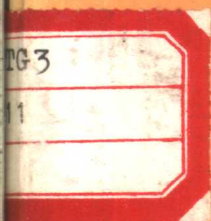
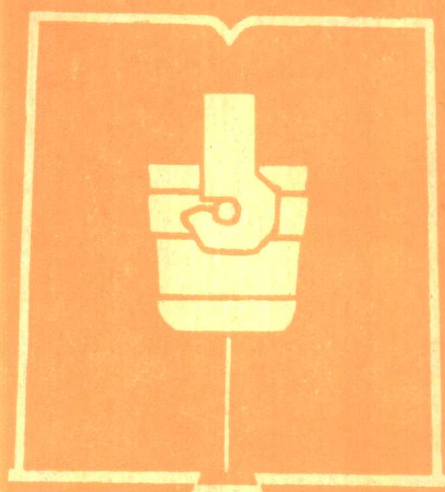
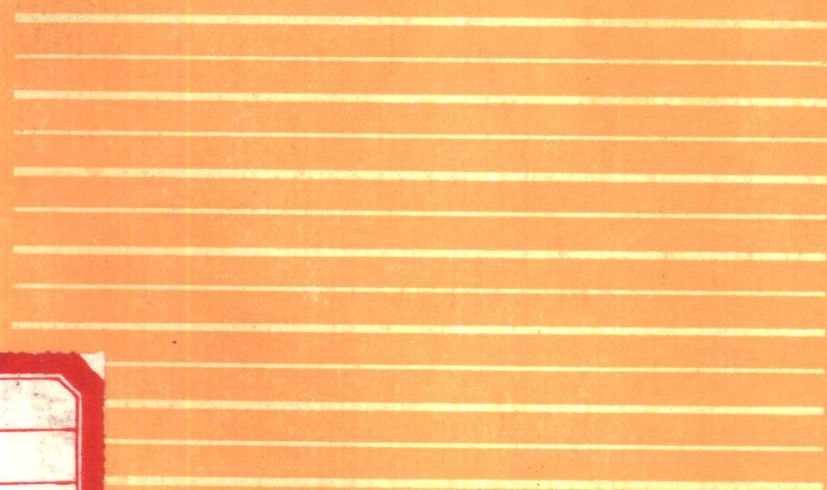


• 高等学校教学用书 •

金属塑性加工力学

GAODENG XUOXIAO JIAOXUE YONGSHU



冶金工业出版社

高等学校教学用书

金属塑性加工力学

东北工学院 赵志业 主编

冶金工业出版社

高等学校教学用书

金属塑性加工力学

东北工学院 赵志业 主编

冶金工业出版社出版

(北京北河沿大街嵩祝院北巷39号)

新华书店北京发行所发行

冶金工业出版社印刷厂印刷

787×1092 1/16 印张15 1/2 字数 365 千字

1987年11月第一版 1987年11月第一次印刷

印数00,001~7,200册

统一书号: 15062·4633 定价2.60元

ISBN 7-5024-0041-9/TG·7

前 言

本书从应力和应变分析入手，建立求解塑性加工成型问题的基本方程，进而结合塑性加工实际讲述主要解析方法：工程法、滑移线法和上界法，并给出很多实例。为了培养学生分析和解决问题的能力各章均有一定数量的思考题和习题。为了减少课堂教学时数和便于学生自学，对书中涉及的主要公式都做了较详细的推导。

本书是按90学时的教学大纲编写的。若学时较少，根据各校的具体情况，可以删去带*号的节。该书作为高等学校金属压力加工专业的教学用书，也可供生产、设计和科研部门的工程技术人员参考。

本书的绪论和第五章由赵志业执笔，第一、四章由关文董执笔，第二、三章由陈家民执笔，全书由赵志业任主编。

初稿完成后编者曾邀请了有关高等学校任课教师对书稿进行审议，审议中各位与会教师提出了许多宝贵意见，在此编者深表谢意。

由于我们的水平有限，书中一定会有缺点和错误，诚恳欢迎读者予以批评和指正。

编 者

一九八六年九月

目 录

绪 论	1
1 应力和应变	6
1.1 基本概念	6
1.2 应力分析	22
1.3 应变分析	35
思考题 1	51
习 题 1	52
2 变形力学方程	53
2.1 力平衡方程	53
2.2 应力边界条件及接触摩擦	57
2.3* 变形协调方程	60
2.4 塑性条件	61
2.5 应力与应变的关系方程	67
2.6 等效应力和等效应变	72
2.7 变形抗力模型	79
2.8 平面变形和轴对称问题的变形力学方程	82
思考题 2	87
习 题 2	87
3 工程法	88
3.1 工程法简介	88
3.2 圆柱体墩粗	90
3.3 平砧压缩矩形件	101
3.4 平辊轧制	108
3.5 挤压	126
3.6 拉拔	136
3.7* 冲压	148
思考题 3	150
习 题 3	151
4 滑移线场理论及应用	152
4.1 滑移线场的基本概念	152
4.2 汉基应力方程	155
4.3 滑移线场的主要几何性质	158
4.4 H.盖林格(Geiringer)速度方程与速端图	160

