

电磁场理论基础

面向 21 世纪高等学校电子信息类教材

面向 21 世纪高等学校电子信息类教材

电磁场理论基础

● 牛中奇 朱满座 卢智远 路宏敏 等编著

出版



电子工业出版社

PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY

URL: <http://www.phei.com.cn>

面向 21 世纪高等学校电子信息类教材

电磁场理论基础

牛中奇 朱满座 等编著
卢智远 路宏敏

电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

内 容 简 介

本教材是在经多届使用的电子信息类教材的基础上,结合新的教学大纲修订成书。内容涉及矢量分析与场论;静电场、恒定电场和恒定磁场的基本概念和性质;静态场的解;时变电磁场的基本规律、波动本性、边值问题;电磁波辐射的基本理论以及电磁波(场)的相关应用问题。

本教材的编写特点是内容体系连接紧凑;理论叙述深入浅出;公式及定理推导严谨准确;习题及应用问题具体实用。本书教学时数以 60~80 学时为宜。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,翻版必究。

图书在版编目(CIP)数据

电磁场理论基础/牛中奇,朱满座,卢智远,路宏敏编著.北京:电子工业出版社,2001.1
面向 21 世纪高等学校电子信息类教材

ISBN 7-5053-6423-5

I. 电… II. ①牛…②朱…③卢…④路… III. 电磁场-高等学校-教材 IV. 0441.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 82814 号

丛 书 名:面向 21 世纪高等学校电子信息类教材

书 名:电磁场理论基础

编 著 者:牛中奇 朱满座 卢智远 路宏敏 等

责任编辑:陈晓莉

排版制作:电子工业出版社计算机排版室

印 刷 者:

北京李史山胶印厂

装 订 者:

出版发行:电子工业出版社 URL:<http://www.phei.com.cn>

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

经 销:各地新华书店

开 本:787×1092 1/16 印张:22.75 字数:582 千字

版 次:2001 年 1 月第 1 版 2001 年 1 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 7-5053-6423-5
TN·1433

印 数:6000 册 定价:29.00 元

凡购买电子工业出版社的图书,如有缺页、倒页、脱页、所附磁盘或光盘有问题者,请向购买书店调换;
若书店售缺,请与本社发行部联系调换。电话 68279077

出版说明

目前,高校正处于教改时期,新的专业目录已出台,从1999年秋季开始,各院校开始按新的专业设置进行招生。这样,原来的教材体系结构就很难适应当前调整后的专业需要,因而需要对教材进行相应的改革。为了适应当前教材改革与教材建设的需要,1996年教育部正式启动了“面向21世纪高等工程教育教学内容和课程体系改革计划”,许多高等院校经数年的研究与实践,取得了许多重要成果。

为了配合全国各类高校电子信息类专业的教学改革与课程建设,推进高校电子信息类专业新教材的出版工作,在有关专家的倡议和有关部门的大力支持下,组织成立了全国高等学校电子信息类教材编委会;组织参加教育部组织的“电气信息类专业人才培养方案及教学内容体系改革的研究和实践”和“电工电子系列课程教学内容和课程体系改革的研究与实践”两项课题的若干著名大学和其他高校的有关教师,讨论怎样尽快落实和实施面向21世纪的新教材的编写与出版工作,制定了新的教材出版规划。参加教材编写和编审的学校有:东南大学、北京邮电大学、西安电子科技大学、中国科技大学、华中理工大学、上海交通大学、西安交通大学、南京航空航天大学、天津大学、解放军信息工程大学等。

编委会一致认为,规划教材应该能够反映当前教学改革的需要,要有特色和一定的前瞻性。规划的教材由个人申报或各校推荐,经编委会认真评审,最后由出版社审定出版。这批规划教材都是教学改革力度大、有创新精神、有特色风格的教材和质量高、可读性好、可教性好的优秀教材,可满足各类高等学校21世纪初电子信息类专业及相关专业的教学需要。

限于我们的水平和经验,这批教材在编审、出版工作中还可能存在不少缺点和不足,希望使用本教材的教师、同学和其他广大读者提出批评和建议,以使教材质量不断提高,共同为建设电子信息类专业面向21世纪的新教材而努力。

