

全国工程硕士专业学位教育指导委员会 编

全国工程硕士研究生入学考试 数学考试大纲及考前辅导教材

MATHEMATICS

MATHEMATICS



清华大学出版社
<http://www.tup.tsinghua.edu.cn>

00018307

013-41

02



全国工程硕士专业学位教育指导委员会 编

全国工程硕士研究生入学考试 数学考试大纲及考前辅导教材

MATHEMATICS



C0494651

FB34/13

清华大学出版社
<http://www.tup.tsinghua.edu.cn>

(京)新登字 158 号

内 容 提 要

本书内容分两部分:一是全国工程硕士研究生入学考试数学考试大纲及样题,二是数学考前辅导教材.根据考试大纲的要求,教材中包括高等数学中的函数、极限与连续,一元函数的微积分,向量代数与空间解析几何,多元函数的微积分,无穷级数,微分方程等,以及线性代数中的行列式,矩阵,向量及线性方程组等内容.

本书可作为工程硕士研究生入学考试应试者复习和备考的教材.

书 名: 全国工程硕士研究生入学考试数学考试大纲及考前辅导教材

作 者: 全国工程硕士专业学位教育指导委员会 编

出版者: 清华大学出版社(北京清华大学学研楼,邮编 100084)

<http://www.tup.tsinghua.edu.cn>

印刷者: 北京市密云胶印厂

发行者: 新华书店总店北京发行所

开 本: $850 \times 1168 \frac{1}{32}$ 印张: 14.375 字数: 360 千字

版 次: 2000 年 7 月 第 1 版 2000 年 7 月 第 1 次印刷

书 号: ISBN 7-302-01120-6/O · 232

印 数: 0001~6000

定 价: 24.00 元

前 言

1997 年,经国家教育部(原国家教育委员会)和国务院学位委员会批准,工程硕士专业学位在全国开始进行试点招生.三年来,规模不断扩大,深受工矿企业的欢迎.为了进一步规范工程硕士的招生和教学工作,全国工程硕士专业学位教育指导委员会从 1999 年 5 月起,组织有关专家制订全国工程硕士研究生入学考试数学考试大纲.此大纲是工程硕士研究生入学联考命题的依据,是各院校进行辅导时的重要参考,可作为应试者复习和备考的重要借鉴.

我国科学和技术在 21 世纪将加快与国际交流的进程,工程教育发展会更具有挑战性,我们将根据本大纲实施的具体情况进行调整和修改,欢迎广大读者提出修改意见和建议.

全国工程硕士专业学位教育指导委员会

1999 年 12 月

目 录

前言	1
全国工程硕士研究生入学考试数学考试大纲	1
数学考试样题	13
数学考试样题答案	17
数学考前辅导教材	21
第 1 篇 高等数学	26
第 1 章 函数、极限与连续	26
1.1 函数	27
1.1.1 函数概念	27
1.1.2 函数的几种特性	30
1.1.3 初等函数	31
1.2 极限	37
1.2.1 极限概念与性质	37
1.2.2 极限的运算法则	41
1.2.3 极限存在的两个准则,两个重要极限	42
1.2.4 无穷小与无穷大	44
1.3 连续	47
1.3.1 连续与间断	47
1.3.2 闭区间上连续函数的性质	50
习题 1	52
习题 1 的提示与答案	57
第 2 章 一元函数微分学	60
2.1 导数的概念	60
2.2 导数公式与求导法则	64

• III •

2.2.1	导数公式	64
2.2.2	四则运算求导法则	65
2.2.3	复合函数求导法则	66
2.2.4	隐函数求导法	67
2.2.5	反函数与参数方程所确定的函数的 求导法则	68
2.3	高阶导数	69
2.4	微分	73
2.5	中值定理与泰勒公式	76
2.5.1	中值定理	76
2.5.2	泰勒公式	78
2.6	洛必达法则	80
2.7	函数的极值和最大值最小值	82
2.7.1	函数的极值	82
2.7.2	函数的最大值与最小值	83
2.8	曲线的凹凸、拐点及渐近线	85
2.8.1	曲线的凹凸、拐点	85
2.8.2	曲线的渐近线	86
	习题 2	87
	习题 2 的提示与答案	93
第 3 章	一元函数积分学	96
3.1	不定积分的概念和简单的计算	96
3.1.1	原函数、不定积分的概念	96
3.1.2	不定积分基本计算公式	96
3.1.3	不定积分的性质	98
3.2	换元积分法	98
3.2.1	第一类换元法(凑微分法)	98
3.2.2	第二类换元法	103