4.5	滑移线场求解的一般问题	164
4.6	滑移线场理论在锻压方面的应用实例	173
4.7	滑移线场理论在轧制方面的应用例	186
4.8	滑移线场理论在挤压和拉拔方面的应用例	192
4.9	利用电子计算机作滑移线场	194
	思考题 4	196
	习 题 4	197
5	上、下界定理及其应用	198
5.1	基本概念	198
5.2	虚功原理及最大塑性功原理	199
5.3	下界定理	205
5.4	上界定理	207
5.5*	理想刚-塑性体解的唯一性定理	210
5.6	上界定理解平面变形问题的应用例	211
5.7	上界定理解轴对称问题的应用例	226
5.8	对上界法的评价	235
5.9*	有限元法简介	236
	思考题 5	237
	习 题 5	238
	主要参考书	239

绪 论

冶炼车间铸出的铸锭，其内部比较疏松多孔，晶粒组织粗大且不均匀，偏析比较严重，所以铸锭一般都得经过塑性加工使其成坯或成材。铸锭（或坯料）靠塑性加工使其产生塑性变形，变形后不仅能变更其断面的形状和尺寸，而且也能改变其组织和性能。

金属塑性加工过程，可以说是使金属产生塑性变形的过程。如果不计加工时切头、切尾、切边和氧化烧损等损失，可以认为变形前后金属的质量相等；如果忽略变形中金属的密度变化也可认为变形前后金属的体积不变（铸锭在开始几道变形时例外）。所以，也把塑性加工叫无屑加工。

塑性加工的种类很多，分类方法目前也不统一。本书主要按以下两方面进行分类：

- （1）按加工时工件的受力和变形方式；
- （2）按加工时工件的温度特征。

根据加工时工件受力和变形方式分类情况如表1。这种分类法主要分基本加工变形和组合加工变形方式。

靠压力作用使金属产生变形的方式有锻造、轧制和挤压。

锻造：是用锻锤锤击或用压力机的压头压缩工件。分自由锻（冶金厂常用的锻粗和延伸工序）和模锻。可生产几克重到200吨以上的各种形状的锻件，如各种轴类、曲柄和连杆等。

轧制：坯料通过转动的轧辊受到压缩，使横断面减小、形状改变、长度增加。可分为纵轧、横轧和斜轧。纵轧时，工作轧辊旋转方向相反，轧件的纵轴线与轧辊轴线垂直；横轧时，工作轧辊旋转方向相同，轧件的纵轴线与轧辊轴线平行；斜轧时，工作轧辊旋转方向相同，轧件的纵轴线与轧辊轴线成一定的倾斜角。用轧制法可生产板带材、简单断面和异型断面型材与管材、回转体（如变断面轴和齿轮等）、各种周期断面型材、丝杠、麻花钻头和钢球等。

挤压：把坯料放在挤压筒中垫片在挤压轴推动下，迫使金属从一定形状和尺寸的模孔中挤出。分正挤压和反挤压。正挤压时挤压轴的运动方向和从模孔中挤出金属的前进方向一致；反挤压时挤压轴的运动方向和从模孔中挤出金属的前进方向相反。用挤压法可生产各种断面的型材和管材。

主要靠拉力作用使金属产生变形的方式有拉拔、冲压（拉延）和拉伸成型。

拉拔：用拉拔机的钳子把金属料从一定形状和尺寸的模孔中拉出，可生产各种断面的型材、线材和管材。

冲压：靠压力机的冲头把板料冲入凹模中进行拉延，可生产各种杯件和壳体（如汽车外壳等）。

主要靠弯矩和剪力作用使金属产生变形的方式有弯曲和剪切。

弯曲：在弯矩作用下成型，如板带弯曲成型和金属材的矫直等。

剪切：坯料在剪力作用下进行剪切变形，如板料的冲剪和金属的剪切等。

为了扩大品种和提高加工成型精度与效率，常常把上述这些基本加工变形方式组合起来，而形成新的组合加工变形过程。仅就轧制来说，目前已成功地研究出或正在研究与其它基本加工变形方式相组合的一些变形过程。诸如锻造和轧制组合的锻轧过程，可生产各种变断面零件以扩大轧制品种和提高锻造加工效率；轧制和挤压组合的轧挤过程，可以生产铝型材，纵轧压力穿孔也是这种组合过程，它可以对斜轧法难以穿孔的连铸坯（易出内裂和折迭）进行穿孔，并可使用方坯代替圆坯；拉拔和轧制组合的拔轧过程，其轧辊不用电机驱动而靠拉拔工件带动，能生产精度较高的各种断面型材，冷轧带材时带前后张力轧制也是一种拔轧组合，它可减少轧制力；轧制和弯曲组合的辊弯过程，使带材通过一系列轧辊构成的孔型进行弯曲成型，可生产各种断面的薄壁冷弯或热弯型材；轧制和剪切组合的搓轧过程，因上下工作辊线速不等（也叫异步轧制）而造成上下辊面对轧件摩擦力方向相反的搓轧条件，可显著降低轧制力，能生产高精度极薄带。

