

地下水流的数学模型 和数值方法

孙纳正 著

地质出版社

地下水流的数学模型 和数值方法

孙 讷 正 著

地 质 出 版 社

内 容 提 要

本书主要介绍地下水流的数学模型及其数值解法。内容包括：地下水流数学模型的建立、解析算法及其局限性、解二维流和三维流的数值方法以及有关地下水的模型识别，水文地质参数估计的数值方法等。

本书可供水文地质、石油地质、农田水利、水工建筑、水资源保护与管理等方面的科研人员、工程技术人员、高等院校有关专业的教师和研究生参考，也可供应用数学工作者参考。

地下水流的数学模型和数值方法

孙 讷 正 著

*

地质部书刊编辑室编辑

(北京西四)

地质印刷厂印刷

(北京安德路47号)

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

*

开本：787×1092¹/₁₆·印张：21¹/₁₆·插页：一个·字数：492,000

1981年5月北京第一版·1981年5月北京第一次印刷

印数1—2,280册·定价3.50元

统一书号：15038·新584

序 言

最近十几年来,由于出现了大型快速电子计算机,数学已经渗入到地下水的勘探、评价、开发和管理等各个方面,产生了“数学水文地质”这样一门新的边缘学科。它着重研究有关地下水的各种各样的数学模型及其数值解法。最早发展的是模拟地下水渗流运动的数学模型。近几年来,模拟地下水中物质和热量运移的数学模型也迅速发展起来,并且正在成为研究的重点。

国内从1974年以来在地下水流的数值模拟方面发展很快。高等院校、科研单位与生产部门相结合取得了不少成果。广大水文地质技术人员正在研究和使用的这些新方法,迫切要求了解现代水文地质计算的基本概念、主要方法、发展现状和存在的问题。

本书力图满足读者的上述要求。期望读者在阅读本书后,不仅能把一些有效的算法用到自己的生产实践中,而且在理论基础方面也能得到较大的提高,有能力去研讨地下水资源评价方面的最新文献。为了达到这个目的,我们假定读者已经具备一般水文地质、高等数学和算法语言等方面的基础知识。

本书主要介绍地下水流的数学模型,解决水量计算的问题。至于地下水质的数学模型,将在另一本书中专作介绍。

本书的第一章是绪论,让读者对地下水资源评价中数学模型的发展历史和现状有个概括的了解。第二章建立各种条件下地下水流的数学模型,并用计算例子说明定解条件的重要意义。第三章从数学模型的角度出发导出常用解析算法,研究电子计算机在解析算法中的应用,讨论解析算法的使用条件和局限性。第四章讲离散化方法的基本思想和解题步骤,使读者了解为什么离散化方法能统一地处理各种复杂的地下水流模型,以及为什么这种算法必须借助于现代电算工具才能够实现。第五章叙述二维流问题的各种数值解法,其中包括实用的有限差方法与有限元方法以及一些最新的研究。第六章叙述三维流问题的各种数值解法,讨论怎样提高计算速度和节省内存的问题,这一章还包含饱和-非饱和流问题的数值解法。第七章是解逆问题的数值方法,也就是借助于电子计算机反求水文地质参数的方法。指出逆问题的不适定性和对逆问题的正确提法,系统地介绍最近几年发展起来的各种新方法。在这一章的末尾,作者对这些方法进行了评论并对在实际中应当怎样应用的问题提出了若干意见。

由于数学的介入,大大地推动了地下水的研究。反之,对地下水的研究也会促进数学理论和方法的发展。在地下水的研究中,目前涉及到的数学领域有:计算数学、微分方程、函数论、最佳控制、概率统计和数学规划等。但是,还有不少水文地质问题用现有的数学方法是难以解决的。因此,作者期望本书也能引起应用数学工作者的兴趣,以便与水文地质工作者一道,把对地下水资源评价的研究推向前进。