全国高等学校电子信息类教材编委会
电子工业出版社

面向 21 世纪高等学校电子信息类教材编审委员成员名单

主任委员:林金桐

副主任委员:傅丰林 邹家驖 赵尔沅 沈永朝

委 员:林金桐 赵尔沅 乐光新 白中英

邹家驖 沈永朝 刘京南 沈嗣昌

傅丰林 廖桂生 史小卫 李建东

张传生 殷勤业 徐国治 徐佩霞

严国萍 朱定华 王 殊 邓建国

前 言

本书是在近年编印并采用多届的讲义的基础上修改编写而成的,拟作为电子工程、通信工程、电子信息技术、应用电子技术和生物医学工程等本科专业的教材,作适当取舍也可作为其他相关专业的教材或参考书。依据各专业的特点及其所开设的先导课程和后续课程情况,教学时数以 60~80 学时较为适宜。

在编写本教材的过程中试图持这样的主导思想:(1)注意内容体系的连接,通过阅读本书使读者便于建立较完整的电磁场理论体系构架;(2)在对基本的电磁规律进行较严格推导的同时,特别注意对解决问题思路的体现和对导出结论的深入定性说明,力求使整体内容在具有较严谨的理性逻辑的同时又显得较易理解;(3)在叙述概念、阐明定理、分析结论时,力求使问题的提出、解决有一定的实际工程基础;(4)力求使所选择的例题和习题成为加深理解相关概念、增强运用理论知识解决实际问题的补充和辅助;(5)增设了电磁场理论应用问题的章节,着重对其在若干领域的应用背景、内容、现状和前景作了简介,以作为对关注电磁场理论应用读者的引导。

全书共十章。第 1 章为矢量分析与场论,本着简明扼要和实用的原则,提出场的概念,对标量场、矢量场进行微分、积分描述,给出常用的定理、公式和恒等式,最后引出亥姆霍兹定理以作为电磁场理论问题的解得以确定的基础。第 2、3 章阐述静态场遵从的基本规律和它们的性质,论述中,较多地运用矢量分析和场论的方法,较多地运用微分形式,较多地关注边界条件,较多地进行理性推导。由于恒定电场和恒定磁场分别是导电媒质中恒定电流场的原因和结果,并考虑到二者又是与运动电荷相关的场的两个侧面,因而将其同归于第 3 章。第 4 章为静态场的解,基于前述的三种静场的辅助位函数可归结为同类别的边值问题,因而可采用同样的方法求解,故将静态场问题的求解单列于这一章。第 5、6 章介绍时变电磁场遵从的基本规律和波动本性,阐述平面电磁波在无界均匀、线性、各向同性和各向异性媒质中的传播特性和传播规律。第 7、8 章讨论时变电磁场的边值问题,前者介绍平面电磁波在无限大平面媒质界面上的反射和折射,后者介绍导行电磁波的场分布和传输特征,以及电磁场在谐振腔内的场分布和谐振特征。第 9 章讨论电磁波辐射的基本理论,着重介绍电偶极子的辐射特征,同时介绍振子天线的相关知识,以便为不开设天线后续课程的读者提供进一步了解和自学电磁波辐射的基础。第 10 章简单介绍电磁波(场)的相关应用问题,主要涉及电磁兼容、电波传播、工业应用和生物电磁学,不能说电磁波(场)的应用领域仅限于此,只想给有兴趣致力于电磁波(场)应用的读者以启发。正文之后有附录,其中列出了常用的矢量恒等式。每章之后附有习题,各习题参考答案统列于书末。

本书第 1、4 章和第 10 章第 10.2 节及附录由朱满座执笔,第 2、3 章和第 10 章第 10.4 节由牛中奇执笔,第 5、6、9 章和第 10 章第 10.1 节由路宏敏执笔,第 7、8 章和第 10 章第 10.3 节由卢智远执笔。书稿由牛中奇统编。

西安交通大学的傅君眉教授和北京邮电大学的焦其祥教授对书稿作了仔细地认真地审阅并

提出了中肯而宝贵的意见和建议;西安电子科技大学原电磁场理论教研室的各位老师对本书的编写给予了大力支持和帮助;原系办公室主任李林老师对本书的编写做了大量的事务性工作;电子工业出版社的卢先河博士对本书的出版进行了悉心地策划,陈晓莉负责本书的编辑,在此,对他们辛勤而卓有成效的劳动表示诚挚的谢意!