3.3	分部积分法	106
3.4	有理函数的积分 三角函数的积分	110
3.4.1	部分分式	110
3.4.2	有理函数的积分	111
3.4.3	三角有理函数的积分	111
3.5	定积分的概念	113
3.5.1	定积分的概念	113
3.5.2	定积分的几何意义	114
3.5.3	定积分的性质	115
3.6	微积分基本公式 定积分的计算	119
3.6.1	牛顿-莱布尼茨公式	119
3.6.2	变量替换法	119
3.6.3	分部积分法	120
3.6.4	广义积分	120
3.7	定积分的应用	132
3.7.1	平面图形的面积	132
3.7.2	旋转体体积	132
3.7.3	平行截面面积为已知的立体的体积	133
3.7.4	平面曲线的弧长	133
3.7.5	变力沿直线作功	137
3.7.6	液体的水压力	138
	习题 3	138
	习题 3 的提示与答案	145
第 4 章	向量代数与空间解析几何	149
4.1	向量及其线性运算	149
4.1.1	向量的基本概念	149
4.1.2	向量的线性运算	149
4.2	向量的坐标表达式及其运算	153

4.3	向量的数量积和向量积	154
4.3.1	数量积	154
4.3.2	向量积	155
4.4	平面与直线	159
4.4.1	平面及其方程	159
4.4.2	空间直线及其方程	160
4.4.3	直线与平面的相互关系	161
4.5	曲面及其方程	169
4.6	空间曲线及其方程	173
4.6.1	空间曲线方程	173
4.6.2	空间曲线在坐标面上的投影	173
习题 4		176
习题 4 的提示与答案		181
第 5 章	多元函数微分学	184
5.1	多元函数及其极限与连续	184
5.1.1	二元函数的概念	184
5.1.2	二元函数的极限与连续	186
5.2	多元函数的偏导数与全微分	187
5.2.1	偏导数	187
5.2.2	全微分	191
5.3	多元函数微分法	194
5.3.1	复合函数微分法	194
5.3.2	隐函数微分法	197
5.4	多元微分学在几何上的应用	201
5.4.1	曲面的切平面及法线	201
5.4.2	空间曲线的切线和法平面	202
5.5	方向导数与梯度	205
5.5.1	方向导数	205

5.5.2 梯度	206
5.6 多元函数极值	208
5.6.1 多元函数的极值及其判定	208
5.6.2 条件极值 拉格朗日乘数法	211
习题 5	216
习题 5 的提示与答案	222
第 6 章 多元函数积分学	225
6.1 二重积分	225
6.1.1 二重积分的定义	225
6.1.2 二重积分的几何意义	226
6.1.3 二重积分的性质	226
6.1.4 关于在对称区域上积分	227
6.1.5 二重积分在直角坐标系下的计算	228
6.1.6 二重积分在极坐标下的计算	236
6.1.7 二重积分的应用	241
6.2 对弧长的曲线积分	244
6.2.1 对弧长曲线积分的概念	244
6.2.2 对弧长积分的性质	244
6.2.3 对弧长积分的计算	245
6.2.4 对弧长积分的应用	246
6.3 对坐标的曲线积分	248
6.3.1 对坐标曲线积分的定义	248
6.3.2 对坐标曲线积分的性质	249
6.3.3 对坐标积分的计算	249
6.3.4 对坐标积分的应用	250
6.3.5 格林公式	253
6.3.6 平面上曲线积分与路径无关的条件	255
习题 6	257

习题 6 的提示与答案	262
第 7 章 无穷级数	264
7.1 常数项级数	264
7.1.1 常数项级数的概念和性质	264
7.1.2 正项级数的敛散性判别法	267
7.1.3 交错级数收敛性判别法	274
7.1.4 绝对收敛与条件收敛	275
7.2 幂级数	277
7.2.1 幂级数及其收敛范围	278
7.2.2 幂级数的性质	282
7.2.3 函数展开成幂级数	285
习题 7	292
习题 7 的提示与答案	299
第 8 章 常微分方程	303
8.1 常微分方程与它的解	303
8.2 一阶微分方程的初等解法	304
8.2.1 变量可分离方程	304
8.2.2 齐次方程	306
8.2.3 一阶线性方程	310
8.3 可降阶的高阶微分方程	314
8.3.1 形如 $y''=f(x)$ 的方程	314
8.3.2 不显含未知函数的方程	315
8.3.3 不显含自变量的方程	318
8.4 二阶线性微分方程	319
8.4.1 二阶线性微分方程解的结构	320
8.4.2 二阶常系数齐次线性微分方程的解法	322
8.4.3 二阶常系数非齐次线性微分方程的解法	325
8.5 简单方程模型与综合题型	329