几年来,作者主编了一系列有关地下水渗流计算的通用程序,包括本书中介绍的对地下水流方程的各种解析解法、有限差分法和有限单元数值解法以及借助于水位动态资料自

动确定水文地质参数的最优化算法等。它们能模拟出单层含水层及多层含水层中二维或三维的饱和-非饱和流动，因此适用于工业供水、矿山排水、农田灌溉等各种情形下的水量和水位的预测计算。在编制这些程序时主要着眼于程序的实用性和可靠性，力求使程序能表现出实际上会遇到的各种复杂的现场条件，适应我国目前的勘测水平和规程，同时还注意到了方法的先进性，并尽可能的节省计算机的存储和机时以减少计算的费用。自1974年以来，作者与地质、冶金、煤炭等生产部门协作使用这些程序解决了若干项实际工程的水文地质计算问题。本书中很多材料是在这个协作过程中积累起来的。一起工作的同志主要有侯顺宝、修德深、孙建新、安邦福、刘丽慧、梁文康等，山东大学数学系的沈关勇、李潜、元桂明等同志也参加了有关的研究工作。

武汉水电学院张蔚榛同志，北京大学肖树铁同志，武汉地质学院陈崇希同志，煤炭部地质勘探研究所李竞生同志，河北地质学院崔光中、李俊亭同志，国家地质总局张振国同志，水文地质工程地质研究所刘启仁同志等看过本书的全部原稿或部分章节，提出了很多宝贵的意见，作者在此表示衷心的感谢。山东地质一队的刘彦博等同志协助绘制了本书的插图，在此一并表示谢意。

作者

一九七九年三月

目 录

第一章 绪论	1
§ 1 地下水资源定量评价的重要意义	1
§ 2 地下水资源定量评价的发展简史	1
§ 3 数学模型和数值模拟	3
§ 4 地下水资源评价的现代方法	4
§ 5 预备知识	6
第二章 描述地下水流的数学模型	7
§ 1 基本概念	7
1.1 孔隙度	7
1.2 渗流速度	7
1.3 渗透系数	8
1.4 连续介质	8
1.5 渗流速度场	10
§ 2 达西定律	10
2.1 达西实验	11
2.2 渗透系数的物理解释	11
2.3 达西定律的有效范围	12
2.4 地下水的势	12
2.5 达西定律与欧姆定律、热传导定律的比拟	13
2.6 达西定律的微分形式	15
§ 3 地下水流的类型划分	16
3.1 饱和流与非饱和流	16
3.2 层流和紊流	16
3.3 孔隙水、裂隙水和岩溶水	17
3.4 单层含水层和多层含水层	17
3.5 一维流、二维流和三维流	18
3.6 稳定流和非稳定流	19
3.7 承压含水层和无压含水层	19
3.8 非均质含水层和各向异性含水层	20
§ 4 描述地下水流的数学方程式	25
4.1 描述地下水流的差分方程	25
4.2 连续性方程	28
4.3 关于承压含水层的微分方程	29
4.4 关于无压含水层的微分方程	32
4.5 关于饱和-非饱和流的微分方程	35

4.6	源汇项	38
4.7	多层含水层的情形	38
4.8	关于孔隙-裂隙流的微分方程	40
4.9	描述地下水流的积分方程	41
§ 5	定解条件	44
5.1	方程的参数	44
5.2	渗流区域	44
5.3	边界条件	45
5.4	初始条件	46
5.5	数学模型	47
5.6	说明参数和定解条件重要性的例题	48
第三章	地下水流数学模型的解析解法及其局限性	52
§ 1	稳定流的解析解法	52
1.1	数学模型的解析解	52
1.2	一维稳定流公式	53
1.3	承压径向稳定流公式	55
1.4	无压径向稳定流公式	57
1.5	稳定流公式的适用条件	58
§ 2	非稳定流的解析解法	59
2.1	泰斯公式	59
2.2	叠加原理	61
2.3	映射方法及电子计算机的使用	62
2.4	变流量井的算法	65
2.5	越流系统的解析算法	66
2.6	非稳定流解析算法的发展	67
2.7	反求水文地质参数	70
2.8	实例	74
§ 3	关于解析解法使用条件的讨论	76
3.1	理想化模型与现实的含水层	73
3.2	边界形状不规则的影响	77
3.3	含水层非均质的影响	82
3.4	存在初始漏斗的影响	85
3.5	方程非线性的影响	83
3.6	解析解法的适用范围	90
第四章	离散化初步方法	91
§ 1	离散化方法	91
1.1	用离散化方法处理问题的一个例子	91
1.2	将渗流区域剖分成单元	92
1.3	用离散点上的水头近似代表水头的连续分布	93
1.4	用离散化方法解地下水流模型的主要步骤	94
§ 2	有限差分方法基本知识	95
2.1	用有限差分近似表示导数	95

