高等学校教学用書

連續介質力学

第二册

Л. Д. 朗道　E. M. 栗弗席兹著

人民教育出版社

高等学校教学用书

連續介質力学

第二卷

[illegible]

人民教育出版社

高等学校教学用書

連續介質力学

第二册

Л. Д. 朗道　E. M. 栗弗席兹著
彭　旭　麟　譯

人民教育出版社

本书是根据苏联国家技术理論书籍出版社（Гостехиздат）出版的朗道（Л. Д. Ландау）、栗弗席兹（Е. М. Лифшиц）著“連續介質力学”（Механика сплошных сред）一书1954年版譯出的，可作为高等学校教学参考书。

原书內容包括流体动力学（共16章）及彈性理論（共4章）两部分，中文譯本暫分三册出版，本册是第二册，包括流体动力学部分的后9章。

連續介質力学
第二册

Л. Д. 朗道，Е. М. 栗弗席兹著
彭旭麟譯

人民教育出版社出版 高等学校教材編輯部 北京宣武門內承恩寺7号
（北京市書刊出版业营业許可証出字第2号）
上海市印刷四厂印刷
新华书店上海发行所发行
各地新华书店經售

統一书号13010·756 开本850×1168 1/32 印張11 8/16
字数281,000 印数1—3,000 定价（4）￥1.10
1960年5月第1版 1960年5月上海第1次印刷

第二册 目录

第八章 声音

第九章 駭波

第十章 可压縮气体的一維运动

第十一章 間断面的相交

第十二章 可压縮气体的平面流动

第十三章 对有限物体繞流

第十四章 燃燒的流体动力学

第十五章 相对論流体动力学

第十六章 超流动性液体的流体动力学

第八章　声音

§63. 声波

现在来考察可压縮流体（或气体）的运动，首先研究其中的微小振动；在可压縮流体中具小振幅的振蕩运动称为声波。声波中，流体的每一处都交替地发生稠密和稀疏。

由于声波中的振动小，所以其中的速度 $\boldsymbol{v}$ 也小。因此可将尤拉方程中 $(\boldsymbol{v}\nabla)\boldsymbol{v}$ 項略去。根据同一理由，流体中压力的相对变化与密度的相对变化也都小。我們把变量 p 和 ρ 写成以下形式：

$$p=p_0+p', \quad \rho=\rho_0+\rho', \tag{63,1}$$

其中 ρ_0, p_0 是恒定的、流体的平衡密度和平衡压力，而 ρ', p' 是密度和压力在声波中的变化量($\rho' \ll \rho_0$, $p' \ll p_0$)。

倘在連續性方程

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\operatorname{div} \rho \boldsymbol{v}=0。$$

中以 (63,1) 代入并略去其中的二阶微量（这时 ρ', p', $\boldsymbol{v}$ 都应看做是一阶微量），它将变为以下形式：

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t}+\rho_0 \operatorname{div} \boldsymbol{v}=0。 \tag{63,2}$$

在同一近似程度內，尤拉方程

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t}+(\boldsymbol{v}\nabla)\boldsymbol{v}=-\frac{\nabla p}{\rho}$$

将化为

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t}+\frac{\nabla p'}{\rho_0}=0。 \tag{63,3}$$

这些經过綫性化的运动方程——(63,2)和(63,3)——能用于

研究声波傳播的条件是，波中流体质点的运动速度应远較声速为小，即 $v \ll c$。比如，在满足 $\rho' \ll \rho_0$ 的要求下就可以获得这一条件[見后面的公式(63,12)]。

方程(63,2)和(63,3)包含着未知函数 $\boldsymbol{v}, p', \rho'$。为了消去其中的一个，应当注意：处在理想流体中的声波与該流体中的任何其他运动一样，总是絕热的。因此，压力的微小变化 p' 与密度的微小变化 ρ' 由以下方程联系：

$$p' = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho_0}\right)_s \rho'。 \tag{63,4}$$

在方程(63,2)中，借助于上式以 p' 代 ρ'，即得

$$\frac{\partial p'}{\partial t} + \rho_0 \left(\frac{\partial p}{\partial \rho_0}\right)_s \operatorname{div} \boldsymbol{v} = 0。 \tag{63,5}$$