张辉、李文成、高昕、杨芳、王文芳、杜娟和阎静做了习题和部分草稿的录入工作,在此也一并致谢。

由于编者水平所限,缺憾、错误在所难免,恳请读者批评指正。

编 者

2000年8月于西安电子科技大学

作者简介

卢智远,男,1953年8月生于陕西西安市。1990年5月研究生毕业于兰州大学电子与信息科学系,获理学硕士学位。现任教于西安电子科技大学电子工程学院,副教授。

长期从事电磁场理论、微波测量技术及电子线路等方面的教学工作,在电磁场理论、微波测量、电磁生物医学效应及生物信息的采集和处理方面开展研究工作。先后在国内相关刊物上公开发表学术论文二十多篇,参加完成国家自然科学基金资助科研项目,并获得陕西省教委科技进步二等奖。电子信息方面的研究曾获省科委科技进步三等奖,获省教委科技进步一等奖。

现为中国电子学会微波测量技术专业委员会委员。

朱满座,男,1960年生,副教授。1978年考入西安电子科技大学,1985年取得硕士学位。现任教于西安电子科技大学电子工程学院,任电信系主任。

从事电磁场理论、电磁兼容等方面的科研和教学工作,参与撰写《电磁场与电磁波》教材一部,发表论文二十多篇。现为陕西省电子学会电磁兼容专业委员会主任委员。

路宏敏,男,1961年6月生于中国陕西。1993年获西安电子科技大学“电磁场与微波技术”专业硕士学位,2000年6月获西安交通大学“电子科学与技术”学科博士学位。现为西安电子科技大学“电子科学与技术”学科博士后研究人员、副教授。

1981年于西北电讯工程学院毕业后留校任教,长期从事电磁场理论、电磁兼容、微波测量等方面的教学、科研工作。电磁场与微波技术学科,生物医学工程学科硕士研究生指导教师。现为中国电子学会微波测量技术专业委员会委员、秘书,陕西省电子学会电磁兼容委员会委员、秘书。先后主持或参加国家自然科学基金重大项目、面上项目,国防科技预研基金项目,横向科研项目10余项,发表论文20余篇,主要论著有《电磁场与电磁波》等。

目 录

第 1 章 矢量分析与场论	(1)
1.1 矢量分析	(1)
1.1.1 矢性函数	(1)
1.1.2 矢性函数的求导与积分	(1)
1.2 场的基本概念	(2)
1.2.1 场的定义	(2)
1.2.2 数量场的等值面	(2)
1.2.3 矢量场的矢量线	(3)
1.3 数量场的梯度	(3)
1.4 矢量场的通量及散度	(6)
1.4.1 通量	(6)
1.4.2 散度	(7)
1.5 矢量场的环量及旋度	(9)
1.5.1 环量定义	(9)
1.5.2 环量面密度	(10)
1.5.3 旋度	(10)
1.6 亥姆霍兹定理	(12)
1.6.1 矢量场的分类	(12)
1.6.2 亥姆霍兹定理	(12)
1.7 圆柱坐标系和球坐标系	(12)
1.7.1 圆柱坐标系	(12)
1.7.2 球坐标系	(14)
习题	(15)
第 2 章 静电场	(17)
2.1 电荷	(17)
2.2 库仑定律、电场强度	(19)
2.2.1 库仑定律	(19)
2.2.2 电场强度	(19)
2.3 静电场的基本方程	(21)
2.3.1 高斯定理、静电场的散度	(21)
2.3.2 环路定理、静电场的旋度	(22)
2.3.3 静电场的基本方程	(22)
2.4 电位、泊松方程和拉普拉斯方程	(24)
2.4.1 电位函数的引入	(24)
2.4.2 电荷产生的电位	(24)
2.4.3 电场中一点电位	(25)
2.4.4 泊松方程和拉普拉斯方程	(26)
2.5 电偶极子的电场	(27)