2.2 显式方法及其收敛性	96
2.3 隐式方法及其收敛性	99
2.4 Crank-Nicolson 方法	102
2.5 差分格式的稳定性	103
2.6 二维的情形	104
§ 3 用离散化方法解承压二维流问题	107
3.1 描述非均质的差分方程	107
3.2 边界条件的用法	109
3.3 井及垂直补给的表示	110
3.4 例题	110
§ 4 离散方程组的解法	114
4.1 离散方程组的特点	114
4.2 消元法	114
4.3 对称正定矩阵的 LU 分解	117
4.4 迭代法	118
4.5 线逐次超松弛方法 (LSOR)	121
§ 5 无量纲参数	123
第五章 解二维流问题的数值方法	126
§ 1 引言	126
§ 2 交替方向隐式方法	127
2.1 交替方向隐式差分方程及其解法	127
2.2 井及垂直补给的表示方法	130
2.3 时间步长和格距	131
2.4 不等距网格	133
2.5 无压含水层的情形	135
2.6 程序框图及说明	136
2.7 迭代的交替方向隐式方法	139
§ 3 强隐式迭代方法	141
3.1 强隐式差分格式	141
3.2 系数矩阵的近似因子分解	144
3.3 强隐式迭代解法	146
3.4 前推和回代过程	146
3.5 非线性问题的解法	148
3.6 程序框图及说明	149
§ 4 变分有限元方法	152
4.1 变分原理	152
4.2 单元基本量	155
4.3 稳定流问题的解法	158
4.4 非稳定流问题的解法	160
4.5 系数矩阵的变带宽存储	165
4.6 各向异性的一般情形	167
4.7 非线性问题的解法	168

4.8 程序框图及说明	168
§ 5 加辽金有限元方法	169
5.1 加辽金方法	169
5.2 有限单元剖分与基函数组	172
5.3 等参数有限元	174
5.4 数值求积公式	177
5.5 程序框图及说明	178
§ 6 积分离散法	179
6.1 有限差-积分离散法	179
6.2 有限元-积分离散法	181
6.3 贮量集中有限元方法	183
6.4 显-隐式混合迭代解法	184
6.5 选点迭代解法	185
6.6 程序框图及说明	186
§ 7 几点讨论	187
7.1 关于抽水井的处理	187
7.2 关于边界条件的处理	189
7.3 数值模拟方法的比较	190
第六章 解三维流问题的数值方法	191
§ 1 可化为二维流的情形	191
1.1 实际流能近似看成水平二维流的条件	191
1.2 垂直断面上的渗流	194
1.3 轴对称的情形	195
1.4 多层含水层	197
§ 2 有限差分解法	203
2.1 三维有限差分方程组	203
2.2 交替方向隐式解法	203
2.3 分层迭代解法	204
2.4 三维强隐式解法	208
2.5 有自由表面的情形	211
§ 3 有限元方法	214
3.1 三维单元与单元基本量	214
3.2 单元渗透矩阵与单元贮水矩阵	217
3.3 组合单元与整体方程组	219
3.4 输入数据和程序框图	220
3.5 井筒结点应满足的条件	223
3.6 加辽金有限元方法	224
3.7 等参数有限元	226
3.8 有限差与有限元混合算法	229
§ 4 饱和-非饱和流的数值模拟	232
4.1 饱和-非饱和流的数学模型	232
4.2 有限差分解法	233

