

模糊数学 与医学

栗载福等 編著

科学技术文献出版社重庆分

模糊数学与医学

栗载福 谢正详
郭必贵 杨忠琴

编著

科学技术文献出版社重庆分社

•一九八九•

内 容 简 介

自模糊数学创立以来,它在医学中的应用越来越广泛,引起了广大医学工作者的浓厚兴趣。本书介绍模糊数学及其在医学、卫生学中的应用。分为两大部分,共十四章。第一部分一至七章介绍模糊数学基础;第二部分八至十四章介绍模糊数学在医学及卫生学中应用的典型范例。

由于作者长期在医学院校工作,并从事模糊数学在医学及卫生学中的应用研究及教学,因此,本书理论结合实际、选材适当、通俗易懂、简明精炼,是医务工作者及有兴趣于模糊数学之医学应用的读者的一本有益的参考书,也可作为医学院校专、本科生或研究生的选修课教材。

2486/14

模糊数学与医学

栗载福 等 编著
责任编辑 栾季生

科学技术文献出版社重庆分社 出版
重庆市市中区胜利路132号 发行

全国各地新华书店经销
中国科学技术情报研究所重庆分所印刷厂 印刷

开本: 787×1092毫米1/32 印张: 12.25 字数: 27万

1989年6月第1版

1989年6月第1次印刷

科技新书目: 197—300

印数: 1—3000

ISBN7-5023-0361-8/R·98

定价: 4.00元

序

栗载福先生是我国将模糊集论引入医学领域的著名学者，由于他及其合作者在医学院工作多年，且从事这方面的研究工作，对于医学中如何应用模糊数学有着较为深入的体会。本书在数学理论方面尽力采用简单易懂的方式，把着眼点放在模糊集概念的建立和应用方法的介绍，理论结合实际，简明精炼。

由于模糊集理论应用于医学和卫生学的范围相当广泛（已反映在本书所附的参考书目上），而且日益增多，对这众多的内容，不可能一一列举，因此精心选取了一些具有代表性的类例，其中一些就是作者们自己的工作。

本书第一部分是数学基础，是结合我国当前医学院校数学实际水平，为学习模糊数学的应用而写的必要基础知识。

第二部分着重具体应用，这部分材料丰富，基本展示了国内、外主要的研究趋向，反映了各不同领域的应用情况和方法。由于篇幅关系，自不能全面详论，但读者自能从中得到启迪，以利开阔自己的应用领域。

模糊数学诞生至今已廿多年，其理论日臻完善，应用日益广泛，充分显示其生命力和有效性，但也并不是没有争议的。那么它的前景如何？本书末附有札德1984年访华时的一个讲话——《模糊集，她的过去、现在和未来》，不妨一读。

中国模糊数学模糊集

学会付印事宜

北京师范大学数学系教授

12月

87.9.17.

前 言

自模糊数学创立以来,引起了不少医学工作者的兴趣,它在医学中的应用越来越广泛,特别是电子计算机和人工智能科学进入医学领域,模糊系概念几乎是必备的基本知识。本书主要是为医学和卫生工作者而写的介绍模糊数学在医学和卫生学中应用的读物,当然其他读者亦可从中得到一些启迪。

本书分为二部分,第一部分是数学基础,这是根据我国当前医学院校学生数学实际水平而补充的必要的知识。第二部分则着眼于模糊数学在医学中的应用,本书精选了国内、外中西医学、卫生学、医学教育、管理等有关内容,这些内容可以为读者提供应用的范例。

本书的初稿曾在同济医科大学和重庆医科大学研究生班(其中包括在职工作人员)上作为讲义用过三届,从使用效果看来,他们能接受这些知识,有的还联系自己的课题,应用它进行医学研究和创新。

本书分工如下:绪论、第六、九、十一章由栗载福执笔;第七、十、十二、十四章由谢正祥执笔;第二、四、八、十三章由郭必贵执笔;第一、三、五章由杨忠琴执笔。

本书得到汪培庄、E. Sanchez教授的鼓励,并且参考了我国模糊数学界的同行吴学谋、青义学、楼世博、贺仲雄等的著作,引用了有关同志的一些研究成果,在此谨表谢意。

著 者

1988.10.

