

超级初中数理化 公式定理

根据最新教学大纲初一~初三课程编写

3
26



世界图书出版公司

超级初中数理化公式定理

主编：乔家瑞 国运之 裘大彭

世界图书出版公司

上海·西安·北京·广州

图书在版编目 (CIP) 数据

超级初中数理化公式定理 / 乔家瑞, 国运之, 裘大彭
主编. - 上海: 上海世界图书出版公司, 2001. 10

ISBN 7-5062-2970-6

I. 超... II. ①乔... ②国... ③裘... III. ①理科 (教育) - 公式 - 初中 - 教学参考资料 ②理科 (教育) - 定律 - 初中 - 教学参考资料 IV. G634.73

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2001) 第 63585 号

超级初中数理化公式定理

乔家瑞 国运之 裘大彭 主编

上海 世界图书出版公司 出版发行

上海市武定路 555 号

邮政编码 200040

北京圣彩虹印刷有限公司印刷

各地新华书店经销

开本: 787×1092 1/32 印张: 9.25 字数: 210 000

2001 年 10 月第 1 版 2002 年元月第 2 次印刷

印数: 10001 - 25 000

ISBN 7-5062-2970-6/0.07

定价: 23.00 元



乔家瑞 中学数学特级教师，中国数学奥林匹克高级教练员。

多年来从事中学数学教学工作、数学教师培训工作及理论研究工作，曾主编或编写中学数学教材、教学参考、教辅读物、科普读物数十部，并在报纸、杂志上发表文章数十篇。主要著作有《中学生应该怎样学习》、《怎样辅导孩子学数学》、《错题校正》、《解析几何教案选》、《走向清华北大》等。



国运之 1956年毕业于南京航空学院，原为北京教育学院物理系系主任、副教授，曾任中国物理学会教学委员会教育学院分会副主任委员。在中学物理教学研究、教材教法研究有着突出成就，出版著作40余部。其中关于中学物理教学和高考辅导的著述居多。如《名师启迪丛书高中物理学习指要》、《物理高考失分对策》、《新概念题典·高中物理》等都是国内畅销图书。



裴大彭 北京教育学院副教授，曾任北京化学教学研究会理事。全国知名的化学教学与研究权威人士。执教中学化学近30年，后从事中学化学教学法研究。

参加编写北京中学化学课本及《化学基本原理》等几十种图书，主编了《中学化学精要》、《名师启迪丛书·初、高中化学学习指要》、《走向清华北大·初、高中化学》等畅销图书。发表过多篇化学教学论文。



目录

一·代 数·

1· 有理数	5
2· 整式的加减	10
3· 一元一次方程	13
4· 二元一次方程组	17
5· 一元一次不等式和一元一次不等式组	22
6· 整式的乘除	25
7· 因式分解	30
8· 分式	34
9· 数的开方	39
10· 二次根式	41
11· 一元二次方程	43
12· 函数及其图象	51
13· 统计初步	62

