列元素的公因子，使第 1 列元素全变为 1，进而用降阶法求解。由已知

$$D = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & x-1 \\ 1 & -1 & x+1 & -1 \\ 1 & x-1 & 1 & -1 \\ x+1 & -1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} x & -1 & 1 & x-1 \\ x & -1 & x+1 & -1 \\ x & x-1 & 1 & -1 \\ x & -1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= x\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & x-1 \\ 1 & -1 & x+1 & -1 \\ 1 & x-1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= x\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & x-1 \\ 0 & 0 & x & -x \\ 0 & x & 0 & -x \\ 0 & 0 & 0 & -x \end{vmatrix}$$

$$= x\begin{vmatrix}0 & x & -x\\ x & 0 & -x\\ 0 & 0 & -x\end{vmatrix} = -x\begin{vmatrix}x & 0 & -x\\ 0 & x & -x\\ 0 & 0 & -x\end{vmatrix} = x^4$$

(4) 应填 40。这里必须弄清楚矩阵相加是对应元素相加，而行列式相加，只有当某一行（列）不同、其余各行（列）都相同时，才能相加。

$$\begin{aligned}|\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}| &= |\boldsymbol{\alpha}+\boldsymbol{\beta}, 2\boldsymbol{\gamma}_2, 2\boldsymbol{\gamma}_3, 2\boldsymbol{\gamma}_4|\\ &= 8|\boldsymbol{\alpha}+\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\gamma}_2, \boldsymbol{\gamma}_3, \boldsymbol{\gamma}_4|\\ &= 8(|\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\gamma}_2, \boldsymbol{\gamma}_3, \boldsymbol{\gamma}_4| + |\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\gamma}_2, \boldsymbol{\gamma}_3, \boldsymbol{\gamma}_4|)\\ &= 8(4+1) = 40\end{aligned}$$

(5) 应填 $\dfrac{(-1)^{n-1}n!}{k}$。若依次求每个元素的代数余子式再求和，将会很麻烦，且由于 k 的任意性往往容易出错。如果注意到由代数余子式构成的伴随矩阵 $\boldsymbol{A}^*$ 与 $\boldsymbol{A}^{-1}$ 的关系借助于分块矩阵技巧的运用，问题将较易获得解决。

设 $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{O} & \boldsymbol{B}\\ \boldsymbol{C} & \boldsymbol{O}\end{bmatrix}$，其中 $\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix}1 & & & \\ & 2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & n-1\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{C} = (n)$，于是

$$\boldsymbol{A}^{-1} = \begin{bmatrix} & \boldsymbol{C}^{-1}\\ \boldsymbol{B}^{-1} & \end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 0 & \cdots & 0 & \frac{1}{n}\\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0\\ 0 & \frac{1}{2} & \cdots & 0 & 0\\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & \frac{1}{n-1} & 0\end{bmatrix}$$

而 $|\boldsymbol{A}| = (-1)^{n-1}n!$，$\boldsymbol{A}^* = |\boldsymbol{A}|\boldsymbol{A}^{-1}$，所以

$$\begin{bmatrix}A_{11} & \cdots & A_{k1} & \cdots & A_{n1}\\ A_{12} & \cdots & A_{k2} & \cdots & A_{n2}\\ \vdots & & \vdots & & \vdots\\ A_{1n} & \cdots & A_{kn} & \cdots & A_{nn}\end{bmatrix} = (-1)^{n-1}n!\begin{bmatrix}0 & 0 & \cdots & 0 & \frac{1}{n}\\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0\\ 0 & \frac{1}{2} & \cdots & 0 & 0\\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & \frac{1}{n-1} & 0\end{bmatrix}$$

从而可知

$$A_{k1} + A_{k2} + \cdots + A_{kn} = \frac{(-1)^{n-1}n!}{k}$$

(6) 应填 $a^n + (-1)^{n+1}b^n$。此题属于 n 阶行列式的计算，注意到行列式含零元素个数较多，且按第 1 行展开后，相应余子式为三角行列式或易于化为三角行列式，从而易于计算。