目 录

结 论	【 1 】
-----------	-------

第一部份 模糊数学基础

第一章 模糊集合	【 9 】
§1.1 集合及其运算	【 9 】
§1.2 直积、关系与映射	【 15 】
§1.3 模糊子集	【 17 】
§1.4 模糊子集的运算及性质	【 22 】
§1.5 λ -截集	【 26 】
§1.6 分解定理和扩张原理	【 28 】
第二章 模糊关系与模糊关系方程	【 34 】
§2.1 模糊关系矩阵、 λ -截矩阵	【 34 】
§2.2 模糊关系与模糊关系合成	【 42 】
§2.3 模糊相似关系、模糊等价关系及 λ -截关系	【 47 】
§2.4 模糊变换	【 49 】
§2.5 模糊关系方程	【 55 】
§2.6 模糊关系不定方程	【 64 】
第三章 模糊综合评判	【 73 】
§3.1 综合评判	【 73 】
§3.2 单因素模糊评判和模糊综合评判	【 75 】
§3.3 模糊综合评判失效及其解决	【 81 】
§3.4 综合评判的几种常用数学模型的评价	【 87 】

第四章	模糊逻辑	【95】
§4.1	数理逻辑	【95】
§4.2	模糊逻辑	【105】
§4.3	模糊推理	【115】
第五章	模糊聚类分析与模糊模式识别	【125】
§5.1	聚类分析与模式识别	【125】
§5.2	聚类分析	【127】
§5.3	模式识别	【141】
第六章	可能性理论	【154】
§6.1	可能性概念和可能性分布及限定	【154】
§6.2	可能性测度与可能性信息	【160】
§6.3	可能性限定	【167】
§6.4	可能性区间与模糊数	【168】
§6.5	可能性语言模式	【172】
第七章	模糊系统和模糊控制	【178】
§7.1	模糊系统	【178】
§7.2	模糊系统辨识	【186】
§7.3	模糊控制	【194】

第二部分 模糊数学在医学及卫生学中的应用

第八章	隶属函数的建立	【208】
§8.1	隶属函数的意义	【208】
§8.2	建立隶属函数的方法	【209】
§8.3	几种常用的隶属函数	【221】
第九章	在中医学中的应用	【229】
§9.1	关幼波诊治肝病的数学模型	【226】
§9.2	中医辨证的模糊关系	【230】
§9.3	具有静态学习功能的中医辨证系统	【238】
§9.4	具有自学习功能的中医辨证施治专家开发系统	【247】

§9.5	可能性理论应用于针刺麻醉效果的评级	【252】
§9.6	四虚辨证的模糊数学方法	【258】
第十章	模糊图象识别	【264】
§10.1	染色体图象分类识别	【264】
§10.2	白血球的识别和分类	【267】
§10.3	癌细胞的识别	【270】
第十一章	在实验室工作中的应用	【278】
§11.1	高脂蛋白血症的分类	【278】
§11.2	缺血性中风的预报	【287】
第十二章	在诊断学中的应用	【295】
§12.1	阑尾炎鉴别诊断	【295】
§12.2	急性梗阻性化脓性胆管炎的病情分型识别	【297】
§12.3	胃癌的诊断	【307】
§12.4	眼科疾病鉴别诊断	【312】
第十三章	在卫生学中的应用	【316】
§13.1	冠心病的预报	【316】
§13.2	劳动卫生环境的综合评判	【319】
§13.3	职业病诊断的模糊数学模型	【325】
第十四章	在管理科学中的应用	【331】
§14.1	科研课题分类	【331】
§14.2	科研成果评估	【340】
§14.3	研究生中期评估	【343】
§14.4	教学质量的评估	【346】
§14.5	用可能性分布曲线图评定体育课教学质量	【348】
附录一	冠心病(CAD)计算机预报程序说明	【354】
附录二	关于模糊综合评判失效的几个判别定理	【363】
附录三	模糊子集间的相关性	【368】
附录四	模糊集——她的过去、现在和将来	【371】
参考文献		【375】

绪 论

我们知道, 札德 (Zadeh) 1965年提出模糊集概念的背景在于为计算机处理一些与人们思维推理有关的问题而建立的适当的数学模型, 并使这种数学模型更接近于思维本身。他1984年回答一个杂志记者提出的有关问题时^[96]更为明确地表示: 知识工程所出现的问题不会由超级大型计算机的出现而解决, …, 因而我们面临着一根本的挑战, 如何更好地了解人脑是怎样有效地处理这些模糊信息的。模糊集论为我们提供了一个有效应用数学形式表达模糊概念的工具。

本书主要是为医学、卫生工作者而写的读物。在医学领域中, 模糊概念比比皆是。医生诊断过程被认为是模糊模式识别的极好例子。因此, 模糊数学一开始就在应用领域与医学结下了不解之缘。模糊数学创始人札德在1969年发表的著名论文《模糊集和系统在生物学中的应用》^[44], 率先把模糊数学与生物学联系了起来。在过去二十多年中, 模糊集理论在生物、医学中的应用取得了可喜的成就。