二·平面几何·

1· 线段、角	67
2· 相交、平行	68
3· 三角形	71
4· 四边形	77
5· 相似形	82
6· 解直角三角形	86
7· 圆	90

数学

chuzhongshuxue

87
53
15
26

87
53
15
26

chuzhongshuxue

CHUZHONGSHUXUE

CHUZHONGSHUXUE

CHUZHONGSHUXUE



1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



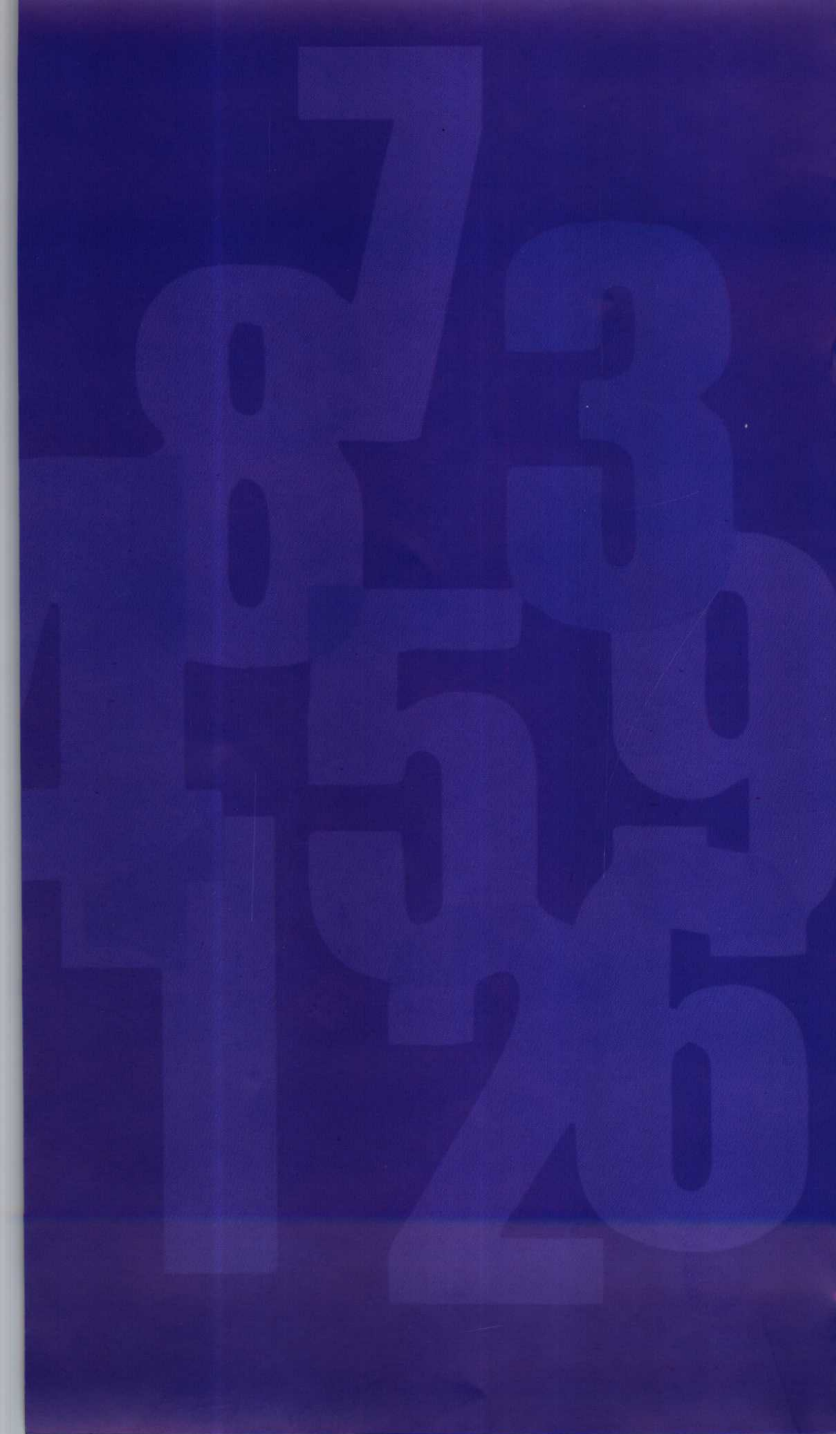
目录

一·代数·

1·有理数	5
2·整式的加减	10
3·一元一次方程	13
4·二元一次方程组	17
5·一元一次不等式和一元一次不等式组	22
6·整式的乘除	25
7·因式分解	30
8·分式	34
9·数的开方	39
10·二次根式	41
11·一元二次方程	43
12·函数及其图象	51
13·统计初步	62

二·平面几何·

1·线段、角	67
2·相交、平行	68
3·三角形	71
4·四边形	77
5·相似形	82
6·解直角三角形	86
7·圆	90



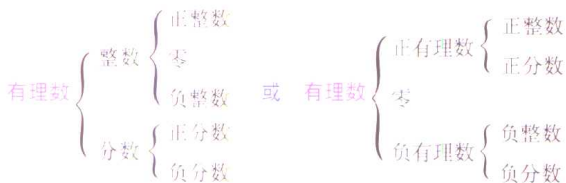
一·代 数·



●有理数●

【有理数】 整数和分数统称为有理数.