此外，还有铸造和轧制组合的液态铸轧（图1）以及粉末冶金和轧制组合的粉末轧制（图2）等新的成型过程。目前，已采用液态铸轧法生产铸铁板、铝带和铜带，钢的液态铸轧正在研究中；用粉末轧制法已能生产出有一定强度和韧性的板带。

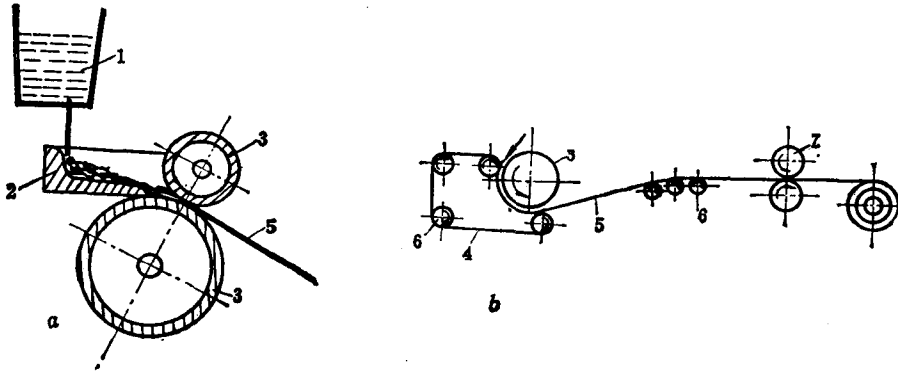


图1 液态铸轧过程

a—铸铁板液态铸轧；b—铝带液态铸轧

1—盛钢桶，2—流钢槽，3—水冷轧辊，4—冷却钢带，5—轧件，6—导辊，7—轧辊

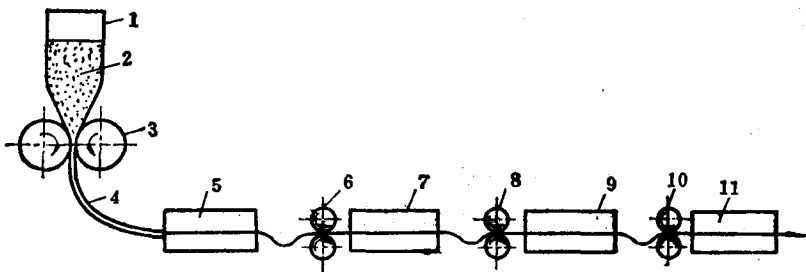


图2 粉末轧制过程

1—料斗，2—粉末，3—轧辊，4—未烧结的带坯，5—预烧结炉，6—一次冷轧，

7—烧结炉，8—二次冷轧，9—退火炉，10—三次冷轧，11—退火炉

表 1 金属塑性加工工件的受力和变形方式分类

基本受力方式		压				力			
		锻造		轧		力		制	
分类与名称	图	自由锻造	模锻	纵轧	横轧	轧	轧	轧	轧
		粗	延	伸	力	力	力	力	
基本受力方式	图								
基本受力方式	图								
分类与名称	图	挤	拉	冲压(拉延)	拉伸成型	弯	弯	剪	切
基本受力方式	图	正挤压	反挤压	拉拔	拉拔	轧制-挤出	轧制-弯曲	轧制-剪切	轧制-剪切
组合方式	图	轧制-挤	轧制-挤	拉拔-轧制	拉拔-轧制	轧制-挤出	轧制-弯曲	轧制-剪切	轧制-剪切
组合方式	图								
组合方式	图	轧制-挤	轧制-挤	拉拔-轧制	拉拔-轧制	轧制-挤出	轧制-弯曲	轧制-剪切	轧制-剪切
组合方式	图								

按加工时的工件温度特征可分为热加工、冷加工和温加工。

热加工：在进行充分再结晶的温度以上所完成的加工。

冷加工：在不产生回复和再结晶的温度以下进行的加工。

温加工：介于冷热加工之间的温度进行的加工。

热加工时为了改善产品的组织性能，常常要控制加热温度、变形终了温度、变形程度和加工后产品的冷却速度，从而提高产品的强韧性。

冷加工的实质是冷加工—退火—冷加工……成品退火的过程，可得到表面光洁、尺寸精确、组织性能良好的产品。

温加工的目的有的是为了降低金属的变形抗力（如奥氏体不锈钢温轧）；有的是为了改善金属的塑性（如高速钢的温拔和温轧）；也有的是为了在韧性不显著降低时提高金属的强度，如合金结构钢在低温过冷的不稳定奥氏体区进行温轧，然而冷却下来可获得微细结构的马氏体，并进行回火，从而可得到具有一定韧性的高强度钢材。

以上说明，各种加工变形方式的适当组合可开发出能扩大品种、提高产品精度和加工成型效率的新的加工成型过程。加工成型过程和热处理适当配合可显著改善产品的组织性能，以便更经济、更有效的使用金属材。

