

21世纪高校保险专业系列教材

# 寿险精算

Shouxian  
Jingsuan

卓志 / 编著

西南财经大学出版社

中國保單市場發展與中國保單法

# 壽險精算

Stochastic  
Financial  
Mathematics

盧志平 編著

中國保單市場發展與中國保單法

# 寿险精算

Shouxian  
Jingsuan

卓志 / 编著

西南财经大学出版社

**责任编辑:曾召友 涂洪波**  
**封面设计:喜悦无限设计工作室**

**书 名:寿险精算**

**编 著:卓 志**

**出版者:西南财经大学出版社**  
(四川省成都市光华村西南财经大学内)  
**邮编:610074 电话:(028)7301785**

**印 刷:郫县犀浦印刷厂**  
**发 行:西南财经大学出版社**  
**全 国 新 华 书 店 经 销**

**开 本:880mm×1230mm 1/32**  
**印 张:10.875**  
**字 数:265千字**  
**版 次:2001年8月第1版**  
**印 次:2001年8月第1次印刷**  
**定 价:18.00元**

**ISBN 7-81055-859-5/F·709**

- 1. 本书封底无防伪标志不得销售。**
- 2. 版权所有,翻印必究。**

## 作者简介

卓志,博士、精算师(ASA),1963年12月生。现任西南财经大学保险学院院长、教授。曾获洪堡奖学金,留学德国从事博士后研究。获得过国家教育部霍英东高等学校优秀青年教师研究基金奖、四川省普通高等学校“十佳青年教师”及中国金融教育基金会优秀教师等称号。多次出席德国、日本、新加坡、澳大利亚等国举行的国际学术会议。独立承担与主研出国留学回国人员、国家社会科学基金、教育部霍英东教育基金、中国保险监督管理委员会等多项课题。主要研究领域:商业保险理论、人寿保险经济分析和保险精算学。已独立在国内外发表论文九十余篇,其中二十余项成果获得国家、省部级和学校优秀成果奖。代表著作:《人寿保险的经济分析引论》和《保险经营风险防范机制研究》。

# 前 言

我国保险业恢复发展已经有二十余个年头。纵向比较,我国保险业如果说不是再生也可以说是经历了引人瞩目的发展。但是,从横向来,近年来随着世界经济一体化浪潮、我国社会主义市场经济的深入发展、加入世界贸易组织的临近,我国保险业既面临发展的大好机遇,又不可避免地面对国内外同业的激烈竞争。竞争规律告诉我们,优胜劣汰,适者生存。寿险业是一项极富公共信托性同时又是经营极为复杂的产业,不仅要求寿险公司在短期内有给付能力,而且在长期内能够立于不败之地,维护投保人或者被保险人的利益。为此,我国寿险业需要大批包括精算师或精算人员在内的专业人员。培养精算师或者精算专业人员首先需要的是精算教材或参考书,近年国内出版和引进了不少精算书籍,对推动我国精算的普及和发展起到了不可否定的积极作用。

我曾于1993年撰写并出版过《寿险精算的理论与操作》一书。美国天普大学终身荣誉教授段开龄博士在其所作的序中这样评价到:“该书是精算科学引进中国后的一个新的里程碑,是卓君对中国精算科学的贡献。”日本精算协会多位精算师也多次购书并给予较高的评价。除我所在的大学,国内其他相关大学也将其作为教材和参考书,同时国内很多保险公司尤其是精算从业人员也曾作

为学习和提高寿险精算理论的重要读物。该书是保险精算引进中国后早期的一部较高起点的寿险精算著作,在国内保险界产生了较大的影响,1995年因此而获得国家教育部首届人文社会科学优秀科研成果经济类二等奖,这应当说是对该书所付出的劳动和在当时具有的前瞻性工作给予的最好回报。