【有理数的分类】



不管怎样分类,有理数应包括正整数、正分数、零、负整数、负分数.

如果我们把整数看做是以1为分母的分数,那么可以认为有理数就是分数,于是有理数总可以用分数表示,用分数表示的数一定是有理数.

另外,把分数化为十进小数时,或者得有限小数或无限循环小数,如果把有限小数看做是循环节为零的循环小数,那么又可以认为有理数就是无限循环小数.

【数轴】 规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴.

有理数是我们现在所学过的数的统称,而点则是最简单的几何图形.一个是数的集合,一个是直线上的点的集合,而数轴恰好把这两个不同的事物有机地结合起来,每个有理数都可以用数轴上一个点表示,反之,数轴上每个表示有理数的点,我们都可以从数轴上读出这一点所表示的有理数.

【相反数】 只有符号不同的两个数叫做互为相反的数.零的相反数是零.它揭示了两个有理数的关系.“零的相反数是零”是定义的补充,是定义的重要组成部分.如5与-5互为相反数,不能说-5是相反数.

【倒数】 如果两个数的乘积等于1,则这两个数互为倒数.零没有倒数.

如果 a 、 b 互为相反数,则 $a+b=0$;

如果 a 、 b 互为倒数,则 $ab=1$.

【绝对值】 一个数 a 的绝对值就是数轴上表示数 a 的点与原点的距离.数 a 的绝对值记作 $|a|$.

求一个有理数的绝对值时,应首先判断这个数的性质符号,然后根据

$$|a| = \begin{cases} a & (a > 0), \\ 0 & (a = 0), \\ -a & (a < 0). \end{cases}$$

② 任何一个有理数的绝对值是惟一确定的一个非负数. 但反过来, 绝对值等于一个正数的有理数却有两个, 它们互为相反数. 这就是绝对值逆向应用的双值性. 如-10的绝对值是10, 但绝对值等于10的有理数是 ± 10 .

【有理数的大小比较】 正数都大于零; 负数都小于零; 正数大于负数; 两个负数, 绝对值大的反而小.

例1 比较 -0.42 和 $-\frac{3}{7}$ 的大小.

$$\text{解法 1: } \because |-0.42| = 0.42 = \frac{21}{50} = \frac{147}{350},$$

$$|-\frac{3}{7}| = \frac{3}{7} = \frac{150}{350},$$

$$\text{又 } \frac{147}{350} < \frac{150}{350},$$

$$\therefore -0.42 > -\frac{3}{7}.$$

$$\text{解法 2: } \because |-0.42| = \frac{21}{50}, |-\frac{3}{7}| = \frac{3}{7} = \frac{21}{49},$$

$$\text{又 } \because \frac{21}{50} < \frac{21}{49},$$

$$\therefore -0.42 > -\frac{3}{7}.$$

$$\text{解法 3: } \because |-0.42| = 0.42, |-\frac{3}{7}| = \frac{3}{7} = 0.428\ 571\cdots,$$

$$\text{又 } \because 0.42 < 0.428\ 571\cdots,$$

$$\therefore -0.42 > -\frac{3}{7}.$$

例2 比较 $-\frac{3}{14}$, $-\frac{6}{29}$, $-\frac{1}{5}$, $-\frac{12}{59}$, $-\frac{4}{19}$ 的大小.

$$\text{解: } \because |-\frac{3}{14}| = \frac{3}{14} = \frac{12}{56}, |-\frac{6}{29}| = \frac{6}{29} = \frac{12}{58},$$

$$|-\frac{1}{5}| = \frac{1}{5} = \frac{12}{60}, |-\frac{12}{59}| = \frac{12}{59}, |-\frac{4}{19}| = \frac{4}{19} = \frac{12}{57},$$

$$\text{又 } \because \frac{12}{56} > \frac{12}{57} > \frac{12}{58} > \frac{12}{59} > \frac{12}{60},$$

$$\therefore -\frac{3}{14} < -\frac{4}{19} < -\frac{6}{29} < -\frac{12}{59} < -\frac{1}{5}.$$

说明 本题中比较大小的方法是逆向思维, 即统一分子后比较大小.

