

大学数学手册

DAXUE
SHUXUE
SHOUCE

山东科学技术出版社

大学数学手册

郭大钧 主编

山东科学技术出版社

一九八五年·济南

大学数学手册

郭大钧 主编

*

山东科学技术出版社出版

山东省新华书店发行

济南印刷厂印刷

*

787×1092毫米32开本 35.25印张 4插页 897千字

1985年9月第1版 1985年9月第1次印刷

(平)定价6.80元 印数: 1—22000

(精)定价7.60元 印数: 1—30800

书号 13195·113

内 容 简 介

《大学数学手册》是一部以当代大学数学课程为主要内容的全面系统又有实用价值的工具书。包括解析几何与微分几何、微积分学、高等代数、微分方程与积分方程、复变函数、实变函数与泛函分析、积分变换、特殊函数、概率论与数理统计、计算方法、运筹学等，还有初等数学知识和数表。

本手册不仅具备了一般手册中的数学概念、定理、公式、解法、图象、数表，而且还注意了：

内容的安排与教学内容密切配合，由浅入深，循序渐进，使理工科大学学生在几年的学习过程中均有益处，并形成一个整体的概貌。

坚持纯粹数学与应用数学并重的方针，做到理论、方法、应用并重。各重要概念，都严格写出定义；各重要定理及公式，都严格指出其成立的条件；对叙述较长的方法，都举了例子，以加深读者的理解与掌握。

本手册可供各类大学的学生、研究生使用，也可作为大、中学教师、工程技术人员及数学爱好者的工具书。

主 编 郭大钧
编 写 庄 万 张效先
陈玉波 袁益让
陈力行 李厚源
陈蒙恩 周学圣
裘卓明 张培旋
刘家庄
责任编辑 宋德万

前 言

数学，是重要的基础学科，是研究客观世界中的数量关系和空间形式的科学。今天，数学已渗透到一切科学领域，是一切科学的得力助手和工具。一切科学只有成功地运用数学时，才算达到了真正完善的地步。因此，一切从事工农业生产、科学研究和工程技术工作的人员，都急切地希望学好数学，以从数学中获取智慧和力量。目前，学好数学只靠课堂讲授，已经满足不了高速发展的时代需要。广大在校学习的大学生、走向工作岗位的大学毕业生以及有志自学成才的数学爱好者，都急切需要一本能帮助广大读者学好数学的工具书。

鉴于此，我们编写了这部以当代大学数学课程为主要内容的《大学数学手册》。全书主要内容包括：解析几何与微分几何，微积分学，高等代数，微分方程与积分方程，复变函数，实变函数与泛函分析，积分变换，特殊函数，概率论与数理统计，计算方法，运筹学等，还有初等数学知识及数表，共24章。

在编写过程中，注意了数学所具有的高度精确性、高度抽象性及应用广泛性三个特点，又考虑到理、工科各类学校的实际需求，使其对各类学校的大学生与研究生都有益处。本手册的特点是：

(1) 内容的安排与教学内容配合密切，由浅入深，使其与学生大学学习过程紧密相关，就象教科书一样，也是每个理、

工科大学生必备的工具书。

(2) 坚持纯粹数学与应用数学并重的方针,做到理论、方法、应用并重。对于各重要概念,都严格写出定义,使读者能正确无误地理解;对于各重要定理及公式,都严格指出成立的条件,使读者准确地理解和运用;对于叙述较长的方法,都举了例子,以加深读者理解与掌握。

(3) 对于在国民经济中有较多直接应用的数学分支(如微分方程,概率论与数理统计,计算方法,运筹学等),都给予详细地论述,并举了相当数量的例子。

本手册不仅具备了一般手册中的数学概念、定理、公式、解法、图象、数表,而且有较详细的叙述说明和较多的例子。本手册可作大学生与研究生复习、巩固已学知识和进一步学习新知识的参考书,也是大、中学校教师和工程技术人员及广大数学爱好者的一本有实用价值的工具书。

一九八四年九月

目 录

I 初等数学知识

一、代数

(一)数及其运算	1
1. 数的系统表	1
2. 基本运算律	1
3. 实数	1
4. 复数	2
(二)式及其运算	3
1. 式的分类表	3
2. 乘法及因式分解公式	4
3. 比例	4
4. 分式	5
5. 根式	6
6. 不等式	7
7. 数列	10
8. 阶乘、排列、组合与二项式定理	12
(三)方程	15
1. 方程的分类表	15
2. 一元一次方程的解	15
3. 一次方程组的解	15
4. 一元二次方程的解	16
(四)初等函数	16
1. 初等函数分类表	16
2. 几种常见初等函数的性质和图象	17
3. 指数函数和对数函数	18
4. 双曲函数	23