2.6	电介质中的场方程	(31)
2.6.1	介质的极化	(31)
2.6.2	极化介质的电位	(31)
2.6.3	介质中的场方程	(33)
2.6.4	介电常数	(34)
2.7	静电场的边界条件	(36)
2.7.1	电位移矢量 D 的边界条件	(36)
2.7.2	电场强度 E 的边界条件	(37)
2.7.3	界面两侧电场强度 E 的方向关系	(38)
2.7.4	静电场的边界条件小结	(38)
2.7.5	电位 φ 的边界条件	(39)
2.8	静电场中的导体、导体系统的电容	(42)
2.8.1	电位系数	(42)
2.8.2	电容器、电容	(43)
2.8.3	电容系数	(43)
2.8.4	部分电容	(44)
2.9	静电场的能量	(47)
2.9.1	点电荷系统的静电能	(47)
2.9.2	分布电荷系统的静电能	(47)
2.9.3	导体带电系统的静电能	(48)
2.9.4	静电场的能量密度	(48)
2.10	电场力	(51)
2.10.1	虚位移法要点	(51)
2.10.2	有一位移 $d\mathbf{r}$ 而电量 q 不变的情况	(51)
2.10.3	有一位移 $d\mathbf{r}$ 而电位 φ 不变的情况	(52)
	习题	(54)
第3章	恒定电场和恒定磁场	(56)
3.1	恒定电场的基本概念	(56)
3.1.1	电流强度和电流密度	(56)
3.1.2	欧姆定律和焦耳定律	(58)
3.1.3	电流的连续性方程、恒定电场的散度	(60)
3.1.4	电动势、恒定电场的旋度	(61)
3.2	恒定电场的基本方程和边界条件	(62)
3.3	恒定电场与静电场的比拟	(66)
3.4	磁场、磁感应强度	(70)
3.4.1	安培定律	(70)
3.4.2	磁感应强度、毕奥—萨伐尔定律	(71)
3.5	恒定磁场的基本方程	(73)
3.5.1	磁通的连续性原理	(73)
3.5.2	安培环路定律	(74)
3.5.3	恒定磁场的基本方程	(75)
3.6	矢量磁位	(76)
3.6.1	矢量磁位的引入	(76)

3.6.2	矢量磁位的微分方程	(77)
3.7	磁偶极子	(79)
3.7.1	磁偶极子产生的矢量磁位和磁感应强度	(79)
3.7.2	外场中的磁偶极子	(81)
3.8	磁介质中的场方程	(81)
3.8.1	磁介质的磁化	(81)
3.8.2	磁化媒质产生的磁场	(82)
3.8.3	磁场强度	(84)
3.8.4	磁导率	(84)
3.8.5	磁介质中恒定磁场的基本方程	(85)
3.9	恒定磁场的边界条件	(87)
3.9.1	磁感应强度 B 的边界条件	(87)
3.9.2	磁场强度 H 的边界条件	(87)
3.9.3	磁场强度 H 或磁感应强度 B 在界面两侧的方向关系	(88)
3.10	标量磁位	(89)
3.10.1	标量磁位	(89)
3.10.2	恒定磁场与静电场的比拟	(90)
3.11	电感	(90)
3.11.1	自感	(90)
3.11.2	互感	(91)
3.11.3	电感的计算方法	(91)
3.12	恒定磁场的能量	(93)
3.12.1	恒定电流系统的磁场能	(93)
3.12.2	恒定磁场的能量密度	(95)
3.13	磁场力	(97)
3.13.1	电流不变情况下的磁场力	(97)
3.13.2	磁链不变情况下的磁场力	(98)
	习题	(100)
第4章	静态场的解	(103)
4.1	边值问题的分类	(103)
4.2	唯一性定理	(103)
4.2.1	格林公式	(103)
4.2.2	唯一性定理	(104)
4.3	镜像法	(105)
4.3.1	平面镜像法	(105)
4.3.2	球面镜像法	(106)
4.3.3	圆柱面镜像法	(108)
4.3.4	介质平面镜像法	(110)
4.4	直角坐标系中的分离变量法	(111)
4.5	圆柱坐标系中的分离变量法	(114)
4.6	球坐标系中的分离变量法	(117)
4.7	复变函数法	(119)