显然，金属塑性加工与金属切削加工、铸造和焊接等过程相比，金属消耗少，生产率高并可改善金属的组织性能。由于金属塑性加工有这些优点，因而对钢、铝、铜等主要金属铸锭90%以上都要靠塑性加工来生产一次制品（如型、板、管等）；把一次制品作原料继续进行二次加工（也叫深加工）时塑性加工也起着重要作用（如用板带冲压生产汽车车体等）。因为塑性加工所生产的产品是大量的，而且在加工中所耗的总能量也是很多的（约占生产和民用总能耗的20%左右），所以塑性加工在国民经济中的作用是相当重要的，因之塑性加工的研究和新技术开发所取得的成果在经济效益上也非常之大。

随着国民经济的发展，对塑性加工产品品种的需求日益增多，对产品质量的要求日益提高，材料及其加工方法也越来越多样化。塑性加工技术的适用范围，今后将会逐渐扩大。现对塑性加工技术发展的今后动向做简要预测。

（1）节约资源：用尽量少的原材料生产出要求的形状、尺寸、强度、塑性以及其它物理性能的产品。为此，合理利用资源选择最佳材质或通过变形与热处理相配合以改善材质、研究轻型薄壁断面和周期断面以及复合材等高效制品的成型可能成为今后节约资源的重要课题。

（2）节约能量：金属材料热加工所需的热能比加工所需的机械能大许多倍，所以首先必须节约热能。因之降低加工温度或从热加工变为冷加工，或开发可减少（或省去）中间退火的加工方法等都可能成为重要的研究课题。此外，降低材料的变形抗力和提高塑性，例如利用材料的超塑性、采用半液态加工等也可能成为节能的重要课题。

（3）实现最佳的加工条件：研究创造最佳的工艺条件和使工艺内容定量化以及把能实现这种条件的新技术用于新加工机械设计和老设备的挖潜上，并进行最优控制。

开发塑性加工技术所涉及的基础和技术知识是相当广泛的。其中塑性力学和材料科学（主要是金属材料学）是不可缺少的基础。此外，还需具有摩擦、磨损和润滑工学、塑性加工机械学、控制工学和计测工学等技术知识。上述基础和有关技术的密切结合才能促进塑性加工技术的突飞猛进。但是，运用塑性力学基础对金属成型过程进行解析是了解金属

塑性加工成型机制的有效手段。

塑性加工力学就是运用塑性力学基础来求解塑性加工成型问题。它的任务是在对加工工件进行应力和应变分析的基础上建立求解塑性加工成型问题的变形力学方程和解析方法，从而确定塑性加工成型的力能参数和工艺变形参数以及影响这些参数的主要因素。

从塑性加工力学上来理解塑性加工成型的机制便容易开发与掌握塑性加工生产技术。例如，用异步轧制技术来生产高精度极薄带和实现大延伸轧制就是运用了塑性加工力学的解析而在深刻理解该加工成型过程机制的基础上开发出来的；带材冷连轧时用塑性加工力学的解析所建立的轧制力和接触压力分布等模型乃是带材厚度控制和板型控制的重要数学模型之一；用塑性加工力学解析所确定的力能参数和工艺变形参数乃是塑性加工工艺与设备优化设计和过程控制的重要依据（如轧机、锻锤、压力机和拉拔机能力的合理选择、轧制时最佳压下规程和最佳辊径的确定以及拉拔的最佳模子角的选取等）；根据塑性加工力学解析求出的工件内应力和应变的分布，可以分析加工时产生裂纹的原因和防止措施，并可预测产品内的残余应力和组织性能分布，以便寻求改善产品组织性能和提高产品质量的途径。

然而，作为实用塑性理论的塑性加工力学，其历史是短浅的。从1678年发表虎克（Hooke）定律之后经229年才揭开塑性力学的序幕，而对塑性变形中工件的应力和应变做出了简单的解析。到了本世纪20年代末，才把轧板做为二维问题，把圆棒拉拔做为轴对称问题分别做了解析，从而导出了计算轧制力和拉拔力的公式。当时所用的方法是初等方法。30年代中期之后才对板冲压成型的非定常变形过程进行理论研究。但是，这个时期塑性加工的实际生产技术仍然停留在直觉和经验的水平上。1939年到1945年的战争激发了研究工作，特别是在美国和英国是如此。塑性加工力学的体系也将逐渐形成。此时不仅对轧制，拉拔、深冲等加工成型过程进行了解析，而且对工件内部的应力和应变的分布以及加工条件诸因素对加工变形力影响等的解析也有了进展。到了50年代塑性加工力学的研究逐渐活跃起来。60年代之后，由于塑性加工技术改造和用电子计算机控制塑性加工过程的需要，而使塑性加工力学的研究相当盛行。在我国为了实现本世纪工农业年总产值翻两翻的战略目标，塑性加工技术的改造也势在必行。与此相适应塑性加工力学的研究也将会迅速发展。

塑性加工力学的今后研究动向可能是：1）采用较精确的初始和边界条件（包括接触摩擦条件等）以及采用反映实际金属流变特性的变形抗力模型，依靠电子计算机求解精确化的变形力学方程，这除了进一步提高塑性加工二维流动问题的求解精度外，还要加强对三维流动问题的研究；2）研究塑性加工工件内矢量场（应力、位移和应变分布）和标量场（温度、硬度和晶粒度等分布）的关系以寻求提高塑性加工产品性能质量的途径和建立边缘学科。