4.3 加辽金有限元解法	236
4.4 积分离散法	239
第七章 解逆问题的数值方法	242
§ 1 基本概念	242
1.1 逆问题的分类	242
1.2 逆问题的不适定性	243
1.3 离散模型的逆问题	247
1.4 直接解法与间接解法	249
1.5 约束条件	251
1.6 对参数的几种表示方法	251
§ 2 试估-校正法与优选法	253
2.1 试估-校正法	254
2.2 逐个修正法	254
2.3 单纯形探索法	256
2.4 最速下降法	258
2.5 Newton方法	259
2.6 Fletcher-Powell 方法	261
2.7 罚函数方法	262
2.8 例题	264
§ 3 修正的Gauss-Newton方法	271
3.1 Gauss-Newton方法	271
3.2 修正的Gauss-Newton方法	273
3.3 带约束条件的Gauss-Newton方法	273
3.4 计算梯度的方法	275
§ 4 最优控制方法	278
4.1 分布参数最优控制问题	278
4.2 泛函导数	279
4.3 梯度投影算法	281
4.4 边界条件的识别	282
§ 5 数学规划方法	284
5.1 化逆问题为数学规划问题	284
5.2 线性规划 (LP)	287
5.3 单纯形方法	291
5.4 Kuhn-Ducker条件	293
5.5 二次规划 (QP) 及其算法	296
5.6 关于用数学规划方法解逆问题的几点注记	299
§ 6 拟线性化方法	301
6.1 基本思想	301
6.2 计算步骤	302
§ 7 几种直接解法	304
7.1 罚函数直接法	304
7.2 局部直接求逆法	305

7.3 单元直接求逆法	309
§ 8 结论	312
8.1 识别方法的比较	312
8.2 唯一性和可靠性分析	313
8.3 识别的程度	314
8.4 地下水模型识别的全过程	315
符号与量纲	317
参考文献	323

第一章 绪 论

工农业生产的大规模发展对地下水资源评价提出了定量化和精确化的要求。自泰斯公式出现以来,现代水文地质学有了很大的发展,而最近十几年更是带有突破性的发展时期。由于有了大型快速电子计算机,解算数学模型已成为地下水计算的主要手段。

§ 1 地下水资源定量评价的重要意义

地下水是一种重要的自然资源,随着工农业生产的迅速发展,对地下水的开采规模越来越大,这就必然要提出精确预测、合理开采、正确设计与综合利用的问题。

例如,比较大型的供水水源地,往往要求预测在不造成水位大幅度下降或水质变劣的条件下可供长期开采的最大水量。这在一定程度上决定着工业的布局和城市发展的规模。有些大量用水的城市和厂矿地区要靠地下水每天提供几十万吨甚至上百万吨的水量,倘若事前不对地下水资源做周密地、定量地研究,而是盲目开采,就会造成水源枯竭、水质变劣、地面沉降等严重后果。

许多地区的农田靠地下水灌溉,地下水则主要靠降雨或地表水的下渗对它进行补给。一个地下水盆地相当于一个地下的水库,为了经济合理地进行农田灌溉,必须制订综合利用地表水和地下水的方案。为此,要求能够精确地预测和控制地下水的动态。

有些矿山坑道的涌水量很大,每天可达几万吨,甚至几十万吨。对这类矿床的开采设计必须以涌水量的正确预测为依据,否则就有可能造成设计不合理或淹井事故。要综合利用矿山地下水也离不开对涌水量的正确预测。

凡此种种,都说明对地下水量进行定量评价的重要意义。此外,像海水入侵、水质污染、地面沉降、地热能的利用、地震等等都与地下水有直接联系,在研究这些问题时,也要求能对地下水的动态做出准确的计算。

§ 2 地下水资源定量评价的发展简史

地下水在松散岩层的孔隙或坚硬岩石的裂隙中储存和运动。这些介质本身的结构一般是比较复杂的,水在其中的运动又很难探测和观察,所以,尽管人类开发利用地下水的历史十分悠久,但对地下水运动规律的认识进展得却很缓慢,在十九世纪以前,还谈不上对地下水进行定量计算的问题。

1856年达西通过实验提出了水在孔隙介质中渗透的定律,即著名的达西定律。这个定律是对地下水渗流运动定量认识的开始,直到今天仍然是地下水计算的基础。接着以此为依据建立了一个关于单井的稳定流公式——裘布依公式,使用了近一百年。这是与生产力的发展水平相适应的,因为在开采量不大的条件下,可以只注意单井而毋需考虑整个的区

域，而且井中的水位一般说来很快就会出现稳定状态，因此使用裘布依公式常常能获得近似的结果。

到本世纪三十年代，在美国，对地下的开采规模越来越大，人们开始注意到了地下水的 不稳定的流动和承压含水层的贮水性质 。1935年泰斯公式的出现开创了现代水文地质计算的新纪元。按 Bredhoeft [1976] 的说法，它的发展可分成三个时期。