4.7.1	复电位	(119)
4.7.2	用复电位解二维边值问题	(120)
4.7.3	保角变换	(122)
4.8	格林函数法	(125)
4.8.1	静电边值问题的格林函数法表示式	(125)
4.8.2	简单边界的格林函数	(127)
4.8.3	格林函数的应用	(128)
4.9	有限差分法	(131)
4.9.1	差分表示式	(131)
4.9.2	差分方程的数值解法	(132)
	习题	(135)
第5章	时变电磁场	(137)
5.1	法拉第电磁感应定律	(137)
5.2	位移电流	(139)
5.3	麦克斯韦方程组	(143)
5.3.1	麦克斯韦方程组	(143)
5.3.2	麦克斯韦方程的辅助方程-本构关系	(144)
5.3.3	罗仑兹力	(145)
5.4	时变电磁场的边界条件	(146)
5.4.1	一般情况	(146)
5.4.2	两种特殊情况	(149)
5.5	时变电磁场的能量与能流	(152)
5.6	正弦电磁场	(155)
5.6.1	正弦电磁场的复数表示	(155)
5.6.2	麦克斯韦方程的复数形式	(157)
5.6.3	复坡印廷矢量	(157)
5.6.4	复介电常数与复磁导率	(158)
5.6.5	复坡印廷定理	(159)
5.7	波动方程	(160)
5.8	时变电磁场的位函数	(162)
	习题	(164)
第6章	平面电磁波	(167)
6.1	无耗媒质中的平面电磁波	(167)
6.1.1	无耗媒质中齐次波动方程的均匀平面波解	(167)
6.1.2	均匀平面波的传播特性	(170)
6.1.3	向任意方向传播的均匀平面波	(172)
6.2	导电媒质中的平面电磁波	(175)
6.2.1	导电媒质中平面电磁波的传播特性	(175)
6.2.2	穿透深度和表面电阻	(177)
6.3	电磁波的极化	(182)
6.3.1	极化的概念	(182)
6.3.2	平面电磁波的极化形式	(183)

6.3.3 电磁波极化特性的工程应用	(185)
6.4 电磁波的色散和群速	(187)
6.4.1 色散现象与群速	(187)
6.4.2 群速与相速的关系	(188)
6.5 各向异性媒质中的平面电磁波	(189)
6.5.1 等离子体中的平面电磁波	(189)
6.5.2 铁氧体中的平面电磁波	(193)
习题	(194)
第7章 电磁波的反射和折射	(197)
7.1 平面电磁波在不同媒质界面上的反射和折射	(197)
7.1.1 反射定律和折射定律	(198)
7.1.2 菲涅尔公式	(199)
7.2 平面电磁波向导电媒质界面上的垂直入射	(203)
7.2.1 媒质2为良导体	(204)
7.2.2 媒质2为理想导体	(208)
7.3 平面电磁波向理想介质界面上的垂直入射	(211)
7.3.1 介质为两层理想介质	(211)
7.3.2 向多层介质的垂直入射	(214)
7.4 平面电磁波向理想导体界面上的斜入射	(217)
7.4.1 入射波电场垂直于入射面	(217)
7.4.2 入射波电场平行于入射面	(219)
7.5 平面电磁波向理想介质界面上的斜入射	(221)
7.5.1 全透射	(222)
7.5.2 媒质1中的总电磁场	(223)
7.5.3 全反射	(224)
7.6 平面电磁波向导电媒质界面上的斜入射	(228)
7.6.1 波在导电媒质中的折射	(228)
7.6.2 导电媒质表面的反射	(230)
习题	(232)
第8章 导行电磁波	(235)
8.1 规则波导传输的基本理论	(235)
8.1.1 纵向场法	(235)
8.1.2 赫兹矢量法	(238)
8.2 矩形波导中的导行电磁波	(242)
8.2.1 矩形波导中的TE模和TM模	(242)
8.2.2 矩形波导内基波的特性	(244)
8.3 圆柱形波导中的导行电磁波	(255)
8.3.1 H_{11} 波	(258)
8.3.2 E_{01} 波	(259)
8.3.3 H_{01} 波	(260)
8.4 同轴线中的导行电磁波	(261)
8.4.1 TEM波	(262)