带有两个未知量 $\boldsymbol{v}$ 与 p' 的两个方程(63,3)和(63,5)便可用来全面地描述声波的情形了。

为使所有的未知量能用其中的一个来表达，我們最好引入速度势 $\boldsymbol{v} = \operatorname{grad} \varphi$。由方程(63,3)，我們获得联系 p' 与 φ 的等式如下：

$$p' = -\rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} \tag{63,6}$$

(为簡明起見，从現在开始将 p_0 和 ρ_0 的附标略去)。得出上式以后，由(63,5)就获得 φ 所应满足的方程如下：

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - c^2 \Delta \varphi = 0; \tag{63,7}$$

在上式中，

$$c = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s}。 \tag{63,8}$$

属于(63,7)型的方程称为波动方程。将运算子 grad 用于(63,7)，我們就知道，速度 $\boldsymbol{v}$ 的三个分量中的任一个都满足与此类似的方程。又对时間取(63,7)的导数以后，还可証明压力 p' 也能满足波

动方程(因此 ρ' 也能满足)。

討我們考察这样的一种声波，其中各有关量都只与一个坐标相关；比如說，都仅与坐标 x 相关。换句話說，也就是整个运动在 y, z 平面内都是相同的；我們把这样的波称为平面波，这时，波动方程(63,7)取以下的形式：

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}=0。\qquad(63,9)$$

为对以上方程求解，我們引入新变量

$$\xi=x-ct,\quad \eta=x+ct$$

来替代 x, t。容易証实，引用这一对变量后，方程(63,9)将变为

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial\xi\,\partial\eta}=0。$$

按 ξ 积分上列方程，得

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\eta}=F(\eta),$$

其中 $F(\eta)$ 为任意函数。再积分一次，即得 $\varphi_1=f_1(\xi)+f_2(\eta)$，其中 f_1 及 f_2 为任意函数。于是有

$$\varphi=f_1(x-ct)+f_2(x+ct)。\qquad(63,10)$$

平面波中其余有关量 (p', ρ', $\boldsymbol{v}$) 的分布情形，也同样由如上形式的函数来描写。

为明确起見，我們来討論密度 $\rho'=f_1(x-ct)+f_2(x+ct)$；比如，令 $f_2=0$，于是 $\rho'=f_1(x-ct)$。这个解的具体意义，闡明如下：在每一 $x=\text{const.}$ 的平面內，密度将依时間而变化；在每一給定的时刻，密度因 x 的不同而有差异。显然，对于满足于关系式

$$x-ct=\text{const.},\quad 或\quad x=\text{const.}+ct$$

的坐标 x 和时間 t 来說，密度却是相同的。这就意味着，倘若在 $t=0$ 的某一时刻，在流体的某一点处的密度具有某一确定的数值，

则經过一段时間 t，与原来这一点沿 x 軸相距 ct 的另一处，流体的密度将与原来的数值相等(波中其余有关各量也都具有与此相同的性质)。也可以这样来説：运动的图象在介质中以速度 c 沿 x 軸而傳播，速度 c 卽名为声速。

因此，把 $f_1(x-ct)$ 叫做沿 x 軸正向傳播的平面行波。显然，$f_2(x+ct)$ 是沿着与 x 軸指向相反的方向(或者説，沿 x 軸負向)傳播的波。

平面波的速度 $\boldsymbol{v}=\operatorname{grad}\varphi$ 的三个分量中，唯一不等于零的分量是 $v_x=\dfrac{\partial\varphi}{\partial x}$。因此，在声波中，流体的速度方向是在波的傳播方向上。由于这个緣故，人們説流体中的声波为纵波。