第一个时期自 1935 年至 1950 年，重点是解析解法。1935年泰斯利用热传导理论中的现成结果建立了他的公式，这个公式考虑了含水层的贮水性质，能计算水头随时间的变化，确实是带有根本性的进步。Jacob [1940] 又参照热传导理论中的方法建立了地下水渗流运动的基本微分方程，严格地导出了泰斯公式并得到了贮水系数的物理解释，这实际上已经是用数学模型来研究地下水的开端。此后，非稳定流解析解法得到了很大的发展，对泰斯公式的使用条件做了各种推广，特别应当提到的是关于越流的理论和关于延迟给水的理论。这一势头到六十年代事实上还在继续，尤其是越流理论被进一步的完善了。在张宏仁 [1975] 编译的书中对这一时期的发展做了很好的评论并提供了完整的参考资料。在本书第三章中也包含有对这些内容的研究。当把解析解法应用于大范围含水层系统时，其局限性马上就暴露出来了，因为解析解法依靠对含水层所做的均质与形状规则的假定，任何一个真正的含水层都不会这么理想。如果开采规模较大，就必须对地下水进行区域性的研究，不可避免地要遇到多层的和非均质的含水层系以及复杂的边界条件，而这些与解析解法的使用前提都是相违背的。

第二个时期自 1950 年至 1965 年，重点是电网络模拟。到五十年代，愈来愈多的地下水工作者把精力放在对实际含水层系统的分析上，即考虑含水层的非均质和各向异性、不规则的几何形状、多层的结构以及复杂的人工干扰。找到的工具是电网络模型，依据的原理是达西定律与欧姆定律之间的类似以及对地下水流基本微分方程的有限差分近似。用电阻网络模拟稳定流的模型在四十年代末期就出现了，而模拟非稳定流的电阻-电容网络是五十年代发展起来的。到六十年代初期它已经成为解大范围含水层问题的有力工具。六十年代中期又发展了混合模型，这种混合模型是由一台数字计算机连接上一个电网络模型组成的，能有效地节省计算的花费，其基本原理可参看 Vemuri [1973] 与 Prickett [1975] 的著作。在我国，大庆油田早在六十年代初期就已经开始使用电网络模型了，南京水利科学研究所对电网络模型的研究也达到了很高的水平；河北地质学院使用电阻-电容网络解决了许多实际含水层系统的模拟，近来又成功地完成了对多层越流系统非稳定流的模拟。因为在这方面国内可参考的文献很多，本书就不去涉及了。

电网络模型的主要缺点是缺少通用性，难以处理潜水问题，而且只能用于地下水流的模拟，不能用于水质和其他方面的模拟。

第三个时期自 1965 年到现在，重点是数值模拟。在五十年代，，由于当时计算机的容量较小、速度较慢，也缺乏有效的计算方法，因此没有用于实际含水层的计算。但在石油方面有些不同，因为在油田模拟中一般遇到的都是包含油、气、水的多相问题，电网络模拟不能奏效，只有靠数字计算机来解决。所以在石油工业中，早在五十年代就开始大力研究对渗流问题的计算方法，所得的结果实际上变成了对计算数学的重大贡献。六十年代末期水文地质工作者把在石油工业中发展起来的这些方法引用到了地下水的计算中，开始限于解单层问题，但随着计算机的进步，包括成千上万个结点的复杂系统都能单用数字计算

机进行模拟了。同电网络模拟相比,显出了很大的优越性。人们立刻发现,用数值方法不仅可以有效地解地下水流动问题,也能用于解地下水水质问题以及其他模型问题。经过近几年的研究,已有能力解决淡-盐水分界面的瞬时位置问题以及由于弥散作用污染物的传播问题。目前正在研究地热系统的模型、联系地下水系统与地表水系统的模型和最优管理的模型。