在进入正文之前, 很有必要作以下的说明。

模糊数学由于有模糊一词, 常给人一种印象, 似乎说不明白或理解不清楚的事物或概念就是“模糊”, 都属模糊数学讨论之列。事实并非如此。那么, 模糊数学中模糊(fuzziness)一词的确切意义是什么呢? 因为我们是把它作为一种科学概念来进行探讨的, 所以应该赋予它以确切的含义, 或称为狭义的含义吧。为此我想把研究的对象说得更清楚一些。

早在札德提出模糊(Fuzzy)集概念很久以前,对不分明性的概念已经作过定性的处理,同时有人几乎毫无道理地把不分明性概念和随机概念混同起来,运用概率的方法予以定量的研究。那时使用的概念词是 *Vagueness* 和 *ambiguity*。札德则选取了一个十分偏僻的词 *Fuzziness* 以免同 *Vagueness*、*ambiguity* 混同。以上三个词,查字典都有模糊的含义,但札德对上述三个词的区别作过一个重要的说明。他举例说,一个 Fuzzy 命题:“吉尔很高”,由于吉尔的类属被赋予“很高”这一概念而具有 Fuzzy 性。另一方面,一个 Vague 命题的含义,首先它是 Fuzzy 的,次之又是 ambiguous 的——虽有某种确定的目的但缺乏足够的信息。例如,对命题“吉尔很高”,当替吉尔买一条合适尺码的裤子就很难作出决定;在此情况下,这一命题既是 Fuzzy 的,又没有为买多大尺码的裤子提供足够的信息,因此是 Vague 的。但在另一情况下,“吉尔很高”,可以为他选择一条合适的领带。这时的命题仍是 Fuzzy 的,但不是 Vague 的。由此可以看到,从效果上讲, *Vagueness* 是应用相关的,或者说是一种上下文相关特性的命题,而 Fuzzy 命题则不是。

我国对模糊数学的译名,曾有过一番争论,在早期的著作中,把 Fuzzy 翻译成“弗齐”、“弗晰”、“乏晰”、“不分明”等等。在一般读物上,为了不使 Fuzzy 数学以令人望而生畏的姿态出现,译成“模糊”还是比较贴切的。本书所用模糊一词,即是 Fuzzy 的同义语,这一点请读者注意。

我们写作本书的目的,就是希望能将模糊数学应用于医学的成果向广大读者作一系统的介绍,庶几能为我国医学卫生事业的发展起一点促进作用。本书的基础材料来自同济医科大学及重庆医科大学的研究生教材,有些内容直接引自著

者们在这方面的研究成果。

为了使读者在阅读本书时能有选择地为已所用，以及对模糊数学应用于医学、卫生学的历史渊源有所了解。这里将概要地介绍一下国内外的情况。

一、国外情况

模糊集论在医学中的应用之启蒙，乃是札德本人于1969年在他的论文《模糊集和系统在生物学中的应用》^[44]中提出的。其后Fujisake(1971)^[13]介绍了医学科学中的模糊性和处理它的方法。稍迟，Kalmanson(1973)^[17]的法文论著《心血管疾病的研究及模糊集理论》介绍了用模糊系统的概念对于主动脉瓣闭锁不全的病人进行病程分类。随后，A. Albin(1975)^[2]有模糊集应用于医学诊断和模式识别的论文，Wec-
hler(1975,1976)^{[41][42]}有模糊逻辑应用于医学诊断的论文，Elder(1976)^[6]有关于模糊系统理论与医学决策的论文。San-
chez(1976,1977)^{[26][27]}从理论上综合地研究了用模糊关系于医学知识的表示，并为模糊关系方程的求解奠定了基础。Turksen(1978)^[38]有关于医学诊断系统中语言变量的测度的论文。Lee(1974)^[20]则较早期地将模糊语言用于人染色体、白血球的自动识别。

自札德(1978)提出可能性理论后，以模糊集论为基础的可能性理论应用于医学的论文较多。Sanchez 1981年8月应我国的邀请，在北京师范大学讲学时，详细地介绍了他在研究语言方法的模式分类中将其应用于人脂蛋白血症分类的结果^[27]。Vila(1983)应用可能性测度于医学诊断^[40]，等等。