习题 8	333
习题 8 的提示与答案	340
第 2 篇 线性代数	345
第 9 章 行列式	345
9.1 行列式的概念	345
9.1.1 行列式的定义	345
9.1.2 几个特殊行列式	347
9.2 行列式的性质	348
9.2.1 行列式的基本性质	348
9.2.2 用性质计算行列式的例题	349
9.3 行列式按一行(列)展开	352
9.3.1 余子式和代数余子式	352
9.3.2 行列式按一行(列)展开的公式	353
9.4 克拉默法则	356
9.4.1 克拉默法则	356
9.4.2 关于齐次线性方程组	358
习题 9	359
习题 9 的提示与答案	362
第 10 章 矩阵	364
10.1 矩阵及其运算	364
10.1.1 矩阵的概念	364
10.1.2 矩阵的运算	366
10.1.3 方阵的行列式	372
10.2 特殊矩阵	372
10.2.1 单位矩阵	372
10.2.2 对角矩阵	373
10.2.3 数量矩阵	373
10.2.4 三角矩阵	374

10.2.5	对称矩阵	375
10.2.6	反对称矩阵	375
10.3	可逆矩阵与逆矩阵	375
10.3.1	可逆矩阵与逆矩阵的概念	375
10.3.2	矩阵可逆的充分必要条件	376
10.3.3	可逆矩阵的性质	377
10.3.4	求逆矩阵的方法	379
10.3.5	矩阵方程	380
10.4	分块矩阵	381
10.4.1	分块矩阵的概念	381
10.4.2	分块矩阵的乘法	381
10.5	矩阵的初等变换	383
10.5.1	矩阵的初等变换	383
10.5.2	初等矩阵	385
10.5.3	矩阵的等价	386
10.5.4	用初等变换求逆矩阵	387
10.6	矩阵的秩	388
10.6.1	矩阵的秩的概念	388
10.6.2	矩阵的秩的性质	389
习题 10		390
习题 10 的提示与答案		395
第 11 章	向量	398
11.1	n 维向量	398
11.1.1	n 维向量的定义	398
11.1.2	n 维向量的运算	399
11.2	向量组的线性相关性	400
11.2.1	向量的线性组合与线性表出	400
11.2.2	向量组的线性相关与线性无关	401

11.2.3 几个关于线性相关性的结论·····	403
11.3 向量组的秩·····	404
11.3.1 向量组的等价·····	404
11.3.2 向量组的秩·····	405
11.3.3 向量组的秩与矩阵的秩的关系·····	408
11.4 向量空间·····	408
11.4.1 向量空间的概念·····	408
11.4.2 基、维数与坐标的概念 ·····	409
11.4.3 基变换与坐标变换公式·····	410
习题 11 ·····	412
习题 11 的提示与答案 ·····	414
第 12 章 线性方程组 ·····	416
12.1 基本概念·····	416
12.1.1 非齐次线性方程组·····	416
12.1.2 齐次线性方程组·····	417
12.2 线性方程组的解与消元法·····	417
12.2.1 线性方程组解的理论·····	417
12.2.2 消元法·····	418
12.3 线性方程组解的结构·····	418
12.3.1 齐次线性方程组解的结构·····	418
12.3.2 非齐次线性方程组解的结构·····	421
习题 12 ·····	424
习题 12 的提示与答案 ·····	428
模拟试题一 ·····	430
模拟试题一答案 ·····	433
模拟试题二 ·····	437
模拟试题二答案 ·····	441
后记 ·····	446

全国工程硕士研究生入学考试

数学考试大纲

一、考试性质

全国工程硕士研究生入学数学联考是为招收工程硕士研究生而实施的具有选拔功能的水平考试. 其指导思想是既要有利于国家对高层次人才的选拔, 又要有利于促进高等学校各类数学课程教学质量的提高. 考试对象为从 2001 年起参加全国工程硕士研究生入学数学考试的考生.

二、考试的基本要求

要求学生比较系统地理解微积分和线性代数的基本概念和基本理论, 掌握微积分和线性代数的基本方法. 要求考生具有抽象思维能力、逻辑推理能力、空间想象能力、运算能力和综合运用所学的知识分析问题和解决问题的能力.