二、初等几何计算公式

(一)平面几何	27
1. 三角形	27
2. 四边形	28

3. 正多边形	30
4. 与圆有关的各种图形	31
(二)立体几何	33
1. 多面体	33
2. 旋转体	35
3. 多面体和旋转体主要元素间的关系	37

三、平面三角

(一)三角函数与反三角函数

	40
1. 弧度与度的关系	40
2. 三角函数定义	40
3. 单位圆中三角函数线	40
4. 三角函数在各象限内的正负号	41
5. 三角函数的图形	41
6. 三角函数的基本性质	43
7. 特殊角的三角函数值	43
8. 反三角函数的图形	43
9. 反三角函数的基本性质主	46
值	46

(二)三角公式

1. 同角三角函数基本关系	46
2. 任意角三角函数诱导公式	47
3. 三角函数相互关系	47
4. 加法公式	47
5. 倍角公式	49
6. 半角公式	49
7. 和差与积互化公式	50
8. 三角补充公式	50
9. $A+B+C=180^\circ$ 时A、B、C的三角函数间关系	51

10. 化 $a\sin\alpha + b\cos\alpha$ 为一个角 的一个函数的形式	52	(五)重要平面曲线	76
11. 反三角函数恒等式	52	1. 立方抛物线	73
(三)解斜三角形	53	2. 半立方抛物线	76
1. 正弦定理	53	3. 概率曲线	76
2. 余弦定理	53	4. 箕舌线	76
3. 射影定理	53	5. 蔓叶线	73
4. 正切定理	53	6. 尼克米德蚌线	76
5. 半角定理	53	7. 环索线	76
6. 斜三角形的解法	54	8. 笛卡尔叶形线	76
(四)三角方程	55	9. 悬链线	77
1. 最简三角方程的通解	55	10. 旋轮线(摆线)	77
2. 一般三角方程的解法	55	11. 内摆线	77
四、平面解析几何		12. 星线形(内摆线的一种)	77
(一)基本问题	55	13. 外摆线	77
1. 坐标系与坐标变换	55	14. 蚌线	77
2. 三个基本公式	56	15. 心脏线	77
(二)直线	57	16. 蜡线	77
1. 直线的斜率	57	17. 圆渐开线	78
2. 直线方程	57	18. 曳物线	78
3. 点到直线的距离	57	19. 弹道曲线	78
4. 两平行直线间的距离	57	20. 阿基米德螺线(等速螺线)	78
5. 两直线之间的关系	57	21. 对数螺线(等角螺线)	78
6. 三点共线与三线共点	62	22. 双曲螺线	78
(三)圆锥曲线	62	23. 连锁螺线	79
1. 圆	62	24. 双纽线	79
2. 椭圆	65	25. 三叶玫瑰线	79
3. 双曲线	67	26. 四叶玫瑰线	79
4. 抛物线	70		
5. 圆锥曲线统一定义	73		
(四)一般二次曲线	74		
1. 二次曲线的切线与法线	74		
2. 二次曲线的不变量	74		
3. 二次曲线的分类	74		
4. 二次曲线 $y^2 = ax^2 + bx + c$ 的几种情况	75		
		II 空间解析几何	
		一、向量代数	
		1. 向量概念与线性运算	80
		2. 向量的分解与空间直角坐 标系	81
		3. 两个向量的乘积	83