其他的应用包括：心脏功能的评价，早期胰腺癌治疗方案的首选，黄疸症的医学决策，医学遗传学中的近似理论，甲状腺机能亢进症诊断中 ϕ -模糊函数的应用，糖尿病治疗方

案中模糊演绎推理规则的应用, 肝功级别评估的专家系统, 等等。*Degani*^[45]等于1987年描述了自动处理标准十二道联心电图信号的计算机程序中怎样应用模糊数学方法等等。在美国还建立了中医电脑模糊诊治系统。

在卫生学方面, *Sommer*^[35]提出有关空气污染调节的模糊规划方法, *Feagans*(1979)^[10]在公共健康保险分析中应用了模糊概念。由*W. Karwowski*(1986)^[17]等主编的《人因/人体工程(*Human Factor/Ergonomics*)进展》系列丛书中有“人因学中模糊集理论的应用”专辑。在此专辑的二十多篇论文中, 讨论了在人的工作环境中, 人-机通讯、人的运筹、判断能力和可靠性、人工作系统的设计分析及人的心理和物理工作负荷强度的评估等等。1983年在法国马赛举行的模糊信息、知识表示和决策分析的国际学术讨论会上, 将医学的应用列为专题^[28]。

二、国内情况

将模糊集理论介绍入我国是在1976年。之后不久, 西安交大的张文修(1979)^[7]将模糊集概念用于压缩临床资料。法国数学家*Kaufman* 1980年应邀来华在华中理工大学(原华中工学院)讲学。我国学者乘此机会聚集一堂进行了学术交流, 其中有关医学、卫生学的论文, 涉及了模糊数学应用于环境污染控制、区域环境质量评价、亲缘与遗传的关系、中医辨证的量化等问题。

一些从事控制、计算机科学、应用数学、生物医学工程等研究的学者, 预见到中医学中应用模糊集理论有广阔的发展前途, 他们同中医专家合作开展了有一定成效的工作。郭荣江、马斌荣等(1980)^[53, 54]用医学诊断的模糊数学模型对著名中医关幼波关于肝病的辨证施治经验进行了整理, 并在

电子计算机上建立了关幼波肝病中医辨证施治专家系统。李太航^[62]应用模糊子集的概念描述了中医辨证论治过程。中医师朱文锋、瞿岳云^[61]对模糊数学在中医诊断中的意义进行了较深入的阐明。杨培坤等^[97]提出《伤寒论》的信息处理模型,并用计算机进行了初步试验,在此基础上,张淦生^[86]进一步提出了中医辨证论治信息处理的模糊隐涵概念。曹素元^[61]对中医治疗决策引进了模糊集方法。数学家吴学谋^[82]则从更为一般的概念入手,应用泛系方法论,提出统一分析中西医之脏腑、诊断等内容的初步框架,著者在此基础框架诱导出的中医辨证模糊模型上,就人工智能的中医辨证系统进行了有成效的探索,研制了“具有自学习功能的中医辨证施治专家系统的开发系统”^[81]。此外,欧阳绵等^[67]将可能性理论应用于针刺麻醉效果的评级,得到国内外同行的注意。

模糊集论在西医中的应用也越来越多,季静秋^[60]研究了关于胃溃疡良恶性的X射线计量诊断的模糊模式识别,孙洪元等^[76]用多元隶属函数评价人体心脏功能,周元生^[92]应用模糊集对神经系统脑血管病的诊断进行了研究,王凡^[79]在缺血性中风预报的模糊数学方法方面所取得的结果是满意的,他并且综合报导了在阑尾炎的诊断、血液流变学指标的分型、小儿麻痹症治疗方案的决策、老年人健康状况的综合评价等方面的应用。李燕杰^[65]则将其应用于冠心病先兆预报,本书作者建立了关于急性梗阻性化脓性胆管炎的分型标准^[68]。

在卫生学方面的应用,则有陈世权关于急性毒性的模糊分级^[53]、劳动卫生环境的综合评判^[54],张树森^[99]关于用模糊二阶评判法研究大学生身体素质,李湘中^[100]关于模糊聚类对水体水质的分类,马得胜关于儿童少年体格发育及体型

的地域分布的研究，朱新源等关于河流生态系统污染状况的研究。

在医学教育方面，青义学的《医用高等数学》^[49]将模糊数学列为专章，不少医学院校为本科生或研究生开设“模糊数学医学应用”的选修课。此外，模糊数学方法也被广泛地引入医学管理中，如医学教学质量评估，医学科研管理课题分类等。

以上列举不免挂一漏万，但反映了我国基本的注意方向。

三、展望

综观以上情况，模糊数学应用于医学的面还是很广的。如果从方法的角度看，则包括模糊综合评判、模糊聚类、模糊关系合成，以及模糊算术、模糊统计、模糊信息处理、模糊推理、模糊语言、模糊模式识别和可能性理论。国内用前三种方法较多，国外则对后面几种有较大的兴趣。