1 应力和应变

金属塑性加工是金属与合金在外力作用下产生塑性变形的过程，所以必须了解塑性加工中工件所受的外力及其在工件内的应力和应变。本章将从塑性加工中工件所受的外力和所呈现的现象入手讲述变形工件内应力和应变状态的分析及其表示方法。这些都是塑性加工的力学基础。

1.1 基本概念

1.1.1 外力、内力和应力

(1) 外力

作用在物体上的外力，按其作用方式的不同分为体积力（或体力）和表面力（或面力）。

体积力，系指分布在物体体积的外力，它作用于物体内部的每一个质点上，例如重力、惯性力等。在直角坐标系中，单位体积的体积力分量（简称体积力分量）用 f_x 、 f_y 、 f_z 表示，是体积力向量 \vec{F} 在 x 、 y 、 z 坐标轴上的投影，见图1-1。体积力分量以与坐标轴正向一致者为正，相反者为负。单位体积力的量纲是[力]/[长度]³。

表面力，系指分布于物体表面上的外力（如图1-1上之 \vec{F}' 或 f'_x 、 f'_y 、 f'_z ）。塑性加工时工件表面上作用的外力主要有作用力和约束反力。

1) 作用力 通常把塑性加工设备的可动工具部分对工件所作用的力叫作用力或主动力。例如，锻压时锤头对工件作用的压力（图1-2a之 P ），挤压时挤压轴对工件所作用的

压力（图1-2b之 P ），以及拉丝钳对工件所作用之拉力（图1-2c之 P ）等。塑性加工时的作用力可以实测或用理论计算得到。用这个力来验算设备零件强度和设备功率。

2) 约束反力 工件在主动力的作用下，其运动将受到工具的阻碍而产生变形。金属变形时，其质点的流动又会受到工件与工具接触面上摩擦力的制约。因此，工件在主动力的作用下，其整体运动和质点流动受到工具的约束时就产生约束反力。这样，在工件和工具接触表面上的约束反力就有正压力和摩擦力。

正压力 沿工具和工件接触面法向阻碍工件整体移动或金属流动的力，其方向垂直于接触面，并指向工件（图1-2之 N ）。

摩擦力 沿工具和工件接触表面之切向阻碍金属流动的力，其方向和接触面平行，并

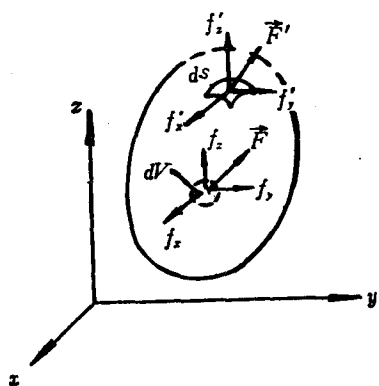


图 1-1 体积力，表面力

与金属质点流动方向和流动趋势相反（图1-2之 T ）。

应指出，轧制情况比较特殊。轧制时，轧件靠两个反向转动的轧辊给以摩擦力使其进入辊缝（图1-2d），而摩擦力的产生又必须依赖于正压力的存在，所以轧制时何者是主动动力就不好划分，在实际计算中也没有必要划分出何者是主动动力。轧件充满轧辊的辊缝后进行稳定轧制状态时，在轧件和轧辊的接触表面上只有正压力（ N ）和摩擦力（ T ）。 N 是沿接触面法向压缩轧件的力； T 是沿接触面切向阻碍轧件质点流动的力。总的正压力和总的摩擦力的合力是轧辊对轧件的总压力。这个总压力的垂直分力一般叫轧制力，也就是轧机压下螺丝所承受的力。通常，用这个力来计算轧辊、轧机及其它零件的强度和轧机功率。

应注意，在研究工件的受力情况时，要画出工具对工件的受力图；在计算设备强度和功率时，要画出工件对工具的受力图，这两者大小相等方向相反。图1-2中所画之受力图乃工具对工件的受力图。