【有理数加法法则】

① 同号两数相加, 取相同的符号, 并把绝对值相加;

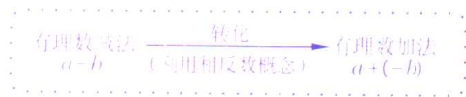
② 绝对值不等的异号两数相加, 取绝对值较大的加数的符号, 并用较大的绝对值减去较小的绝对值. 互为相反数的两个数相加得零;

③ 一个数同零相加, 仍得这个数.

加法满足交换律和结合律:

$$a+b=b+a; \quad (a+b)+c=a+(b+c).$$

【有理数减法法则】 减去一个数，等于加上这个数的相反数，即
 $a-b=a+(-b)$.



例 1 计算 $(+25)-(+22)+(-36)-(-30)$.

$$\begin{aligned} \text{解: } & (+25)-(+22)+(-36)-(-30) \quad (\text{遇减化加}) \\ & =(+25)+(-22)+(-36)+(+30) \quad (\text{省略加号}) \\ & =25-22-36+30 \quad (\text{利用加法交换律和结合律}) \\ & =25+30-22-36 \quad (\text{同号相加}) \\ & =55-58 \quad (\text{正负相加}) \\ & =-3. \end{aligned}$$

例 2 计算 $(-4\frac{2}{3})-(+1\,999)-(+95)-(-99)-(-5\frac{2}{3})$.

$$\begin{aligned} \text{解: } & (-4\frac{2}{3})-(+1\,999)-(+95)-(-99)-(-5\frac{2}{3}) \\ & =-4\frac{2}{3}-1\,999-95+99+5\frac{2}{3} \\ & =5\frac{2}{3}-4\frac{2}{3}-1\,999+99-95 \\ & =1-1\,900-95 \\ & =-1\,994. \end{aligned}$$

说明 应先把相加所得和数字较整齐的数相加.

例 3 计算 $-4\frac{3}{5}+2\frac{1}{4}+8\frac{1}{2}-\frac{9}{10}+0.7$.

$$\begin{aligned} \text{解: } & -4\frac{3}{5}+2\frac{1}{4}+8\frac{1}{2}-\frac{9}{10}+0.7 \\ & =-4\frac{6}{10}-\frac{9}{10}+\frac{7}{10}+2\frac{1}{4}+8\frac{2}{4} \\ & =-4\frac{4}{5}+10\frac{3}{4} \\ & =(9-4)+(\frac{7}{4}-\frac{4}{5}) \\ & =5\frac{19}{20}. \end{aligned}$$

说明 把分母相同或易于通分的分数先加.

例4 计算 $|23\frac{16}{17} - 57\frac{22}{23}| - 35\frac{22}{23}$.

$$\begin{aligned}\text{解: } & |23\frac{16}{17} - 57\frac{22}{23}| - 35\frac{22}{23} \\ &= 57\frac{22}{23} - 23\frac{16}{17} - 35\frac{22}{23} \\ &= 57\frac{22}{23} - 35\frac{22}{23} - 23\frac{16}{17} \\ &= 22 - 23\frac{16}{17} \\ &= -1\frac{16}{17}.\end{aligned}$$

说明 应选择合理的运算顺序.

【有理数乘法法则】 两数相乘, 同号得正, 异号得负, 并把绝对值相乘; 任何数同0相乘都得0.

多个有理数相乘, 只要有一个数为0, 则乘积为0; 多个不等于0的有理数相乘, 积的符号由负因数的个数决定: 当负因数有奇数个时, 积为负; 当负因数为偶数个时, 积为正.