模糊集论的应用，不论国内国外，相对而言医学领域还算最活跃。这种情况也许要归因于医学、卫生学所面临的对象过于复杂，对这样的系统要进行精确的描述几乎是不可能的，似乎也不必要，而且精确性与复杂性是不相容的，当一系统的复杂性增加时，我们使其精确的能力和关于其行为的特殊描述能力将随之减小。因此，对这样的系统进行控制或是预测，当获得的信息既随机又模糊时，模糊集论的出现无疑为此提供了一种新的工具。

我们知道，医学、卫生学中对于不确定性的处理常用数理统计方法，而此方法常由于某些条件难以满足而导致失效。以模糊集论为基础的可能性理论看来将会更深入和发展；特别是数理统计方法和模糊集论相结合，可能各显所长地为医学、卫生学作出贡献。

为了便于医学工作者了解模糊集理论并能恰当地应用它,对于一些有固定程式的方法,可如卫生统计一样为一些有共性的问题(如模糊综合评判、模糊聚类等)建立一般解法程序,用时只需套用公式;如果能为此设计一些计算机程序则更有好处。这样,一方面便于推广,另一方面也避免一些低水平的重复研究。

医学智能系统的研究应引起我们的注意。虽然人工智能的计算机语言LISP是最早为医学应用而建立的医疗咨询系统语言,现在已大大地发展了,但札德认为:“知识工程所出现的问题不会由超大型计算机的出现而解决,现在的计算机无论是硬件还是软件,都是基于二值逻辑的,因而不是人的推理的一个好的模型。…我们可以想像这样的计算机,它根本不同于现在的计算机,其中所进行的运算是基于模糊逻辑而不是二值逻辑。…因而我们就面临着一根本的挑战:“如何更好地了解人脑是怎样有效地处理模糊信息的。”值得庆幸的是我国学者汪培庄所领导的研究课题“模糊推理机分立元件样机”已获得初步成功。如果广大的医务工作者和其他有关学科的学者共同合作,使医学智能系统更趋实用化,使它日臻完善,庶几能挖掘出真能与专家媲美的专家系统。

本书作者在医科大学工作多年,深知日常的医疗工作是一个定量和定性混成的科学领域。而定性要靠专家,正如钱学森同志所言:“专家的意见是实践经验的概括,不见得象 $1+1=2$, $1+3=4$ 那么简单、明确,而是有点模糊的。所以,软科学对作为数学的新发展的模糊数学是要注意的。”*对于医学界,模糊逻辑已取得的成果应引入到其中来。此外,模糊推理、 ϕ -模糊集、模糊数及可能性理论的应用,国外同行做了不少工作,我们要吸收这方面的经验。

当前，模糊统计和模糊信息的研究方兴未艾，这方面工作的深入和成果的取得将使卫生学，包括环境卫生、劳动卫生、流行病学、传染病以及妇幼保健、人口控制、保健咨询、老年医学等得到新的数学工具，从而为预测、控制提供信息和优化方法。

不言而喻，模糊数学家同医、卫专家的合作，不止是医学方面得到好处，也将推动模糊集理论本身的发展。

*钱学森，软科学是新生的科学技术，《红旗》，1986，17期，20—23。

第一部份

模糊数学基础

第一章 模糊集合

本章首先介绍一般集合论的基本知识, 然后介绍模糊集合的基本概念、运算及性质, 包括隶属函数、隶属度的定义, 以及模糊集合同普遍集合之间的联系: 分解定理, 扩张原理等。这些内容是以后各章的共同基础。

§1.1 集合及其运算

一、集合及其表示法

研究集合的性质及运算规律的一个数学分支叫集合论(*set theory*). 德国数学家康托(*G. Cantor*)是集合论的奠基人. 集合论是由于十九世纪末二十世纪初数学科学发展的需要而建立起来的, 它开始于研究三角级数的收敛问题, 是实变函数论以及整个现代数学的基础。

集合是具有某种共同属性的事物的总体. 属于某集合的事物可以是具体的, 也可以是抽象的. 某医院的全体医生或全体病人, 某种品系的小白鼠, 数轴上的全体实数等, 都可以构成一个集合. 上述各个集合所包含的个体(医生、病人、小白鼠、各个实数)称为集合的元素. 一个集合所包含的元素, 可以是有限多个, 也可以是无限多个. 上述例子中, 前