在平面行波中，速度 $v_x=v$ 跟压力 p' 及密度 ρ' 具有簡单的联系。写出 $\varphi=f(x-ct)$ 以后，我們得出 $v=\dfrac{\partial\varphi}{\partial x}=f'(x-ct)$ 及 $p'=-\rho\dfrac{\partial\varphi}{\partial t}=\rho cf'(x-ct)$。比較这两个表达式，我們求得

$$v=\frac{p'}{\rho c}。\tag{63,11}$$

据(63,4)，将 $p'=c^2\rho'$ 代入上式，便得出速度与密度变化之間的关系如下：

$$v=\frac{c\rho'}{\rho}。\tag{63,12}$$

另外，还可以指出声波中速度与温度漲落的关系。由 $T'=\left(\dfrac{\partial T}{\partial p}\right)_s p'$，并利用熟知的热力学公式 $\left(\dfrac{\partial T}{\partial p}\right)_s=\dfrac{T}{c_p}\left(\dfrac{\partial V}{\partial T}\right)_p$ 及公式(63,11)，卽得

$$T'=\frac{c\beta T}{c_p}v,\tag{63,13}$$

式中 $\beta=\dfrac{1}{V}\left(\dfrac{\partial V}{\partial T}\right)_p$ 为热膨脹系数。

公式(63,8)是按物質的絕热压縮系数来确定声速的。而絕热

压缩系数与等温压缩系数之間的关系，可用熟知的热力学公式表达如下：

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s=\frac{c_p}{c_v}\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_T。 \tag{63,14}$$

现在我們来計算理想(此处指热力学意义下的"理想")气体中的声速。理想气体的物态方程为

$$pV=\frac{p}{\rho}=\frac{RT}{\mu},$$

其中 R 为气体常数，μ 为分子量。于是得出声速的表达式

$$c=\sqrt{\gamma\frac{RT}{\mu}}, \tag{63,15}$$

式中 $\gamma=\frac{c_p}{c_v}$①。通常 γ 与温度的关系不大，故可認为气体中的声速正比于温度的平方根，在給定的温度下它与气体的压力无关。

最重要的是所謂单色波的情形，在单色波中各有关量都是时間的簡单周期(簡諧)函数。这类函数通常最好写成复数表达式的实数部分(见 § 24 前段)。例如：将速度势写成

$$\varphi=\mathrm{Re}\{\varphi_0(x,\ y,\ z)\,e^{-i\omega t}\}, \tag{63,16}$$

式中 ω 为波的頻率。函数 φ_0 适合于方程

$$\Delta\varphi_0+\frac{\omega^2}{c^2}\varphi_0=0, \tag{63,17}$$

这个式子是以(63,16)代入(63,7)而得到的。

我們来看一看沿 x 軸正向傳播的平面单色行波，在这种波中各有关量都只是 $x-ct$ 的函数；比如說，速度势即有如下的形式：

$$\varphi=\mathrm{Re}\{Ae^{-i\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)}\}, \tag{63,18}$$

其中 A 是常数，叫做复振幅。将复振幅 A 用实常数 a 及 α 写作 $A=ae^{i\alpha}$ 的形式以后，即得

① 气体中声速与分子平均热速度是同級的，注意到这一点是有益的。

$$\varphi = a\cos\left(\frac{\omega}{c}x - \omega t + \alpha\right)。\qquad (63,19)$$

常数 a 叫做振幅，cos 符号后面的幅角称为波相。以符号 $\boldsymbol{n}$ 表示沿波傳播方向的单位矢量，矢量

$$\boldsymbol{k} = \frac{\omega}{c}\boldsymbol{n} = \frac{2\pi}{\lambda}\boldsymbol{n} \qquad (63,20)$$

叫做波矢量。引入这个矢量以后，(63,18)就可改写为

$$\varphi = \mathrm{Re}\{Ae^{i(\boldsymbol{kr}-\omega t)}\}。\qquad (63,21)$$

单色波之所以特别重要，是由于每一普通的波都可分解为一組具有不同波矢量与频率的平面单色波。把波分解为单色波的这种做法，实际是把它展开为傅里叶級数或傅里叶积分（这种做法也被称为譜綫分析）。分解所得的各个分量称为波的单色波分量或称为波的傅氏分量。

問 題

1. 求微滴弥散双相系中的声速；这里的双相系是指蒸汽与悬浮于其中的液体微滴（"湿潤蒸汽"）或液体与散布于其中的蒸汽微沫所构成的双相系。設声波的波长远大于系的不匀性尺度。