乘法满足交换律、结合律、乘法对加法的分配律:

$$ab = ba; (ab)c = a(bc); a(b+c) = ab + ac.$$

【有理数除法法则】 除以一个数等于乘上这个数的倒数.

$$\text{即 } a \div b = a \cdot \frac{1}{b}.$$

$a \div b$ 有理数除法	转化 (利用倒数概念)	$a \cdot \frac{1}{b}$ 有理数乘法
---------------------	----------------	--------------------------------

例1 计算 $(+\frac{3}{5}) \times (-2\frac{2}{3}) \div (+\frac{4}{5})$.

$$\begin{aligned}\text{解: } & (+\frac{3}{5}) \times (-2\frac{2}{3}) \div (+\frac{4}{5}) \quad (\text{遇除法乘}) \\ &= (+\frac{3}{5}) \times (-\frac{8}{3}) \times (+\frac{5}{4}) \quad (\text{由负因数个数决定符号}) \\ &= -(\frac{3}{5} \times \frac{8}{3} \times \frac{5}{4}) \quad (\text{利用乘法交换律、结合律计算}) \\ &= -2.\end{aligned}$$

例2 计算 $5\frac{5}{6}(3\frac{1}{6} - 9\frac{1}{2}) \times (-1\frac{1}{35}) \div (-1\frac{1}{18})$.

$$\begin{aligned}\text{解: } & 5\frac{5}{6}(3\frac{1}{6} - 9\frac{1}{2}) \times (-1\frac{1}{35}) \div (-1\frac{1}{18}) \\ &= \frac{35}{6}(\frac{19}{6} - \frac{19}{2}) \times (-\frac{36}{35}) \div (-\frac{19}{18}) \\ &= (\frac{19}{6} - \frac{19}{2}) \times \frac{35}{6} \times \frac{36}{35} \times \frac{18}{19} \\ &= (\frac{19}{6} - \frac{19}{2}) \times \frac{6}{19} \times 18\end{aligned}$$

$$= (\frac{19}{6} \times \frac{6}{19} - \frac{19}{2} \times \frac{6}{19}) \times 18 \quad (\text{使用乘法分配律计算})$$

$$= (1-3) \times 18$$

$$= -36.$$

例 3 计算 $(-4\frac{3}{17}) \times 2\frac{2}{15} - 8\frac{3}{17} \times 14\frac{13}{15} - 4 \times (-14\frac{13}{15})$.

$$\begin{aligned} \text{解: } & (-4\frac{3}{17}) \times 2\frac{2}{15} - 8\frac{3}{17} \times 14\frac{13}{15} - 4 \times (-14\frac{13}{15}) \\ &= (-4\frac{3}{17}) \times 2\frac{2}{15} - 14\frac{13}{15} (8\frac{3}{17} - 4) \quad (\text{后两项反用乘法分配律}) \\ &= (-4\frac{3}{17}) \times 2\frac{2}{15} - 14\frac{13}{15} \times 4\frac{3}{17} \quad (\text{反用乘法分配律}) \\ &= 4\frac{3}{17} (-2\frac{2}{15} - 14\frac{13}{15}) \\ &= 4\frac{3}{17} \times (-17) \\ &= -71. \end{aligned}$$

【有理数的乘方】 求相同因数积的运算叫做乘方.

一般地 $\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \cdots \cdot a}_{n \text{ 个 } a} = a^n$ (n 是正整数).

其中 a 称为底数, n 称为指数, 而乘方的结果称为幂.

① 要注意区分底数和指数: 底数是指相同因数的乘积中的相同因数, 它可以是任何有理数; 指数是指相同因数的个数, 目前它只能是正整数.

② 要注意区分正数和负数的幂的符号: 正数的任何次幂都是正数; 负数的奇次幂是负数, 负数的偶次幂是正数.

③ 要注意区分乘方和幂: 乘方是第五种运算, 而幂是乘方运算的结果.

④ 要注意区分乘方和前四种运算的不同之处: 乘方运算中的指数是不直接参加运算的, 它只起“指示”作用, 指明底数自乘的次数.

【有理数的混合运算】 有理数的运算顺序是: 先算三级运算——乘方, 再算二级运算——乘除, 最后算一级运算——加减. 如果有括号, 应按小、中、大的顺序运算, 对于同级运算, 应从左向右依次进行.