4. 三个矢量的乘积.....	84	4. 阿基米德性质.....	111
5. 空间直角坐标系中一些常用公式.....	86	(二) 反映实数集 R 完备性的几个等价条件.....	112
6. 空间中坐标变换.....	88	1. 确界.....	112
二、空间中的平面和直线		2. 闭区间套定理.....	113
1. 空间中的平面.....	89	3. 有限覆盖定理.....	113
2. 空间中的直线.....	91	4. 聚点.....	114
3. 直线和平面间的位置关系.....	93	二、一元函数的极限	
4. 关于直线、平面的一些常用问题.....	93	(一) 一元函数与数列的定义.....	115
三、二次曲面		(二) 数列与一元函数的极限概念.....	115
1. 空间中曲面方程.....	95	1. 数列 $\{a_n\}$ 极限的定义.....	115
2. 空间中曲线方程.....	96	2. 函数极限的定义.....	115
3. 柱面、锥面、旋转曲面.....	96	(三) 极限概念的统一描述.....	117
4. 解析法讨论二次曲面的步骤.....	99	(四) 无穷小量.....	118
5. 椭球面.....	99	1. 定义.....	118
6. 双曲面.....	100	2. 与一般有极限变量之间的关系.....	118
7. 抛物面.....	101	3. 无穷小量的阶.....	118
8. 直纹二次曲面.....	102	4. 无穷小量的运算.....	119
9. 二次曲面围成区域和交线举例.....	103	(五) 无穷大量.....	119
四、二次曲面的一般理论		1. 定义.....	119
1. 二次曲面的中心.....	104	2. 无穷大量与无穷小量的关系.....	119
2. 二次曲面的直径面与主径平面.....	105	3. 无穷大量的阶.....	120
3. 不变量的概念.....	106	4. 无穷大量的运算.....	120
4. 类型判别及简化方程.....	107	(六) 有极限变量的性质.....	120
Ⅱ 极限与连续		1. 唯一性.....	120
一、实数集		2. 局部有界性.....	120
(一) 实数.....	110	3. 局部保号性.....	121
1. 全序性.....	110	4. 局部不等性.....	121
2. 稠密性.....	110	5. 极限的四则运算法则.....	121
3. 完备性.....	110		

(七)关于极限的存在定理 121	2. 反函数存在准则..... 129
1. 两边夹迫敛定理..... 121	3. 反函数连续定理..... 129
2. 单调有界变量极限存在定 理..... 122	四、多元函数及其连续性
3. 柯西极限存在定理..... 122	(一) n 维欧几里得空间的 概念..... 129
4. 用数列极限描述的极限存 在定理..... 123	(二) n 维点集..... 130
5. 用上、下极限描述的极限 存在定理..... 123	1. 基本概念..... 130
(八)一些重要极限..... 123	2. 基本定理..... 131
三、一元连续函数	(三)多元函数及其极限与 连续性..... 132
(一)一元函数连续性概念 124	1. n 元函数的定义..... 132
1. 函数在点 $x=x_0$ 连续的定义 124	2. n 元函数极限的定义..... 133
2. 函数在点 x_0 单侧连续的定义 125	3. n 元函数极限定义的等价 条件..... 133
3. 函数在区间连续的定义..... 125	4. n 元函数在一点有极限的 准则..... 134
(二)一元函数的间断点及 其分类..... 125	5. n 元函数的累次极限..... 134
(三)一元函数在连续点的 性质..... 127	6. n 元函数的连续性概念..... 135
1. 局部有界性..... 127	7. n 元连续函数的四则运算 法则..... 136
2. 局部保号性..... 127	8. 复合函数的连续性..... 136
3. 四则运算性质..... 128	9. 在有界闭区域上连续多元 函数的性质..... 137
4. 复合函数的连续性..... 128	IV 微分学
(四)在闭区间上连续函数 的性质..... 129	一、一元函数微分学
1. 有界性..... 129	(一)概念与运算..... 138
2. 最值存在性..... 129	1. 导数的概念..... 138
3. 介值性..... 129	2. 微分的概念..... 139
4. 一致连续性..... 128	3. 基本法则..... 140
(五)一元函数反函数及其 连续性..... 125	4. 导数与微分公式..... 142
1. 反函数定义..... 128	5. 高阶导数与高阶微分..... 144
	6. 一些函数的 n 阶导数公式 146
	(二)微分学中值定理..... 147
	1. 洛尔中值定理..... 147

2. 拉格朗日中值定理·····	147
3. 柯西中值定理·····	147
4. 泰勒公式·····	148
5. 洛比塔法则·····	150

(三) 导数与微分的应用 ·····	152
-----------------------	-----

1. 导数作为切线斜率的初步 应用·····	152
2. 微分用于近似计算·····	153
3. 函数的单调性·····	153
4. 函数的极值·····	153
5. 函数的凹向及拐点·····	154
6. 渐近线·····	154
7. 几个函数的图象·····	155
8. 弧的微分与曲率·····	155

二、多元函数微分学

(一) 概念与运算·····	157
----------------	-----

1. 二元函数偏导数概念·····	157
2. n 元函数偏导数定义·····	158
3. 复合函数的微分法·····	158
4. 高阶偏导数·····	159
5. 二元函数的全微分·····	160
6. n 元函数的全微分·····	162