解：在双相系中 p 与 T 并不是独立的变量，它們之間以相平衡方程联系着；当双相系中发生稠密或稀疏时，必伴随着物质从一相轉入另一相的过程。設 x 为系中第二相所占的份額（按質量計算），我們有

$$\left.\begin{aligned} s &= (1-x)s_1 + xs_2, \\ V &= (1-x)V_1 + xV_2, \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

式中以附标 1，2 分别表示属于第一相与第二相的量。为了計算导数 $\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_s$，我們把它由变量 p，s 的函数轉变为变量 p，x 的函数，于是求得

$$\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_s = \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_x - \frac{\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)_p\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_x}{\left(\frac{\partial s}{\partial x}\right)_p},$$

之后，再以(1)代入卽得

$$\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_s=x\left[\frac{dV_2}{dp}-\frac{V_2-V_1}{s_2-s_1}\frac{ds_2}{dp}\right]+(1-x)\left[\frac{dV_1}{dp}-\frac{V_2-V_1}{s_2-s_1}\frac{ds_1}{dp}\right]。\quad (2)$$

按公式(63,8)并利用以上的(1)，(2)卽可定出声速。

将对压力 p 取得的全导数拆开，引入自第一相过渡为第二相的潜热：$q=T(s_2-s_1)$，并且对沿相平衡曲綫的导数 $\frac{dp}{dT}$ 引用克拉貝隆-克劳修斯公式$\left(\frac{dp}{dT}=\frac{q}{T(V_2-V_1)}\right)$，于是便求出(2)式右边第一方括号內所含表达式的另一形式：

$$\left(\frac{\partial V_2}{\partial p}\right)_T+\frac{2T}{q}\left(\frac{\partial V_2}{\partial T}\right)_p(V_2-V_1)-\frac{Tc_{p2}}{q^2}(V_2-V_1)^2。$$

可同样将第二方括号加以改变。

設第一相为液体，第二相为蒸汽；我們把后者作为理想气体看待，而比容 V_1 在与 V_2 比較之下可予忽略。若 $x\ll1$ (混有少量的蒸汽泡沫的液体)，則可求得声速为

$$c=\frac{q\mu pV_1}{RT\sqrt{c_{p_1}T}} \quad (3)$$

(R 为气体常数，μ 为分子量)。一般来說，这速度是非常小的；因此当液体中一旦出現蒸汽泡沫(空隙現象)，声速便会突然而急剧地降低。

倘若 $1-x\ll1$ (混有少量微小液滴的蒸汽)，則

$$\frac{1}{c^2}=\frac{\mu}{RT}-\frac{2}{q}+\frac{c_{p_2}T}{q^2}。\quad (4)$$

将以上所得与在单純气体中的声速(63,15)比較，可以看出，由于添加了第二相，声速是有所降低的，不过程度不十分强烈而已。

当 x 由 0 递增到 1 的过程中，声速卽由数値(3)单調地增加到数値(4)。

我們指出，当 $x=0$ 和 $x=1$，卽由单相系过渡为双相系的时候，声速将发生突变，由于这种現象，在 x 的值非常接近于零或 1 的情况下，通常的声的綫性理論卽使对于微幅声波也会变得根本不合用了。在給定的条件下，波产生稠密和稀疏的同时，必伴随有从双相轉入单相的过程(或与此相反的过程)，因而直接違反了作为綫性理論基础的声速不变的假設。

2. 将气体加热到这样的高溫：使其中平衡黑体輻射的压力与气体本身的压力相埒，求这时气体中的声速。

解：物质的压力为

$$p=nkT+\frac{ak}{4}T^4,$$

而且它的熵

$$s=\frac{k}{m}\ln\frac{T^{3/2}}{n}+\frac{akT^3}{n}。$$

在上列表达式的右侧，第一项是属于质点的，第二項则是属于輻射的；n 是質点个数的密度，m 是这些质点的质量，k 是波耳兹曼常数，$a=\frac{4\pi^2k^3}{45h^3c^3}$①。然而黑体輻射是不致影响物质密度的，因此 $\rho=mn$。为了与光速区别，这里以 u 来代表声速；将导数以雅可比式写出，得

$$u^2=\frac{\partial(p,s)}{\partial(\rho,s)}=\frac{\partial(p,s)}{\partial(n,T)}\Big/\frac{\partial(\rho,s)}{\partial(n,T)}。$$