三、考试方法和考试时间

全国工程硕士研究生入学数学考试为笔试, 考试时间为 3 小时.

四、考试科目、考试内容、考试要求和考试结构

考试科目

高等数学、线性代数

高等数学

1. 函数、极限与连续

考试内容

函数的概念及表示法 函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性 复合函数、反函数、分段函数和隐函数 基本初等函数的性质及其图形 初等函数 简单应用问题函数关系的建立 数列极限与函数极限的定义以及它们的性质 函数的左极限与右极限 无穷小和无穷大的概念及其关系 无穷小的性质及无穷小的比较 极限的四则运算 极限存在的两个准则:单调有界准则和夹逼准则 两个重要极限 函数连续的概念 函数间断点的类型 初等函数的连续性 闭区间上连续函数的性质(有界性、最大值、最小值定理和介值定理)

考试要求

- (1) 理解函数的概念,掌握函数的表示方法.
- (2) 了解函数的奇偶性、单调性、周期性和有界性.
- (3) 理解复合函数及分段函数的概念,了解反函数及隐函数的概念.
- (4) 掌握基本初等函数的性质及其图形.
- (5) 会建立简单应用问题中的函数关系式.
- (6) 理解极限的概念,理解函数左极限与右极限的概念,以及极限存在与左、右极限之间的关系.
- (7) 掌握极限的性质及四则运算法则.
- (8) 掌握极限存在的两个准则,并会利用它们求极限,掌握利用两个重要极限求极限的方法.

(9) 理解无穷小、无穷大的概念,掌握无穷小的比较方法,会用等价无穷小求极限.

(10) 理解函数连续性的概念(含左连续与右连续),会判别函数间断点的类型.

(11) 了解连续函数的性质和初等函数的连续性,了解闭区间上连续函数的性质(有界性、最大值、最小值定理和介值定理),并会应用这些性质.

2. 一元函数微分学

考试内容

导数与微分的概念 导数的物理意义与几何意义 函数的可导性与连续性之间的关系 平面曲线的切线和法线 基本初等函数的导数 导数与微分的四则运算 复合函数、反函数、隐函数以及参数方程所确定的函数的微分法 高阶导数的概念 某些简单函数的 n 阶导数 一阶微分形式的不变性 罗尔定理 拉格朗日中值定理 柯西中值定理 泰勒公式 洛必达法则 函数单调性的判定 函数的极值及其求法 函数图形的凹凸性、拐点及渐近线 函数图形的描绘 函数最大最小值的求法及简单应用 弧微分

考试要求

(1) 理解导数与微分的概念,理解导数与微分的关系,理解导数的几何意义,会求平面曲线的切线方程和法线方程,了解导数的物理意义,会用导数描述一些物理量,理解函数的可导性与连续性之间的关系.

(2) 掌握导数的四则运算法则和复合函数的求导法则,掌握基本初等函数的导数公式,了解微分的四则运算法则和一阶微分形式的不变性,会求函数的微分.

- (3) 了解高阶导数的概念,会求简单函数的 n 阶导数.
- (4) 会求分段函数的一阶、二阶导数.
- (5) 会求隐函数以及参数方程所确定的函数的一阶、二阶导数,会求反函数的导数.
- (6) 理解并会用罗尔定理,拉格朗日中值定理.
- (7) 了解并会用柯西中值定理和泰勒定理.
- (8) 理解函数的极值概念,掌握用导数判断函数的单调性和求极值的方法,掌握函数最大最小值的求法及简单应用.
- (9) 会用导数判断函数图形的凹凸性和拐点,会求函数图形的水平和铅直渐近线.
- (10) 掌握用洛必达法则求未定式极限的方法.

3. 一元函数积分学

考试内容

原函数和不定积分的概念 不定积分的基本性质 基本积分公式 定积分的概念和性质 定积分中值定理 变上限定积分及其导数 牛顿-莱布尼茨公式 不定积分和定积分的换元积分法和分部积分法 广义积分的概念及其计算 定积分的应用

考试要求

- (1) 理解原函数、不定积分和定积分的概念.
- (2) 掌握不定积分和定积分的基本性质及定积分中值定理,掌握不定积分的基本公式,掌握不定积分和定积分的换元积分法和分部积分法.
- (3) 理解变上限定积分定义的函数及其求导定理,掌握牛顿-莱布尼茨公式.
- (4) 了解广义积分的概念并会计算广义积分.