(二) 多元函数中值定理与 泰勒公式·····	164
----------------------------	-----

1. 中值定理·····	164
2. 多元函数的泰勒公式·····	164

(三) 隐函数定理·····	165
----------------	-----

1. 二元函数的隐函数存在定 理·····	165
2. 多元函数的隐函数存在定 理·····	166
3. 雅可比行列式·····	166
4. 方程组的隐函数存在定理 ·····	168

(四) 多元函数微分学的应用	
----------------	--

·····	169
1. 几何上的应用·····	169
2. 二元函数的极值·····	171
3. 多元函数的条件极值·····	172

V 积分学

一、不定积分

(一) 原函数与不定积分 ·····	174
-----------------------	-----

1. 原函数·····	174
2. 不定积分·····	174
3. 基本积分公式·····	174
4. 不定积分法则·····	175

(二) 有理函数的不定积分 ·····	176
------------------------	-----

1. 有理函数的不定积分·····	176
2. 可化为有理函数的不定积 分·····	176

(三) 不定积分表·····	177
----------------	-----

1. 含 $a+bu$ 的有理式·····	177
2. 含 $a^2 \pm b^2u^2$ 的有理式·····	178
3. 含 $\sqrt{a+bu}$ 的式子·····	179
4. 含 $\sqrt{u^2 \pm a^2}$ 的式子·····	180
5. 含 $\sqrt{a^2 - u^2}$ 的式子·····	182
6. 含 $\sqrt{2au \pm ua}$ 的式子·····	184
7. 二项简化公式·····	185
8. 含 $a+bu \pm cu^2 (c>0)$ 的式 子·····	186
9. 其他代数式·····	187
10. 指数式与对数式·····	190
11. 三角式·····	190
12. 三角简化公式·····	192
13. 反三角函数·····	193
14. 双曲函数·····	194