总之,由于计算技术和计算方法的进步,在分析地下水问题的能力方面最近十几年是一个有突破性发展的时期。

§ 3 数学模型和数值模拟

使用电子计算机来设计、分析、综合和控制一个复杂的系统,最核心的部份是建立这个系统的数学模型。所谓模型通常是指一种结构,它能复制或再现一个实际系统的状态。数学模型实际上就是一组数学关系式,它能刻画实际系统的数量关系和空间形式,因而也有复制或再现实际系统的能力,而且更加灵活,更加通用。从数学的角度来看,任何系统的数学模型都可考虑下述的分类,对地下水来说也不例外,见 Haimes[1973]。

(1) 线性模型与非线性模型

当一个系统的数学模型由线性微分方程、线性积分方程或线性代数方程来表达时,就是线性模型,反之就是非线性模型。线性模型相对说来比较简单,也容易计算,非线性模型则比较复杂、难算,一般要设法把它化为线性模型来处理。在地下水流动问题中,描述承压水用线性模型,描述潜水就要用非线性模型。本书对这两种模型都要加以研究。

(2) 静态模型与动态模型

当系统的状态不随时间变化时,在它的模型中将不包含时间 t 做为变量,这样的模型叫静态模型。若系统的状态随时间变化,那么描述它的数学模型必依赖于时间变量 t ,这就称为动态模型。对地下水流动问题来说,前者相应于稳定流,后者相应于非稳定流。静态模型当然要简单一些,但动态模型更为重要和常见。通常静态模型可以看做是动态模型的一个特例,而动态模型又可看做由一系列静态模型所组成,就像电影拷贝一样,一幅幅静止的画面连贯起来就能表现运动的过程。在本书中,我们对静态和动态两种模型都要研究。

(3) 集中参数模型和分布参数模型

若数学模型中不包含空间坐标做为变量,就称为集中参数模型,否则称为分布参数模型。一般说来,集中参数模型由常微分方程表达,而分布参数模型就需要由偏微分方程来表达。例如,当我们只需要知道泉的流量与降雨量或与开采量之间的关系时,可用集中参数模型,但要想知道在不同开采条件下各处的水头分布,就得用分布参数模型。本书将集中力量讨论分布参数模型,集中参数模型比较容易,有兴趣的读者可以参考 Domenico [1972]的书。

(4) 决定型模型与随机型模型

若出现在模型中的量取确定的值,就叫做决定型模型,若模型中出现随机变量,即不能肯定它取的值是什么,只知道它取值的概率,则称为随机型模型。在地下水的研究中使用随机模型是最近几年才提出来的,目前研究的还不多,本书不拟涉及。有兴趣的读者可参考 Gelhar 的著作 [1974]、[1976]。

总之，我们要讨论的重点是以线性或非线性的偏微分方程来表示的数学模型。对于一个实际的地下水系统，这样的数学模型一般都找不到精确解，只能求得用数值表示出来的近似解，简称数值解。求数值解的算法叫数值方法。在电子计算机上使用数值方法求数学模型的解以模拟实际系统的状态叫做数值模拟。

用数值模拟方法计算地下水问题具有以下优点：

(1) 数值模拟在通用电子计算上进行，不需要建立专用的设备。

(2) 数值模拟具有广泛的适用性，不仅可以用于水量的计算，也可用于水质、水温、最优管理等计算。对各种各样复杂的含水层，不管是承压水还是潜水，不管是二维流还是三维流，都能成功地模拟出来。

(3) 利用方便的输入输出设备，修改算法、修改模型都很容易。因此特别便于反求地层参数的计算，可以自动完成。

(4) 数值模拟可以程序化，只要编出通用程序，或者说制备好方便合用的软件，那么对不同的问题只须按规定整理好数据就能上机计算，并立刻得到结果。

由于这些优点，数值模拟目前已经成为水文地质计算的主要手段（参看 Bugliarello [1975]）。

§ 4 地下水资源评价的现代方法

广泛使用电子计算机是目前地下水计算的最大特点。借助于电子计算机不仅能做到对地下水资源的正确评价，还能指导水文地质勘探、处理数据、验证对水文地质条件的认识，对比设计方案等。此外，还能用电子计算机对水资源系统进行控制与管理，以收到最大的经济实效。

图 4.1 的中间部分是评价地下水资源现代方法的基本过程，也是我们全书的纲领。图中左侧是所需的现场资料，右侧是所用的数学方法。

在对地质勘探资料和历史动态资料进行分析、综合、加工的基础上，根据基本的数学物理方法建立起实际系统的数学模型。按具体问题的需要可包括水量、水质、水温等几个方面或者其中的一个方面。