8.4.2	<i>E</i> 波和 <i>H</i> 波	(264)
8.5	谐振腔中的电磁场	(266)
8.5.1	谐振腔的基本参量	(266)
8.5.2	矩形谐振腔	(269)
8.5.3	圆柱形谐振腔	(271)
8.5.4	同轴线谐振腔	(276)
	习题	(278)
第 9 章	电磁波的辐射	(281)
9.1	滞后位	(281)
9.1.1	亥姆霍兹积分及辐射条件	(282)
9.1.2	滞后位	(283)
9.2	电基本振子的辐射场	(284)
9.2.1	电基本振子的电磁场分布	(284)
9.2.2	电基本振子的电磁场分析	(285)
9.3	磁基本振子的辐射场 对偶原理	(288)
9.3.1	磁基本阵子的辐射场	(288)
9.3.2	对偶原理	(290)
9.4	天线的电参数	(291)
9.4.1	辐射方向图	(292)
9.4.2	辐射效率	(295)
9.4.3	增益系数	(295)
9.4.4	输入阻抗	(296)
9.4.5	极化形式	(296)
9.5	对称线天线和天线阵的概念	(296)
9.5.1	对称振子天线	(296)
9.5.2	天线阵的概念	(299)
9.6	面天线的辐射场	(302)
9.6.1	基尔霍夫公式	(303)
9.6.2	口径面的辐射场	(304)
9.7	互易定理	(306)
9.7.1	洛仑兹互易定理	(307)
9.7.2	卡森互易定理	(307)
	习题	(309)
第 10 章	电磁场与电磁波相关应用问题	(311)
10.1	电磁兼容简介	(311)
10.1.1	引言	(311)
10.1.2	电磁兼容的定义	(312)
10.1.3	形成电磁干扰的条件	(312)
10.1.4	电磁兼容学科的特点	(313)
10.1.5	电磁兼容学科的研究内容	(315)
10.2	电波传播简介	(317)
10.2.1	自由空间传播	(318)

10.2.2	地面波传播	(319)
10.2.3	天波传播	(319)
10.2.4	视距传播	(321)
10.3	电磁波的工业应用概况	(322)
10.3.1	微波加热	(322)
10.3.2	微波检测	(324)
10.4	生物电磁学概况	(327)
10.4.1	生物组织的电磁特性及其测量原则	(327)
10.4.2	生物电磁剂量学	(328)
10.4.3	电磁波的生物学效应	(330)
10.4.4	电磁波的生物学效应机理	(330)
10.4.5	生物电磁学的应用	(333)
附录	常用矢量公式	(336)
	习题参考答案	(338)
	参考书目	(348)

第 1 章 矢量分析与场论

1.1 矢量分析

矢量分析讨论矢性函数的求导、积分等内容,它是矢量代数的继续,也是场论的基础。

1.1.1 矢性函数

我们知道,模和方向都不变的矢量称为常矢。而在许多科技问题中,常会碰到模和方向或其中之一会改变的矢量。这种矢量称为变矢。为分析变矢,需要引入矢性函数的概念。

设有数性变量 t 和变矢 A ,如果对于 t 在某个范围内的每一个值, A 都有一个确定的矢量与之对应,则称 A 为数性变量 t 的函数,记作 $A=A(t)$ 。

如果将此矢量 A 放置在直角坐标中,并令其起点与坐标原点重合,则矢量 A 的三个分量 A_x, A_y, A_z 都是 t 的数性函数,故矢量 A 可以写为:

$$A = A(t) = A_x(t)\mathbf{a}_x + A_y(t)\mathbf{a}_y + A_z(t)\mathbf{a}_z \quad (1-1)$$