二、定积分

(一) 定积分的概念及其存

在性..... 195

1. 定积分的概念..... 195

2. 可积的条件..... 196

3. 可积函数族..... 196

(二) 定积分的性质..... 197

1. 可分性与补充定义..... 197

2. 定积分的不等式..... 197

3. 定积分中值定理..... 198

(三) 定积分的计算..... 199

1. 基本公式(牛顿-莱布尼兹公式)..... 199

2. 换元积分法..... 199

3. 分部积分法..... 199

4. 奇偶性、周期性的利用..... 199

(四) 广义积分..... 200

1. 无穷区间的广义积分..... 200

2. 无界函数的广义积分..... 201

(五) 含参数的积分..... 202

1. 含参数的常义积分..... 202

2. 含参数的广义积分..... 202

(六) 定积分表..... 204

(七) 定积分的近似计算..... 208

1. 梯形法..... 208

2. 辛卜生公式..... 208

三、多重积分

(一) 二重积分..... 209

1. 二重积分的概念..... 209

2. 二元函数的可积条件..... 209

3. 可积的二元函数类..... 210

4. 二重积分的性质..... 210

5. 二重积分的计算..... 210

(二) 三重积分..... 212

1. 三重积分化为累次积分..... 212

2. 三重积分的换元积分法..... 213

(三) n 重积分..... 2141. n 重积分化为 n 次积分..... 2142. n 重积分的换元积分法..... 215

(四) 曲线积分..... 215

1. 第一型曲线积分..... 215

2. 第二型曲线积分..... 216

3. 平面上的曲线积分..... 217

4. 曲线积分与路径无关的条件..... 218

(五) 曲面积分..... 219

1. 第一型曲面积分..... 219

2. 第二型曲面积分..... 220

(六) 多重积分、曲线积分、曲面积分之间的关系..... 223

1. 平面曲线积分与二重积分的关系(格林公式)..... 223

2. 曲线积分与三重积分的关系(奥斯特洛格拉特斯基-高斯公式)..... 223

3. 曲线积分与曲面积分的关系(斯托克斯公式)..... 223

(七) 积分的应用..... 223

1. 求面积..... 223

2. 求体积..... 225

3. n 维欧氏空间的超立方体与超球体..... 226

4. 求重心..... 227

5. 求转动惯量..... 228

6. 求液体压力..... 228

7. 求变力所做的功..... 229

四、场论初步

1. 场..... 229

2. 梯度场与方向导数..... 229

3. 散度场..... 230

4. 旋度场..... 231

5. 拉普拉斯算子在球坐标系

和柱坐标系中的表达式..... 233

VI 无穷级数与无穷乘积

一、无穷级数

(一) 常数项级数..... 234

1. 基本概念..... 234

2. 基本性质..... 234

3. 正项级数..... 235

4. 任意项级数..... 237

(二) 二重级数..... 238

1. 基本概念..... 238

2. 收敛的必要条件..... 238

3. 累级数..... 238

4. 二重级数与累级数的关系
..... 239

5. 正项级数..... 239

6. 绝对收敛级数..... 239

(三) 函数项级数..... 240

1. 基本概念..... 240

2. 一致收敛判别法..... 240

3. 和函数的性质..... 241

(四) 幂级数..... 241

1. 基本概念与基本性质..... 241

2. 函数的幂级数展开式..... 242

(五) 傅立叶级数..... 253

1. 正交函数系..... 253

2. 任意函数在各种区间上的
傅立叶级数..... 254

3. 奇函数展为正弦级数..... 255

4. 偶函数展为余弦级数..... 256

5. 傅立叶系数的性质..... 256

6. 傅立叶级数的逐项积分和
逐项微分..... 257

7. 傅立叶级数的收敛定理..... 257

8. 函数的傅立叶级数展开式
表..... 257

9. 两个三角函数的求和公式

..... 264

10. 几个逼近定理..... 264

二、无穷乘积

1. 基本概念..... 265

2. 收敛判别法..... 265

3. 函数项无穷乘积的一致收
敛..... 266

4. 无穷乘积展开式表..... 266

VII 高等代数

一、多项式与代数方程

(一) 基本概念..... 268

1. 数域..... 268

2. 一元 n 次方程、根..... 268

3. 最大公因式..... 268

4. 最小公倍式..... 269

5. 不可约多项式..... 269

(二) 一般性质..... 269

1. 代数学基本定理..... 269

2. 单根与重根..... 270

3. 实根与复根..... 270

4. 整数根与有理数根..... 270

5. 因式分解..... 270

6. 根与系数的关系..... 271

(三) 三次方程..... 271

1. $x^3 - 1 = 0$ 2712. $x^3 + px + q = 0$ 2723. $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ 273

(四) 四次方程..... 273

1. $ax^4 + cx^2 + d = 0$ 2732. $ax^4 + bx^3 + cx^2 + bx + a = 0$
..... 2733. $x^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$
..... 273

4. 阿倍耳定理..... 274

(五)多元多项式..... 274	(四)矩阵的秩..... 286
1.多元多项式..... 274	1.矩阵的秩..... 286
2.对称多项式..... 274	2.矩阵秩的求法..... 286
二、行列式	3.在矩阵运算中秩的估计..... 286
(一)基本概念..... 276	(五)逆矩阵..... 287
1.逆序..... 276	1.逆矩阵..... 287
2. n 阶行列式..... 276	2.逆矩阵的性质..... 287
3.子式、代数余子式..... 276	3.逆矩阵的求法..... 287
(二)行列式的性质..... 277	(六)分块矩阵..... 288
(三)几个常用的行列式	1.分块矩阵..... 288
..... 278	2.分块矩阵运算规律..... 288
1.对角线行列式..... 278	3.准对角矩阵..... 288
2.三角形行列式..... 278	(七)几个特殊矩阵..... 288
3.带形行列式..... 278	1.对角矩阵..... 288
4.范德蒙行列式..... 279	2.对称矩阵与反对称矩阵..... 290
(四)行列式的计算..... 279	3.复共轭矩阵..... 291
1.二阶行列式..... 279	4.埃尔米特矩阵与反埃尔米
2.三阶行列式..... 279	特矩阵..... 291
3. n 阶($n \geq 4$)行列式..... 279	5.正交矩阵..... 291
三、矩阵	6.酉(U)矩阵..... 292
(一)矩阵..... 280	四、线性方程组
1.矩阵..... 280	(一)向量空间..... 292
2.零矩阵..... 281	1. n 维向量空间..... 292
3.负矩阵..... 281	2.向量组的相关性..... 293
4.单位矩阵..... 281	3.等价向量组..... 295
(二)矩阵的代数运算..... 282	4.极大线性无关组与向量组
1.矩阵的相等..... 282	的秩..... 295
2.矩阵的加减法..... 282	(二)线性方程组..... 296
3.矩阵与数量乘法..... 282	1.基本概念..... 296
4.矩阵的乘法..... 282	2.非齐次线性方程组..... 297
5.矩阵的转置..... 283	3.齐次线性方程组..... 299
(三)初等变换、初等矩阵	五、特征值、特征向量
..... 283	1.特征值、特征向量..... 300
1.初等变换..... 283	2.特征矩阵..... 301
2.初等矩阵..... 284	3.特征向量的求法..... 301
3.等价矩阵..... 285	