然而,在新的发展时期,我觉得有必要重新撰写一部寿险精算的著作。一是我经过多年的教学,对寿险精算及其内容有了一些新的教学体会和研究成果;二是不论作为精算教材还是参考读物,我坚持将所撰写之书定位在大学本科高年级与低年级硕士研究生的读物上,当然作为高年级研究生的参考书也未尚不可;三是我试图保持寿险精算较为完整的基本体系和分析框架,并不断增减和更新一定的内容,力求精算符号的标准和准确性;四是努力将寿险精算作为一门融数理、金融、保险等学科的学科来撰写,试图将难解的寿险精算理论通俗化,同时不失严谨性和科学性;五是希望结合经济金融保险背景给予精算符号更好和更多的深入浅出的分析和解释,增进数理类学生的财经理解,财经类学生和寿险公司员工的精算理解;六是选用美国1958 CSO 3%作为例题的计算基础,这不失精算分析的原理和一般性,同时在附录中增加中国人寿保险业生命表和日本生命表,这有助于有兴趣的读者比较这些生命表的差异并运用它们进行有关结果的差异性比较。

本书是否达到上述出版的初衷,期待读者来评判。欢迎给予批评和指正。

最后,感谢西南财经大学出版社对出版该书所给予的大力支持;该书受《寿险精算》国家级教材立项的资助,谨此致谢。

四川成都西南财经大学保险学院

卓志

于新世纪伊始

# 目 录

1 寿险精算概论 .....	(1)
1.1 寿险精算的内涵 .....	(1)
1.2 寿险精算的起源 .....	(3)
1.3 寿险精算的意义 .....	(5)
1.4 寿险精算的内容 .....	(8)
2 利息的度量及其基本计算 .....	(10)
2.1 终值与现值函数 .....	(10)
2.2 终值与现值的计算 .....	(12)
2.3 等值方程及其求解 .....	(22)
3 确定年金 .....	(27)
3.1 年金给付期等于利息结算期的确定年金 .....	(28)
3.2 年金给付期不等于利息结算期的确定年金 .....	(34)
3.3 连续确定年金 .....	(41)
3.4 变动确定年金 .....	(42)



4	生命函数	(48)
4.1	基本随机变量	(49)
4.2	基本生命函数	(50)
4.3	一般正整数年龄生命函数	(52)
4.4	生命期望值	(57)
4.5	正分数年龄生命函数	(60)
4.6	保险领域常用的死亡法则	(63)
4.7	生命表编制与选择	(64)
5	生存年金	(68)
5.1	生存年金概述	(68)
5.2	以生存为条件的一次性给付	(70)
5.3	以生存为条件每年提供一次给付的生存年金	(72)
5.4	以生存为条件每年提供数次给付的生存年金	(86)
5.5	以生存为条件每年连续地提供给付的生存年金	(93)
5.6	完全期末生存年金和比例期初生存年金	(94)
6	人寿保险	(98)
6.1	趸缴纯保险费及其基本假定	(99)
6.2	在死亡发生年度末提供保额的寿险	(100)
6.3	在死亡发生的期末提供保额的寿险	(106)
6.4	在死亡后立刻提供保额的寿险	(109)
6.5	人寿保险与生存年金的关系	(113)
6.6	变动保险金额的寿险	(117)
7	年缴纯保险费	(126)
7.1	年缴纯保险费计算的一般原理	(127)

7.2	年缴费一次的纯保险费的计算	(128)
7.3	年缴费数次的纯保险费的计算	(137)
7.4	两全保险保险费的分析	(151)
7.5	保险费返还的保单	(154)
8	均衡纯保险费准备金	(159)
8.1	均衡纯保险费准备金及其性质	(159)
8.2	预期法准备金	(161)
8.3	追溯法准备金	(164)
8.4	预期法与追溯法的等价性及其运用规则	(168)
8.5	期末准备金的不同表达式	(172)
8.6	相邻年度期末准备金之间的关系	(175)
8.7	年缴费数次纯保险费准备金	(179)
8.8	非整数年龄准备金	(184)
9	毛保险费	(190)
9.1	寿险费用分析与附加保险费计算	(191)
9.2	安全加成的基本方法	(195)
9.3	毛保险费的计算	(198)
9.4	毛保险费率	(204)
10	实际责任准备金	(208)
10.1	实际责任准备金及其计算原理	(208)
10.2	法定准备金标准介绍	(213)
10.3	现金价值	(219)
10.4	保单选择权	(222)