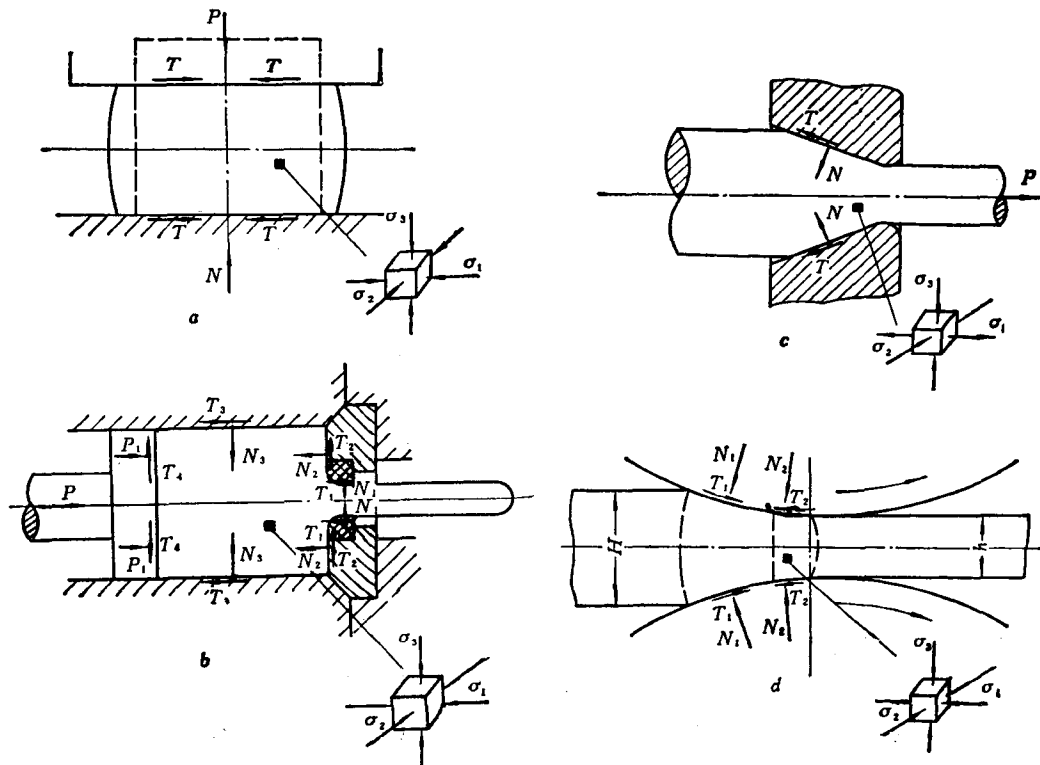


图 1-2 基本压力加工过程的受力图和应力状态图

a—磨粗；b—挤压；c—拉拔；d—轧制

最后指出，塑性加工时，由于体积力与加工中的作用力比较起来很小，所以在实际工程计算中一般可以忽略，但是当加工速度很高时应考虑塑性流动的惯性力。

(2) 内力和应力

在外力作用下的物体，内部将产生抵抗变形的内力。为了便于分析，有必要把内力转变成外力。采用所谓截面法来达到这个目的。例如，工件受外力 P_1 、 P_2 、 \dots 、 P_n 作用下处于平衡状态。为了研究工件内某点 K 的受力情况，假想以一平面 S （也可以用曲面代替平

面)过K点将物体分为A、B两部分(图1-3)。由于工件内分子的相互作用,这两部分也就彼此作用着大小相等方向相反的内力。若把A部分去掉,此内力便成为对B部分的外力而与B部分之其余外力相平衡。这就是截面S上的内力用外力表示的方法,即截面法。

现在研究B部分,假设内力在截面S上是连续分布的,包括K点取一微元面积 ΔS ,简称面素,面素外法线方向为N。设 ΔS 上作用的内力为 ΔP_n ,它是一个向量,则平均应力为

$$\frac{\Delta P_n}{\Delta S}$$

定义极限

$$\lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta P_n}{\Delta S} = \frac{dP_n}{dS} = S_n \quad (1-1)$$

为物体内部过K点、外法线为N截面上的应力,它也是一个向量,称为应力向量。显然过K点可以引无数个不同的截面,每一截面都可以定自己的应力向量。一点的应力向量不仅取决于该点的位置,还取决于截面的方位。但是,以后将证明,如果已知过某点三个相互垂直截面上的三个应力向量,则过该点任何其它截面上的应力向量均可求出,即这三个应力向量(通常是用它们的分量表示的)完全确定了该点的应力状态。

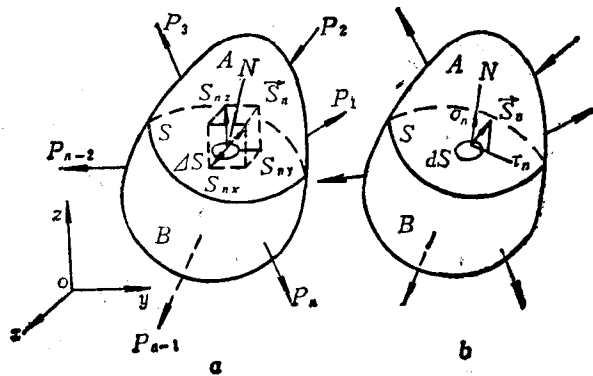


图 1-3 作用在微元面积上的应力

任意截面上的应力向量,通常按两种方式分解:

其一是按坐标轴方向分解。如图1-3a所示,N表示应力向量 S_n 作用面的外法线方向, S_{nx} 、 S_{ny} 、 S_{nz} 表示应力向量 S_n 在坐标轴x、y、z上的分量, S_n 表示 S_n 的大小(模),于是

$$S_n^2 = S_{nx}^2 + S_{ny}^2 + S_{nz}^2 \quad (1-2)$$

其二是按法线和切面方向分解,如图1-3b所示。 S_n 在法线N上的分量用 σ_n 表示,称为给定截面上的法向应力(或正应力); S_n 在切面方向的分量用 τ_n 表示,称为切面上的全剪应力,显然

$$S_n^2 = \sigma_n^2 + \tau_n^2 \quad (1-3)$$

根据定义,应力量纲[力]/[长度]²。

如果在物体内部用平行坐标面的平面包围某点,并切取一微元平行六面体(简称体素),则在其每一微面上作用有三个应力分量,其中一个正应力两个剪应力,其方向分别与

三个坐标轴平行。在弹、塑性力学中，按如下方法规定各应力分量的正负。拉应力为正；压应力为负。如果在截面上拉应力指向坐标轴的正向，则指向坐标轴正向的剪应力规定为正；

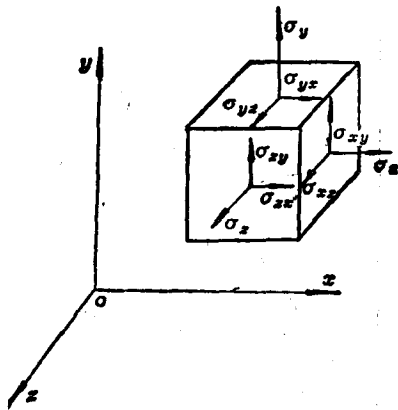


图 1-4 直角坐标系的应力分量

正；如果截面上拉应力指向坐标轴负向，则指向坐标轴负向的剪应力为正。图 1-4 中所示的全部应力分量均为正号。顺便指出，对圆柱坐标系，按右手螺旋方向确定坐标轴的正负，即右手拇指、食指和中指分别 z 、 r 和 θ 的正方向。

应力角标的第一个符号表示应力作用面法线的方向；第二个符号表示此应力的方向。例如， σ_{xx} 表示作用于其法线为 x 的微元体 YOZ 面上，其方向为 x 轴方向的正应力。为了简便起见，通常将正应力的第二个角标删掉，于是 σ_{xx} 、 σ_{yy} 、 σ_{zz} 可分别写为 σ_x 、 σ_y 及 σ_z 。同样， τ_{xy} 表示作用在其法线为 x 的 YOZ 面上，

其方向为 y 轴方向的剪应力。

我们看到，一点处应力的全部特征或该点的应力状态可通过九个应力分量来确定：

$$\begin{matrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{matrix}$$

可以证明，作用于两个相互垂直面上并且垂直于该两面交线的剪应力，其大小相等负号相同，通常称为剪应力互等定理，表示为：

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}, \tau_{yz} = \tau_{zy}, \tau_{zx} = \tau_{xz} \quad (1-4)$$

即剪应力的两个下标可以互换。这样，九个应力分量中只有六个是独立的。于是，该点处应力状态便可用六个应力分量来确定。这些应力分量可按一定次序排列成对称矩阵，其符号为：

$$T_\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{pmatrix} = \sigma_{ij}$$

下面将要讲到，一点处的应力状态，将会由这个对称矩阵 σ_{ij} 表示的量来确定，这个量在数学上称为二阶对称应力张量。本书不去深研张量的分析和运算，只是借用其符号 T_σ 或 σ_{ij} 。矩阵中的元素（这里是应力分量）称为应力张量分量。

也可以用其它坐标系来确定物体中一点的应力分量，如圆柱面坐标系和球面坐标系。如果用圆柱面坐标系或球面坐标系两者之一代替直角坐标系来确定物体中一点处的应力状态，那么，相应的应力分量就应分别如图 1-5 和图 1-6 所示。

在圆柱面坐标系中，一点处的应力全部特征或应力状态是通过下面九个应力分量确定的：

$$T_{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_r & \tau_{\theta r} & \tau_{z r} \\ \tau_{r \theta} & \sigma_{\theta} & \tau_{z \theta} \\ \tau_{r z} & \tau_{\theta z} & \sigma_z \end{pmatrix} = \sigma_{ij}$$

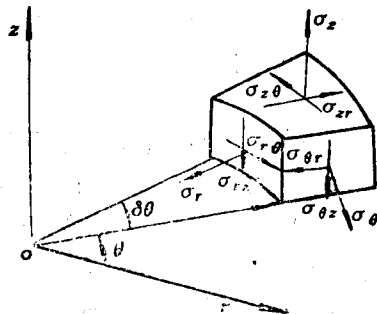


图 1-5 圆柱面坐标系中的应力分量

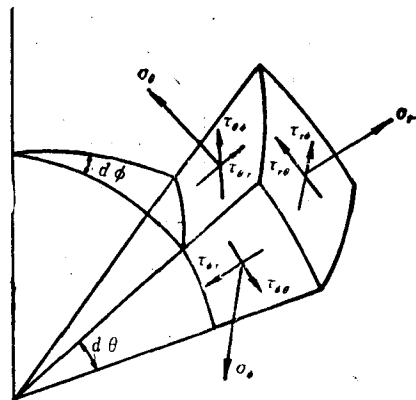


图 1-6 球面坐标系中的应力分量

在球面坐标系中，一点处的应力状态，由以下九个应力分量确定，即

$$T_{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_r & \tau_{\theta r} & \tau_{\phi r} \\ \tau_{r \theta} & \sigma_{\theta} & \tau_{\phi \theta} \\ \tau_{r \phi} & \tau_{\theta \phi} & \sigma_{\phi} \end{pmatrix} = \sigma_{ij}$$

