高等学校教学用書

微分方程解析理論講义

B. B. 戈魯別夫著

高等教育出版社

高等学校教学用書

微分方程解析理論講义

B. B. 戈魯別夫著
路見可　齐民友譯

高等教育出版社

本書系根据苏联國立技術理論書籍出版社（Государственное издательство технико-теоретической литературы）出版的戈魯別夫（В. В. Голубев）所著“微分方程解析理論講义”（Лекции по аналитической теории дифференциальных уравнений）1950年第二版譯出。原書經苏联高等教育部審定为國立綜合大学教学参考書。

本書由路見可、齐民友兩同志合譯，吳厚心同志曾参加引言及第一章的部分翻譯工作。

微分方程解析理論講义

В. В. 戈魯別夫著

路見可 齐民友譯

高等教育出版社出版

北京琉璃廠一七〇號

（北京市書刊出版業營業許可證出字第〇五四號）

商務印書館上海廠印刷　新華書店總經售

書號13010·98　開本850×1168 1/32　印張 14 4/16　字數365,000

一九五六年十月上海第一版

一九五六年十月上海第一次印刷

印數1—9,000　　定價(8) ¥1.60

目　錄

高等学校教学用書

微分方程解析理論講义

B. B. 戈魯别夫著
路見可　齐民友譯

高等教育出版社

本書系根据苏联國立技術理論書籍出版社（Государственное издательство технико-теоретической литературы）出版的戈魯别夫（В. В. Голубев）所著“微分方程解析理論講义”（Лекции по аналитической теории дифференциальных уравнений）1950年第二版譯出。原書經苏联高等教育部審定为國立綜合大学教学参考書。

本書由路見可、齐民友兩同志合譯，吳厚心同志曾参加引言及第一章的部分翻譯工作。

微分方程解析理論講义

В. В. 戈魯别夫著

路見可 齐民友譯

高等教育出版社出版

北京琉璃廠一七〇號

（北京市書刊出版業營業許可證出字第〇五四號）

商務印書館上海廠印刷　新華書店總經售

書號 13010·98　開本 850×1168 1/32　印張 14 4/16　字數 365,000

一九五六年十月上海第一版

一九五六年十月上海第一次印刷

印數 1—9,000　　定價(8) ¥1.60

目 錄

原書第二版序

本“講义”的第二版主要的是重印了在一九四一年發行的第一版原文。並放進了一些不重要的补充和改正了顯著的誤刊。

我对於我的在科学工作与教学工作中的同志們以及听我講的同志們，致以深厚的謝忱，因为他們指出了原文中許多应更正的以及应确切說明的地方。

B. B. 戈魯別夫

一九五〇年五月卅一日

原書第一版序

本書所敍述的是著者多年來对莫斯科大学学生及研究生所作講演的內容，並作了若干补充。

課程的任务是要使听講者熟悉解析函数論中的一些經典問題，而这些問題已超出了解析函数基礎理論課程及教本的內容范圍。

解析函数論課程的內容通常限於一般的定理、它們几乎全是在單值函数上的应用、存在定理以及保角映射的簡單例子，有时也包括一些屬於畢卡定理及其各种推廣問題和一些屬於單叶函数論的問題。而且完全不談这样一些基本問題，如：代数函数論、黎曼曲面論、代数函数的虧格概念，以及一般說來与多值函数、其奇異点的性質与分类有关的所有問題；最后，还有多面体函数論、模函数論与自守函数論的基本概念，也就是一方面与运动羣有关另一方面又与保角映射的重要問題有关的一切函数理論的基本概念，这些都沒有触及。

微分方程解析理論，除了其本身固有的任务与方法外，提供了非常適当的材料以便熟諳上面所列举的問題。

本書就是在这种观点下寫出的。著者在寫本書时探納了在講演中听講者所提的許多意見。我特别廣泛地使用了工農紅軍的軍事航空大学副教授符·斯·布加切夫所作的听課筆記。为了使我得以使用这些筆記並在寫作本書許多節时得到他的帮助，我謹在此对他表示衷心的感謝。

B. B. 戈魯别夫

引 言

微分方程的積分法問題是数学分析中的一个古典的和最为重要的問題。

力学、数学物理、工程科学和其他各种知識領域中为数極多的問題都可化为微分方程積分法的問題。在这些方程的求積中所遇到的数学上的困难时常阻碍着应用問題的解決。著名的三体問題就是一个例子；由於沒有方法來積出像这一問題中所遇到的那一类型方程，由於不可能澈底地研究它們的積分，就使这个問題的澈底解決完全成为不可能。

在研究微分方程的積分方面的每一進展，立刻就能促進一系列应用問題的解決。斯·弗·柯瓦列夫斯卡婭所發現的、並且澈底研究过的剛体运动的情况就是一个經典性的例子。她本想找出剛体运动的那些情况，使其对应方程的積分具有某种解析性質，这样她就發現了上面这一种情况。

微分方程理論的發展，对於数学分析本身的發展，也有同等重要的意义。在近代函数論的各种一般方法所導出的無限多种多样的函数中，当然並不是全体都有同等的研究价值；多数情况下，具有某些特殊的函数性質(例如週期性、加法性定理等等)的函数类，或者满足一些特別簡單类型微分方程的函数类，才有特殊的价值。微分方程理論是供給数学分析以各种新的函数类的泉源。微分方程理論中的問題導出了橢圓函数論、阿倍尔函数論、自守函数論以及各种所謂特殊函数(勒雄特兒函数、貝塞尔函数、拉梅函数等等)的理論。

在微分方程理論的最初研究中，自然是力圖將方程的積分用已知

函数表示出來，或者將方程的求積問題化为求已知函数的積分。在这个方向下，十八世紀的数学家們——欧拉、貝奴里、克萊洛等人——得到了許多基本的結果。这些結果現时都敍述在关於微分方程求積法的初級教本中。

但是在这个方向下，只有在特別簡單的微分方程的情況下問題才能解決。在絕大多数情況下，尋求積分的問題並不導致計算已知函数的積分，而且積分本身也不能表为已知函数的有限組合。这一情況提出了直接从微分方程本身來研究積分性質的問題。这种研究可以在不同的方向下進行。

一方面，例如可以从这样的見解出發：即从几何观点看來，方程的積分是某种曲線——積分曲線，可以研究这些積分曲線的一般性質、它們的奇異点、它們的一般分佈等等。从这一观点出發，微分方程的研究引向所謂**微分方程的定性理論**。

也可以从另一观点來研究微分方程的積分。早在歌西即已指出，在关於微分方程性質的極为廣泛的假定下，它的積分是**复变数的解析函数**。因此，可以用尋常的复变函数論的方法來研究这些積分。从这个观点出發，微分方程積分的研究導向微分方程的解析理論。因而微分方程的解析理論是复变函数普遍理論的一部分，其中应用了一般的方法來研究不同类型微分方程的積分，來找出这样的微分方程的类型，使其積分具有某种从复变函数論观点看來特別有意义的性質（單值性、奇異点的性質等等）。

作为复变函数論普遍理論的一部分，微分方程的解析理論与普遍理論平行地發展起來了。它的發展的起点奠定於歌西的著作中①，歌西对於很廣泛的一类微分方程証明了作为复变数解析函数的積分的存在。歌西的結果帶着局部的特征，只是在初始值所确定的鄰域中研究

① Cauchy A., "C. R.", 卷 9, 10, 11, 14, 15 及 23(1839—1849)（一些短文）。Oeuvres, 卷 4—7, 卷 10 第一部分。