11	资产份额与利源分析	(227)
11.1	资产份额	(227)
11.2	利源分析	(233)
11.3	资产份额的应用	(236)
12	简单多生命函数	(245)
12.1	连生状态的年金和保险函数	(246)
12.2	最后生存者状态的年金和保险函数	(251)
12.3	复合状态的年金和保险函数	(254)
12.4	简单条件保险函数	(258)
12.5	复合条件保险函数	(263)
13	寿险保单的精算分析	(266)
13.1	确定期间年金	(267)
13.2	退休年金型寿险	(270)
13.3	家庭(族)收入保险	(272)
13.4	集合寿险保单的精算处理	(276)
<b>附录</b>		
附录 1	常见利息率的复利函数表	(282)
附录 2	寿险精算的生命表及相关表格	(290)
附录 3	Anderson's $X_{18}$ 选择表 $3\frac{3}{4}\%$ (片断表)	(308)
附录 4	中国人寿保险业经验生命表(1990—1993)	(309)
附录 5	日本全社会生命表(第三回,1972—1976)	(333)
参考书目		(337)

# 1.

## 寿险精算概论

### 1.1 寿险精算的内涵

迄今为止,国内外对精算的定义,尚未达成完全统一的解释。结合现行对精算的一般描述,所谓精算,就是运用数学、统计学、金融学、保险学及人口学等学科的知识 and 原理,定量解决工作,尤其保险经营管理中的实际问题,进而为决策提供科学依据。精算与保险的结合形成保险精算,保险精算是精算的重要组成部分。保险精算一般被描述为:运用数学、统计学、金融学、保险学及人口学等学科的知识 and 原理,去解决商业保险与各种社会保障业务中需要精确计算的项目,如死亡率的测定、生命表的构造、费率的厘定、准备金的计提以及业务盈余分配等,以此保证保险经营的稳定性和安全性。

显然,精算与保险精算是种概念与子概念的关系。精算外延比保险精算的外延更宽、更广。精算所解决的商业与社会问题,大

仅限于牵涉到生命、健康、财产、意外及退休养老等意外事故(件)的经济方案,亦即保险精算的范畴。然而,自第二次世界大战以来,精算应用范围逐渐扩大,精算可以与投资活动结合,形成投资精算学,处置除负债方面的意外事件外,也渗透到了资产领域的风险界定和分析。精算用于人口问题中的有关计算,有人口精算学之说。当然,保险尤其是人寿保险与养老金等业务所负责任的长期性和伴随的动态性决定着保险精算与精算具有的密不可分的关系。

保险精算通常可分为寿险精算和意外险精算两大类。寿险精算主要研究以生存和死亡为两大保险事故而引发的一系列计算问题。通常情况下,与生存有关的问题由生存年金来处理,与死亡有关的问题由寿险(主要指死亡保险)来应付,或者生死事件由生存与死亡保险的结合来解决等。生存和死亡保险事故危及单生命(single-life)时,涉及的主要精算问题是:单生存下的纯保险费计算、准备金提存等问题;生存和死亡保险事故也危及多生命(multi-life),与此对应的精算主要讨论连生年金和连生保险的纯保险费、准备金等的计算。意外险精算与寿险精算在具体的研究对象上各有侧重,有所不同。意外险精算乃研究自然灾害、意外事故的出险频率和损失幅度的分布以及由此而产生的一系列计算问题。意外险精算包含有两个重要分支:一是损失分布理论,研究在过去统计资料的条件下,未来损失的分布状况以及损失与赔款的相互关系等问题,以此作为预测的依据与基础,提高经营决策的科学性。二是风险理论,即通过分析出险频率与损失幅度的分布,研究这种出险次数与每次损失大小的复合随机过程,以期洞察保险应具备多大的基金,方可不至于发生“破产”;若有可能发生破产,评估这一“破产”的概率大小等问题。