通过上述步骤建立起来的数学模型是否确能代表所考虑的实际系统？此时还不能肯定。因为模型中出现的参数一般都不能确切的给出。因此往往需要通过抽水试验、投放示踪剂或其他人工干扰的方式对含水层施加“刺激”，看看含水层的“反应”是否与模型的“反应”一致。若不一致时就需要对模型加以校正，直到满意地拟合为止。这个步骤称为校正模型或识别模型，是非常关键的一步。

经过校正的模型我们相信它确实是所考虑的实际系统的复制品，因而就可以利用它来进行预测了。各种人为的影响，各种工程设计的方案都能用运转这个模型来预见其后果。例如，某开采方案确定了井的位置和流量，要想知道按此方案含水层的水头分布将发生怎样的变化时，只须更换模型的几个数据，计算机便可在几分钟内把结果告诉使用者。这个步骤称为运转模型。它为对比不同的工程设计方案和进行最优管理提供了极方便的条件。

我们强调指出，尽管最近十几年来在地下水计算方面有了飞跃的进步，但却远远没有把问题全部解决。每前进一步都要遇到新的问题，发生新的矛盾。目前最突出的矛盾是计

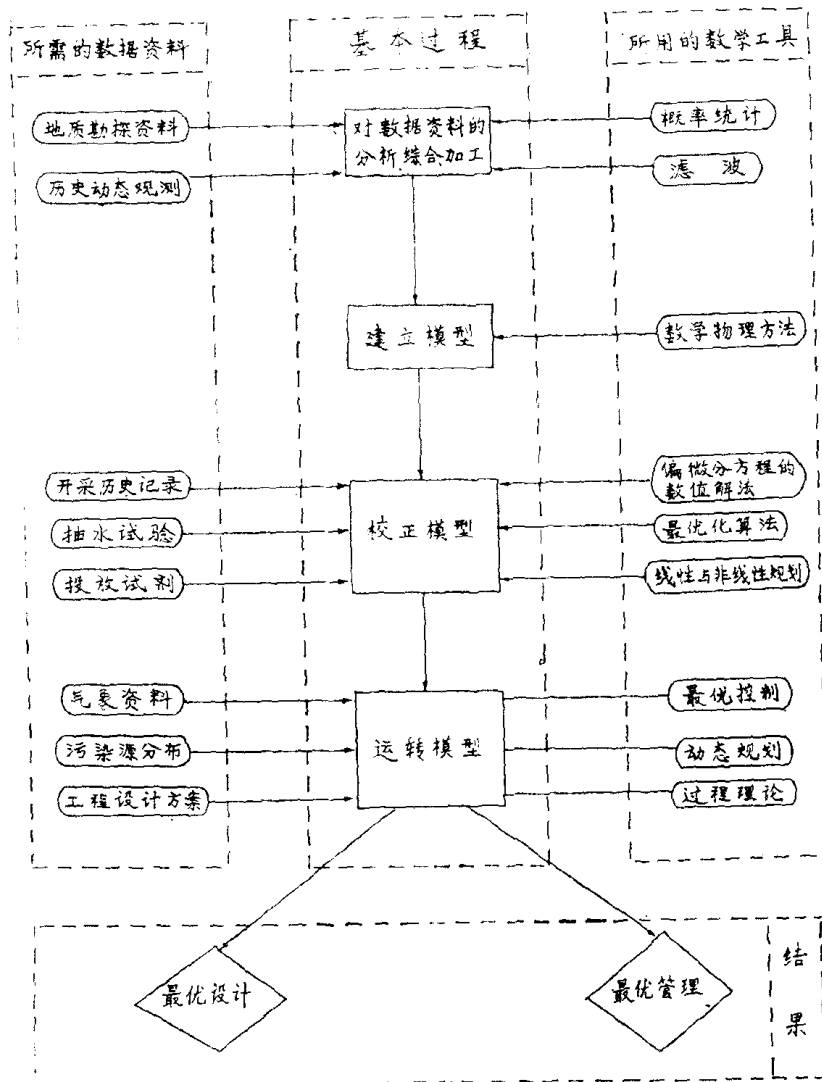


图 4.1

算技术和计算方法进步得很快，但对渗流、弥散现象的物理本质的认识并没有深入多少，对含水层的勘探和测试手段发展得也很慢。抽水试验的一套方法基本上与五十年代没有什么差别。结果，所用的模型和算法看来可能很先进，但却没有数量足够的、合用的现场数据去适应它。举例来说，假若我们想建立一个水质模型，在这个模型中包含有孔隙度、渗透系数、弥散系数等很多参数。若这些参数不准确，这个模型就不能很好地代表真实的系统，运转的结果也会不可靠。实际上，如果实验室或现场试验不能收集到足够的数，就难以把模型校正正确。像这样一些非常实际的问题的确需要深入研究，本书将尽量把这方面的研究现状介绍给读者。

目前实际的计算基本上还限于局部范围的状态描述、工程设计以及水源管理等。水质问题和管理问题已经成为研究的重点，有关的计算方法需要进一步发展。此外还应当看到，地下水系统不仅是一个非常复杂的系统，而且还是一个非常大的系统。要对这样庞大的系统进行计算，所涉及的变量之多，运算量之大是惊人的，就连最现代的电子计算机也不能满足要求。