算出以上各个雅可比式即得

$$u^2=\frac{5kT}{3m}\left[1+\frac{2a^2T^6}{5n(n+2aT^3)}\right]。$$

§64. 声波的能量和冲量

我們来求出声波能量的表达式，按照通常的公式，单位体积流体的能量等于 $\rho\varepsilon+\frac{\rho v^2}{2}$。以 $\rho=\rho_0+\rho'$ 和 $\varepsilon=\varepsilon_0+\varepsilon'$ 代入（其中帶有撇号的字母代表各該量与其在靜止流体中的值的偏差）。$\frac{\rho' v^2}{2}$ 項属于三阶微量；因此，如果准确到二阶项为止，则所得为

$$\rho_0\varepsilon_0+\rho'\frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial\rho_0}+\frac{\rho'^2}{2}\frac{\partial^2(\rho\varepsilon)}{\partial\rho_0^2}+\frac{\rho_0v^2}{2}。$$

由于声波是絕热的，导数是在熵量不变的情况下取的。据热力学的关系式：$d\varepsilon=Tds-pdV=Tds+\frac{p}{\rho^2}d\rho$，即得：$\left(\frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial\rho}\right)_s=\varepsilon+\frac{p}{\rho}=w$，而第二个导数是：

$$\left(\frac{\partial^2(\rho\varepsilon)}{\partial\rho^2}\right)_s=\left(\frac{\partial w}{\partial\rho}\right)_s=\left(\frac{\partial w}{\partial p}\right)_s\left(\frac{\partial p}{\partial\rho}\right)_s=\frac{c^2}{\rho}。$$

① 例如，参看"統計物理学"，§60，苏联国立技术理論书籍出版社，1951。

于是，单位体积流体的能量等于

$$\rho_0\varepsilon_0+w_0\rho'+\frac{c^2}{2\rho_0}\rho'^2+\rho_0\frac{v^2}{2}。$$

式中第一項 $(\rho_0\varepsilon_0)$ 是静止流体单位体积的能量，它是与声波无关的。第二項$(w_0\rho')$表示的是只与每一給定单位体积内的物質数量(流体質量)变化相关的能量变化。如将单位体积所含能量遍历流体的整个体积取积分，以求总能量，則所得总能量中，不会出現对应于这一項的变化，因为流体的总量并沒有改变，即

$$\int\rho dV=\int\rho_0 dV,$$

故

$$\int\rho' dV=0。$$

因此，由于声波的存在致流体能量的总的改变应等于以下的积分：

$$\int\left(\frac{\rho_0 v^2}{2}+\frac{c^2\rho'^2}{2\rho_0}\right)dV\ 。$$

积分号下的表达式可以看做是声的能量密度 E：

$$E=\frac{\rho_0 v^2}{2}+\frac{c^2\rho'^2}{2\rho_0}。\tag{64,1}$$

在平面行波的情形中，上列表达式还可以簡化。在这种波中 $\rho'=\rho_0\dfrac{v}{c}$ [見(63,12)]，因而 (64,1) 中的两項变成相同的了。于是

$$E=\rho_0 v^2。\tag{64,2}$$

对于任意的波，上列关系并不成立。一般情形中类似的公式只能就总能量平均值(按时間的)写出来。那是根据力学的一般定理(即：在作微小振动的任一系統中，总势能的平均值等于总动能的平均值)直接推出来的。在所給定的情形中，总动能的平均值等于

$$\frac{1}{2}\int\rho_0\overline{v^2}dV,$$

于是总的平均声能等于

$$\int \overline{E} dV = \int \rho_0 \overline{v^2} dV。 \qquad (64,3)$$

如果把非单色波表示作一系列单色波的迭加，则波的平均能量将等于每一成分（单色波）的平均能量的总和。事实上，将 $\boldsymbol{v}$ 表为若干带有不同頻率的各項之和，则在 $\overline{v^2}$ 中除了含有这些項的平方数以外，还将含有不同頻率的各項的相乘积。这些乘积都具有如下形式的因子：