由于寿险精算是保险精算的一个构成部分,保险精算从属于精算科学,而精算与数学、统计学具有密切的内在联系,因此从这

种意义上讲,寿险精算具有经济计算和应用数学的学科性质。寿险精算也就离不开应用、计算数学作为数理基础。伴随现代经济金融的发展和深化,及精算自身的完善和领域扩展,寿险精算已突破了简单地对生死或然率等风险的分析。寿险精算还会涉及到寿险原理及其他多种学科,形成为一门崭新的以数学为基础,结合经济、金融和保险理论的交叉和边缘学科。

## 1.2 寿险精算的起源

寿险精算是从寿险经营的窘境中应运而生的一门新兴学科。寿险的前身是欧洲中世纪的基尔特(Guild)制度。据记载,世界上最早的寿险保单之一,是在16世纪末,由一群海上保险承保人在伦敦对 William Gibbon 签发的,一年保险期限,保险金额为382.68英镑的定期保单。

18世纪中期以前,英国早期的寿险组织、资格最老的要数于1706年在伦敦特许成立的协和保险社。1721年经特许成立的皇家交易保险公司和伦敦保险公司同年开始经营寿险业务。此外,还有一些捐助团体以及联盟协会也经营寿险业务。这些互助协会、保险公司以及其他团体经营的寿险业务,其经营概括起来,具有如下几个特点:①寿险仅为火险、海险的副产品,尚未大规模独立地经营寿险。②寿险业务所承保的对象限制较多。互助协会承保会员人数有限,主要局限于商人、企业合伙人;特许保险公司经营的寿险,将病人、老年人及天花病人等一概拒之门外。③寿险的保险费采用赋课式,未将年龄大小、死亡率高低等与保险费挂钩。④寿险经营缺乏严密的科学基础,表现在有关计算单一、粗糙,考虑因素较少。这样的寿险经营导致的是寿险业的不景气,保险技术的停滞不前。也正是在这种经营思想指导下,协和保险社在

1756年以詹姆斯·道森(James Dodson)年龄偏大(那时 Dodson 实际年龄仅 46 岁)为由,拒绝吸收其为保险社会员,其结果成为寿险精算兴起的导火绳。

按照协和保险社的经营之道,承保对象年龄与保险费无关,保险费采用赋课式。倘若吸收了年长者,那么无疑会增大自身的风险。詹姆斯·道森鉴于此事,意识到寿险经营的这种狭隘性,表明了该如何为永久的保险设立保险费和准备金。提出了保险费应与死亡率挂钩,保险费随投保人年龄和预期寿命有所差异等新观点和新方案。这就是现代寿险精算科学的最初雏形,也就是现代精算科学的最初雏形。

但是,限于道森当时所处的社会与经济环境,他的建议在其有生之年并未得到协和保险社以及特许保险公司等的重视和赞同,相反遭到的是无情的抗议和否定。直至 1757 年道森死后,寿险经营面临的严重窘境,致使他的赞同者(如 Edward Rowe Mores)采纳了他的方案,并于 1762 年创立了伦敦公平人寿保险社,简称“老公平”。“老公平”于 1764 年开业,由于它采纳了道森的方案,并依英国政府公布的 1728—1750 年伦敦市死亡统计,编制了死亡率表,且依被保险人年龄及保额收取保险费,制作了第一张保险费表。所以“老公平”能够制订长期寿险契约,能够接受和调整范围广泛的各类风险。寿险经营据此打开了新的局面,同时寿险业务开始步入科学的经营之路。就这样,现代寿险精算科学正式地从“老公平”的寿险经营中诞生了。

寿险精算及寿险精算学的产生,并不是偶然的,相反,它具有自身的理论渊源。第一,在 1530 年的伦敦,因统计瘟疫和其他原因死亡的人数,而使 John Graunt 于 1662 年出版了《基于死亡证明书的自然与政治的观察报告》,Graunt 的观察包括:“……一些是关于贸易和政府,另一些则是关于大气、国土、季节、收成、健康、疾病、寿命及人类性别、年龄间的比例。”更重要的是,他给出一张