总之，当前在地下水计算中存在大量的理论问题和实际问题需要研究解决。在我国，许多地区有丰富的地下水，这是发展工农业生产，保障人民生活需要的宝贵财富。尤其在干旱和半干旱地区，地下水资源就更可宝贵了。应当怎样制订规划，让它发挥更大的作用？应当怎样进行管理以保证长期需要？应当怎样加以保护以避免污染？在四个现代化的进程中，迫切需要解决这些带有全局性、根本性的问题。实际上，现在已经在某些局部地区发生了缺水现象和污染问题，假若现在不开始重视和解决这些问题的话，以后处理就会越来越困难。为了解决这些问题必须研究和使用的现代的计算方法。我国有人数众多的水文地质队伍，他们有开发、利用和治理地下水的丰富实践经验，有为四个现代化贡献力量的决心，相信在解决上述问题的同时一定会在理论与方法上做出创新，使我国的水文地质计算赶上和超过世界先进水平。

§5 预备知识

要从事地下水计算，必须掌握一定的数学工具，图 4.1 的右侧列出了有关项目。读者在阅读本书之前应当掌握包含在工科院校高等数学课程范围之内的一些基础知识。例如，一元函数与多元函数、导数与偏导数、极值问题、级数与广义积分、多重积分、线积分与面积分、格林公式以及场论的基本概念等；还有常微分方程的基本知识，偏微分方程的基本知识、向量代数、矩阵、方程组与行列式的基本知识等。以上内容可参考樊映川等编写的《高等数学讲义》、清华大学数学教研室编写的《高等数学》以及最近翻译出版的 M. R. 施皮格尔著的《高等数学的理论和习题》等书。

在本书中我们要向读者介绍一些超出工科院校高等数学课程范围的数学知识，它们与我们所要讲的内容关系很密切。例如，变分的基本概念、泛函导数、最优化算法、线性规划与二次规划等，但我们仅限于介绍和使用有关的基本结果，而不去涉及很多的理论推导。

本书将密切结合地下水计算这个课题向读者详细介绍计算数学的若干内容。例如，解偏微分方程的有限差分方法、有限元方法以及解线代数方程组的直接解法与迭代解法等。

在掌握本书所介绍的这些数学工具的基础上，读者将有能力阅读和研究有关地下水资源评价方面的最新文献。

对于水文地质方面的预备知识要求不高，只要知道普通水文地质与地下水动力学课程中的基本内容就足够了。其中的主要概念在本书的第二章中都要讲到，因此从应用数学的角度来研究地下水计算的读者可以直接阅读本书。

随着“电子计算机时代”的到来，使用电子计算机应当是每个工程技术人员的常识。本书介绍的各种方法都要靠电子计算机的帮助才能实现，因此读者最好具备使用算法语言的能力，这样才能在工作中使用这些方法。当然，对于不搞具体计算的读者可以不做这样的要求，阅读本书也不会有很大困难，但至少应当知道电子计算机是怎样算题的，否则不可能全部理解所述方法的细节和它们的优缺点。