4. 特征值、特征向量的性质	302	3. 基、维数与坐标	118
六、矩阵的相似对角形		4. 基变换与坐标变换	318
1. 相似矩阵	303	(二) 线性子空间	319
2. 相似矩阵的性质	303	1. 线性子空间	319
3. 矩阵与对角矩阵相似的充要条件	304	2. 子空间的交与和	319
4. 实对称矩阵的对角化	304	3. 子空间的直(接)和	320
七、 λ -矩阵		(三) 线性空间的同构	320
1. λ -矩阵	305	十、线性变换	
2. 等价	306	1. 线性变换	321
3. 不变因子与初等因子	306	2. 线性变换的运算	322
4. λ -矩阵的标准形	307	3. 线性变换的矩阵	322
5. 若当标准形	309	4. 线性变换的值域与核	324
6. 矩阵的最小多项式	310	十一、欧氏空间与酉空间	
八、二次型		1. 欧氏空间基本概念	324
(一) 二次型及其矩阵	311	2. 度量矩阵	325
1. 二次型	311	3. 标准正交基	326
2. 线性变换	312	4. 正交变换	326
3. 合同矩阵	312	5. 酉空间	326
(二) 二次型的标准形	313	十二、抽象代数基础	
1. 二次型的标准形式	313	(一) 代数系统	327
2. 二次型化标准形的方法	313	1. 代数运算	327
3. 用正交变换化实二次型为标准形式	314	2. 代数系统	328
4. 规范形	314	(二) 群	328
(三) 实二次型分类	315	1. 群的概念	328
1. 正定二次型	315	2. 群的性质	329
2. 负定二次型	315	3. 子群	330
3. 半正定、半负定、不定二次型	316	4. 子群的倍集	330
九、线性空间		5. 不变子群、商群	331
(一) 线性空间	317	6. 群的同态与同构	331
1. 定义	317	7. 循环群	332
2. 性质	317	(三) 环	333
		1. 环	333
		2. 子环	335
		3. 理想	335
		(四) 域	335

1. 域.....	335
2. 子域.....	336

Ⅷ 复变函数

一、解析函数

1. 极限、连续和可导.....	337
2. 柯西-黎曼条件.....	337
3. 欧拉公式.....	338
4. 多值函数和黎曼面.....	340

二、柯西定理和柯西积分公式

1. 复变积分.....	343
2. 柯西定理.....	344
3. 柯西积分.....	345
4. 含复参变量的积分.....	346

三、解析函数的级数表示

1. 外尔斯特拉斯二重级数定理.....	347
2. 泰勒展式和罗朗展式.....	348
3. 解析函数的内在性质.....	349
4. 半纯函数的展开.....	350
5. 平面流动.....	351

四、孤立奇点和留数

1. 孤立奇点.....	352
2. 留数.....	353
3. 留数定理.....	354
4. 用留数计算实积分.....	354
5. 解析函数零点个数.....	356
6. 某些级数求和.....	357

五、保角变换

1. 解析函数的几何性质.....	357
2. 黎曼存在唯一性定理.....	357
3. 保角变换的基本原则.....	358
4. 线性变换.....	358
5. 其他初等变换.....	360

Ⅸ 常微分方程

一、一般概念与一阶方程的初等积分法

(一)一般概念.....	363
1. 微分方程.....	363
2. 方程的阶数.....	363
3. 线性与非线性方程.....	363
4. 方程的解.....	363
5. 初值问题、通解与特解.....	364
6. 方向场.....	364

(二)已按导数解出的一阶

方程的初等积分法..... 365

1. 可分离变量方程.....	365
2. 化为可分离变量方程.....	365
3. 线性方程.....	366
4. 贝努里方程.....	367
5. 黎卡提方程.....	367
6. 全微分方程.....	367
7. 积分因子的求法.....	368

(三)一阶隐方程的初等积

分法..... 369

1. 不显含 x, y 的方程 $f(y')=0$	369
2. 不显含 y 的方程 $f(x, y')=0$	369
3. 不显含 x 的方程 $f(y, y')=0$	369
4. 引入参数的一般方法.....	369
5. 可将 y 解出的方程 $y=F(x, y')$	370
6. 可将 x 解出的方程 $y=F(y, y')$	371
(四)奇解及其求法.....	371
1. 奇解.....	371
2. c -判别曲线.....	371
3. p -判别曲线.....	372