例 计算 $8 \times (-\frac{3}{4})^2 - 24 \times (-\frac{1}{6})^3 \div (-\frac{1}{12})$.

$$\begin{aligned} \text{解: } & 8 \times (-\frac{3}{4})^2 - 24 \times (-\frac{1}{6})^3 \div (-\frac{1}{12}) \\ &= 8 \times \frac{9}{16} - 24 \times (-\frac{1}{216}) \div (-\frac{1}{12}) \\ &= 8 \times \frac{9}{16} - 24 \times \frac{1}{216} \times 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{9}{2} - \frac{4}{3} \\
 &= 3\frac{1}{6}.
 \end{aligned}$$

【科学记数法】 把一个大于10的数记成 $a \times 10^n$ 的形式(其中 $1 < a < 10$)叫做科学记数法. 例如太阳与地球的距离约是15 000 000 000千米, 记作 1.5×10^{10} (千米).

【准确数】 一个数能毫无差错地表示某一个量, 这个数就叫做该量的准确数.

【近似数】 接近准确数而不同于准确数的数叫做这个准确数的近似数, 也称为近似值.

【精确度】 表示近似数的精确程度的叫做精确度. 一般地, 一个近似数四舍五入到哪一位, 就说这个近似数精确到哪一位. 如由四舍五入得到近似数12.34, 就说精确到百分位或说精确到0.01.

【有效数字】 一个近似数精确到哪一位, 从左边第一个不是0的数字起, 到这一位数上的所有数字(包括其中的0), 叫做这个近似数的有效数字.

说明 如近似数0.01050中, 它有四个有效数字1, 0, 5, 0. 又如798360保留2个有效数字的近似数, 只能用科学记数法表示成 8.0×10^5 . (用科学记数法所表示的近似数 $a \times 10^n$ 的有效数字只由 a 决定)

● 整式的加减 ●

【代数式】 用运算符号把数和表示数的字母连结而成的式子叫做代数式. 单独的一个数或者一个字母也是代数式.

说明 可以从下述几方面理解这个概念:

① 运算符号指的是加、减、乘、除、乘方、开方这六种运算符号, 此外不再含有其他运算.

② 在代数式中并不要求数和表示数的字母同时出现, 只出现数或只出现表示数的字母也是代数式. 如 $5+12$, $x+y$, xy 等都是代数式.

③ 代数式中可以有指定运算顺序的符号, 如括号、绝对值符号等. 如 $2(a-1)$, $3|x-2|$ 等都是代数式.

④ 等号、不等号是关系符号, 代数式中不允许有这些符号, 如 $2+3x=4$, $x-1 < 2$ 等都不是代数式.

【代数式的读法】 用语言叙述代数式的意义, 其关键是应明确代数式的运算顺序及字母、数字之间的关系. 读的原则是“先算的先读, 后

算的后读。”如

$\bar{a}^2 + \bar{b}^2$ 读作 a, b 两数的平方和;

$(a+b)^2$ 读作 a, b 两数和的平方;

$(a+b)(a-b)$ 读作 a, b 两数的和与这两个数差的积.

【列代数式】 把问题中与数量有关的词语,用含有数、字母和运算符号的式子表示出来,就是列代数式.

说明 在列代数式时,应遵循“先读先写,后读后写”的原则,同时还要注意下面问题:

① 数字和字母相乘时,应将数字写在前,字母写在后,如 $a \times 10$ 应写成 $10a$.

② 带分数和字母相乘时,如要省略乘号,则应将带分数写成假分数,如 $3\frac{1}{2} \times x$, 应写成 $\frac{7}{2}x$.

③ 在代数式中,“除”的关系一般都写成“分数”形式.

④ 应正确理解和、差、积、商、多、少、大、小、倍、分等数学术语的意义.

【代数式的值】 用数值代替代数式里的字母,计算后所得的结果叫做代数式的值.

说明 代数式中字母的取值必须保证代数式有意义,同时要保证它本身所表示的数量有意义.

代数式和代数式的值既有联系又有区别.代数式是具有普遍意义的式子,而代数式的值是在用数值代替代数式中的字母的特定情况下,经过计算后所得的结果.但当字母的取值不断变化时,代数式的值也随之相应地发生变化,这又显示了代数式和代数式的值二者之间的联系.