100 个人的死亡表,定出了 36 人将在前 6 年死去,并假定了此后每十年死去的人数直到最后一人死于 76 岁。这张表成为现代死亡表的先驱;自然其对死亡规律的研究也不例外。第二,道森的有关计算方案的思想,直接受其老师、法国数学家 Abraham de Moivre(1667—1754)的影响。Moivre 曾对死亡率及其模型做过大量的研究,在 1724 年提出了一个死亡法则,即将一定年龄对应的生存人数看作这一年龄的函数,用式子可表示为  $l_x = k(\omega - X)$ 。其中: $X$  代表年龄,  $12 < X < 86$ ;  $\omega$  代表终极年龄; $K$  为比例常数; $l_x$  为活到  $X$  岁的生存人数。Moivre 运用自己的死亡法则,成功的计算和简化了当时棘手的年金问题。第三,英国数学家、天文学家埃德蒙·哈雷(Edmund. Halley)(1656—1742),在 1693 年利用德国 Breslan 市 Nevman Casper 所搜集整理该市 1687—1691 年五年间按年龄分类的死亡记录,统计出按不同年龄和性别分类的死亡人数和出生人数,编制好一份完整的 Breslan 市生命表。哈雷在其中对死亡率、生存率以及死亡率随年龄不同而异等概念的研究,为后来精算的产生奠定了科学基础,甚至一些学者将这个生命表的出台视作精算科学的开始。第四,无论 Moivre 对死亡规律的研究,还是哈雷生命表的编制等,均不同程度受益于 17 世纪帕斯卡与费尔马之间关于赌博问题的通信而导致的概率论。事实上,18 世纪、19 世纪的精算先驱是那些对精算问题感兴趣的十分著名的科学家和数学家。这些科学家和数学家参与这门学科的建设并做出了重大贡献。

### 1.3 寿险精算的意义

寿险精算学是涉及寿险精算的学科。从历史发展与逻辑视角来看,寿险精算起源于寿险业。随着寿险经营的不断扩大和发展,



寿险精算愈发表现出其固有的重要性。寿险的科学运行离不开精算,寿险精算确保寿险经营的科学化程度,维持经营的稳定性和安全性。国外保险业界流行着“精算乃保险经营科学基石”的说法。无疑地,学习和研究寿险精算学,对寿险经营具有深远的理论意义和迫切的现实意义。

首先,寿险经营的对象是风险,确切地说,主要是活得太久与死得过早这样的两类风险。这些风险总是与损失相联系。一般地说,它们具有三个基本性质:(1)风险是客观存在的。对一个人而言,生和死总是只居其一,生与死是不以人的意志为转移的。(2)风险具有不确定性。就一个人观察,存活多久或者何时死亡,死亡或生存的时间,死亡或生存对应的年龄,事先不能精确地知晓,从而表现出不确定性。(3)风险的可预测性。在拥有相似风险大量资料的前提下,可以测定、评估风险的值。具体地说,就是以过去群体观察的人的生与死的可能性大小推断现在、未来相似群体的人的生、死的概率的近似值。但是,为确保寿险经营正常、科学地运行,准确地评估生与死的概率以及派生出的一些概率,便成为寿险经营中极其重要的一项工作。在实际经营中,预期的生与死的概率几乎难以与实际的生与死的概率相吻合。不吻合是绝对的、一般的和普遍的。这表明寿险经营不可避免地存在一定的风险。要减小或缩小这一风险,理想的要件是:(1)承保人数应尽可能地多,充分发挥大数法则的作用,同时又要避免出现自身难以承受的局面。这样做就可以自动减小相对风险,使出险频率和损失幅度更具稳定性,又能正常地经营和发展。(2)同一年龄组的人,尽可能满足同质性,即生与死的概率在各年龄组间应尽量一致或接近,表现在合理选择各年龄组的投保人。(3)被保险人之间应当尽量地满足相互独立。一个人的生或死,不必然引起别人的生或死。令人遗憾的是,理想的要件在实际中每每得不到满足。表现在:参加保险的人毕竟有限,从而决定着相对风险并不为零,风险是客观