$$e^{i(\omega-\omega')t},$$

它們是时間的周期函数。但簡单周期函数的平均值等于零，因此所有这些項都将消失。于是，在平均能量中剩下的只是由各个单色波的平方的平均值构成的項。

其次，假定流体的某一部分体积中有声音在傳播，現在来討論这一部分流体体积，并且定出通过包圍該流体体积的封閉曲面的平均能流。按(6,3)，流体中的能流密度等于 $\rho\boldsymbol{v}\left(w+\frac{v^2}{2}\right)$。在所論情形中可以将带 v^2 的項略去，因为它是三阶微量。因此声波中的平均能流密度是 $\overline{\rho\boldsymbol{v}w}$。以 $w=w_0+w'$ 代入，即得

$$\overline{\rho\boldsymbol{v}w}=w_0\overline{\rho\boldsymbol{v}}+\overline{\rho w'\boldsymbol{v}}。$$

至于热函数的微小变化 w'，我們有 $w'=\left(\frac{\partial w}{\partial p}\right)_s p'$。由于 $\left(\frac{\partial w}{\partial p}\right)_s = \frac{1}{\rho}$，故 $w'=\frac{p'}{\rho}$，又

$$\overline{\rho\boldsymbol{v}w}=w_0\overline{\rho\boldsymbol{v}}+\overline{p'\boldsymbol{v}}。$$

于是通过所論曲面的总能流等于积分

$$\oint(w_0\overline{\rho\boldsymbol{v}}+\overline{p'\boldsymbol{v}})d\boldsymbol{f}。$$

然而在所給定的体积中，流体的总量按平均計算还是不变的，所以通过封閉曲面的物質流 $\oint\overline{\rho\boldsymbol{v}}\,d\boldsymbol{f}$ 对时間取平均值就会等于零。因

此，能流就直接等于

$$\oint \overline{p'\boldsymbol{v}}\, d\boldsymbol{f}。$$

我們看到，矢量

$$\overline{\boldsymbol{q}} = \overline{p'\boldsymbol{v}} \qquad (64,4)$$

可以作为声能流的平均密度。

容易看出，下列关系是成立的：

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \operatorname{div} p'\boldsymbol{v} = 0。 \qquad (64,5)$$

上列方程表达了声能的守恒律，其中矢量 $\boldsymbol{q} = p'\boldsymbol{v}$ 恰恰起了这一能流密度的作用。因此，以上表达式不仅对于能流的平均值来說是正确的，而且就每一时刻的能流值来說也是正确的。

在平面行波中压力的变化与速度的关系是 $p' = c\rho_0 v$。引入波的傳播方向上的单位矢量 $\boldsymbol{n}$（波的傳播方向与速度 $\boldsymbol{v}$ 的方向相同），我們得出 $\boldsymbol{q} = c\rho_0 v^2 \boldsymbol{n}$，或

$$\boldsymbol{q} = cE\boldsymbol{n}。 \qquad (64,6)$$

因此，在平面声波中能流的密度等于能的密度乘以声速，——这是我們可以自然地預見到的。

現在来考察在每一給定时刻据有空間某有限区域的声波[①]（“波包”），并且定出这种波中的流体总冲量。单位体积流体的冲量等于物質流的密度 $\boldsymbol{j} = \rho\boldsymbol{v}$。代入 $\rho = \rho_0 + \rho'$ 以后，得 $\boldsymbol{j} = \rho_0\boldsymbol{v} + \rho'\boldsymbol{v}$。密度变化与压力变化的关系是 $\rho' = \frac{p'}{c^2}$。于是利用 (64,4) 即可求得

$$\boldsymbol{j} = \rho_0\boldsymbol{v} + \frac{\boldsymbol{q}}{c^2}。 \qquad (64,7)$$

既然声波中的运动是有势的，因而可以写出 $\boldsymbol{v} = \nabla\varphi$（特别应当

① 但不是以固体牆壁为界的。