式中 $\mathbf{a}_x, \mathbf{a}_y, \mathbf{a}_z$ 分别为沿三个坐标轴正向的单位矢量。

在以后的讨论中,我们仅限于自由矢量。所谓自由矢量是指当二矢量的模和方向都相同时,就可以认为此二矢量彼此相等的一类矢量。如在讨论刚体平动问题时,力是自由矢量;在讨论刚体的定轴转动时,力矩是自由矢量。

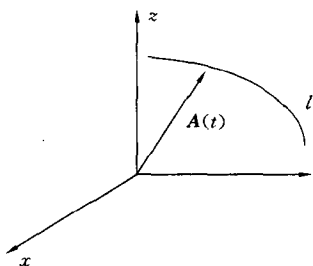


图 1-1 矢端曲线

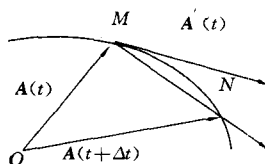


图 1-2 矢量导数

为了直观地表示矢性函数的 $A(t)$ 变化状态,我们可以把 $A(t)$ 的起点平移至坐标原点。这样,当数性变量 t 变化时,矢量 A 的终端将会描出一条曲线 l ,参看图 1-1,这条曲线称为矢性函数 $A(t)$ 的矢端曲线。而式(1-1)常称为矢端曲线的矢量方程。

1.1.2 矢性函数的求导与积分

1. 矢性函数的导数

设有矢性函数 $A(t)$, (矢量的起点均相同),当数性变量从 t 变到 $t+\Delta t$ 时,对应的矢量分

别为: $A(t) = \overrightarrow{OM}$

$$A(t + \Delta t) = \overrightarrow{ON}$$

则矢性函数的增量为:

$$\Delta A = A(t + \Delta t) - A(t) = \overrightarrow{MN}$$

我们将矢性函数的增量 ΔA 与对应的 Δt 之比

$$\frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{A(t + \Delta t) - A(t)}{\Delta t}$$

在 $\Delta t \rightarrow 0$ 时的极限,称为矢性函数 $A(t)$ 在点 t 处的导数(简称导矢),记作 $\frac{dA}{dt}$ 或 $A'(t)$,

即:

$$\frac{dA}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta A}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{A(t + \Delta t) - A(t)}{\Delta t} \quad (1-2)$$

若 A 由公式 1-1 给出,且 A_x, A_y, A_z 可导,则有:

$$A'(t) = A'_x(t)a_x + A'_y(t)a_y + A'_z(t)a_z \quad (1-3)$$

此式把求矢性函数的导矢,归结为求三个数性函数的导数。

2. 矢性函数的积分

矢性函数的积分与数性函数相似,也分为不定积分与定积分两种。不论是不定积分还是定积分,矢性函数的积分均可归结为三个数性函数的积分。

$$\int A(t) dt = a_x \int A_x(t) dt + a_y \int A_y(t) dt + a_z \int A_z(t) dt \quad (1-4)$$

$$\int_{t_1}^{t_2} A(t) dt = a_x \int_{t_1}^{t_2} A_x(t) dt + a_y \int_{t_1}^{t_2} A_y(t) dt + a_z \int_{t_1}^{t_2} A_z(t) dt \quad (1-5)$$

1.2 场的基本概念

1.2.1 场的定义

如果在全部空间或部分空间的每一点,都对应着某个物理量的一个确定的值,就说在这空间里确定了该物理量的场。如果这物理量是数量,就称这个场为数量场,如温度场;若是矢量,就称这个场为矢量场,如引力场等。

1.2.2 数量场的等值面

由数量场的定义可知,分布在数量场中各点处的数量 u 是场中之点 M 的单值函数 $u = u(M)$,在直角坐标系中, $u = u(x, y, z)$ 。

为直观地研究物理量 u 的分布状况,常常需要考察场中有相同物理量的点,也就是使 $u(x, y, z)$ 取相同数值的各点:

$$u(x, y, z) = c, (c \text{ 为常数})$$

此式在几何上一般表示一个曲面,称为数量场的等值面。例如温度场的等值面,就是温度相同的点组成的等温面;电位场的等值面,就是电位相同的点组成的等位面。显然,通过数量场的每