【单项式】 由数与字母的积组成的代数式叫做单项式.

说明 在单项式中只含有乘法(包括乘方)和数字作除数的除法运算,单独一个数或一个字母也是单项式.

单项式中的数字因数叫做这个单项式的系数.如单项式 ab^2 的系数是 1, $-4a$ 的系数是 -4 .

一个单项式中,所有字母的指数和叫做这个单项式的次数.如单项式 $4a^3b^2c$ 的次数是 6.

【多项式】 几个单项式的和叫做多项式.

说明 在多项式中,每个单项式叫做多项式的项,其中不含字母的项叫做常数项.

一个多项式含有几项,就叫做几项式.

多项式中,次数最高项的次数,就是这个多项式的次数.

单项式和多项式的区别不在于它们含数字大小及字母指数的大小,应

根据定义从它们所含运算去判别.

单项式和多项式的次数的判别方法截然不同, 单项式的次数由所含字母的指数和来决定, 而多项式的次数则由所含项的次数最高者决定.

【整式】 单项式和多项式统称为整式.

【降幂排列和升幂排列】 把一个多项式按其中某一字母的指数从小到大的顺序排列起来, 叫做把多项式按这个字母升幂排列; 把一个多项式按其中某一字母的指数从大到小的顺序排列起来, 叫做多项式按这个字母降幂排列.

说明 如把多项式 $3x^2 - 4x^5 + 2x^3 - 8x^4 + x - 7$ 按 x 升幂排列应为 $-7 + x + 3x^2 + 2x^3 - 8x^4 - 4x^5$, 按 x 降幂排列应为 $-4x^5 - 8x^4 + 2x^3 + 3x^2 + x - 7$.

【同类项】 所含字母相同, 并且相同字母的次数也相同的项叫做同类项. 几个常数项也是同类项.

说明 判断同类项有两条标准, 一是字母完全相同, 二是相同字母的指数相同. 同时还应注意:

① 同类项与所含字母的顺序无关, 但为了判断方便, 可以将所含字母按一般字母表的顺序排列;

② 在决定两个单项式是否是同类项时, 系数不起作用.

【合并同类项】 把多项式中的同类项合并成一项, 叫做合并同类项.

【合并同类项的法则】 把同类项的系数相加, 所得结果作为系数, 字母和字母的指数不变.

说明 合并同类项时容易发生两种错误, 一是把非同类项强行合并, 如发生类似 $2a + b = 2ab$, $3a^2 + a = 4a^3$ 等错误; 二是在把同类项合并时发生计算错误, 如发生 $2a + a = 3a^2$, $2a - a = 2$ 等错误.

【去括号法则】 括号前是“+”号, 把括号和它前面的“+”号去掉, 括号里各项都不变符号; 括号前是“-”号, 把括号和它前面的“-”号去掉, 括号里各项都改变符号.

【添括号法则】 添括号后, 括号前面是“+”号, 括到括号里的各项都不变号; 添括号后, 括号前面是“-”号, 括到括号里的各项都改变符号.

【整式的加减法则】 先去括号法则去括号, 再合并同类项.

例1 化简 $8(3x^2 - 5xy - 6y^2) - 5(3x^2 - 6xy - 7y^2) - 3(y^2 - 2x^2)$.

$$\begin{aligned} \text{解: } & 8(3x^2 - 5xy - 6y^2) - 5(3x^2 - 6xy - 7y^2) - 3(y^2 - 2x^2) \quad (\text{乘法分配律}) \\ &= (24x^2 - 40xy - 48y^2) - (15x^2 - 30xy - 35y^2) - (y^2 - 6x^2) \quad (\text{去括号法则}) \\ &= 24x^2 - 40xy - 48y^2 - 15x^2 + 30xy + 35y^2 - y^2 + 6x^2 \quad (\text{加法交换律}) \\ &= 24x^2 - 15x^2 + 6x^2 - 40xy + 30xy - 48y^2 + 35y^2 - y^2 \quad (\text{合并同类项法则}) \end{aligned}$$