式中 i, j —— x, y, z ; r, θ, z ; r, θ, ϕ 。

1.1.2 基本实验资料

在塑性加工力学中，有两个最基本的实验：一个是单向拉伸（或压缩）实验（有时还包括薄壁管扭转试验）；另一个是材料在静水压力作用下，物体体积变形的实验。这两个实验的结果是建立各种塑性理论的基础，现分别叙述如下。

(1) 应力——应变曲线

单向拉伸（或压缩）、薄壁管扭转实验所得到的应力——应变曲线，给出了材料的强度和塑性性能指标，它是塑性加工力学理论最基本的实验资料。实验表明，纯扭转实验曲线与拉伸曲线基本相似，故下面只介绍单向拉伸（或压缩）的有关实验结论。

1) 一般金属材料按其塑性变形性能的不同可分为：有明显屈服流动台阶和无明显屈服流动台阶两类。例如低碳钢、铸钢和某些合金钢即属于前者（图1-7a），对于此类金属材料通常是把初始屈服时的应力作为屈服极限，用 σ_s 表示；而中碳钢、某些高强度合金钢和某些有色金属则属于后者（图1-7b），对于此类金属材料则规定具有0.2%的残余应变时的应力作为条件屈服极限 $\sigma_{0.2}$ ，或者把割线模量 $E_s = 0.7E$ 的应力作为条件屈服极限 σ_s （ E 为弹性模量）。

拉伸实验结果表明，如应力小于弹性极限，则加载和卸载时都服从弹性的虎克（Hooke）定律；材料进入塑性状态以后，加载和卸载将遵循不同的规律。例如，图1-7a中的B点，从B点处卸载，其应力与应变并不沿原曲线BAO退回到O点，而是沿着BD线变化，当应力全部消失时还保留有永久应变OD。通常，材料塑性变形再卸载时，可近似取BD平行于AO，以 ϵ^p 表示塑性应变OD，则B点的应变为：

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p = \frac{\sigma}{E} + \varepsilon^p$$

如果从D点再从新加载，开始时仍近似按DB变化，在回到B点后才近似按原有曲线继续变化，产生新的塑性变形。这样，B点成为这时的屈服极限，也可认为它是第二次加载时新的屈服应力。在第二次加载过程中，弹性系数仍保持不变，但弹性极限及屈服极限常有升高现象，其升高程度与塑性变形的历史有关，决定于前阶段的塑性变形程度。这种现象称为应变强化或加工硬化。 $\sigma-\varepsilon$ 曲线的斜率越大，则硬化效应越显著。B点的应力称为加载应力。对于均匀应力状态的情形，全部卸除外载之后，宏观应力等于零，但保留了宏观的永久应变。

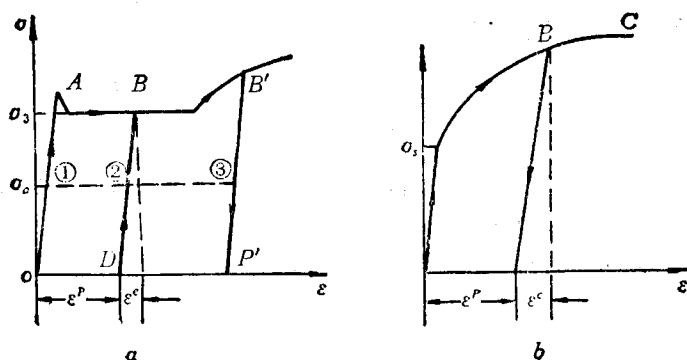


图 1-7 应力-应变曲线

a—有明显屈服极限，b—无明显屈服极限

从图1-7a中看出，应力与应变之间不是单值对应的关系，它们的关系与加载历史有关。例如，对应于 σ_0 的应力，根据其加载的历史不同，可对应于①、②、③处的应变。因此，塑性加工力学问题应该是从某一已知的初始状态（可以是弹性状态）开始，跟随加载过程，用应力增量与应变增量的关系逐步将每个时刻的各个增量累加起来，得到物体内的应力和应变分布。

2) 对一般金属材料的拉伸和压缩曲线，在小变形阶段基本上是重合的，在大塑性变形阶段则差别显著。一般，在应变不超过10%时，可认为两者一致（图1-8），但精确的试验发现，某些高强度合金钢 σ_s 和 E 在拉伸和压缩时略有区别。因此，对于一般金属材料，在变形不太大的情况下，用简单拉伸试验代替简单压缩试验进行塑性变形分析是可以的。

3) 如图1-9所示，金属沿O-A-B拉伸，从B点卸载到C点后，若在同方向（C-B）拉伸便在B点附近屈服，若在反方向（C-D）压缩则在D点屈服，比较B、D两点处屈服应力的绝对值可见，反向加载在D点处的屈服应力比B点处的小，这就是所谓包辛格效应。这种现象不仅在拉伸和压缩的情况出现而且扭转时也有。此效应使处理塑性加工力学问题复杂化，在热加工和反向加载前进行去应力退火的情况下可忽略它的影响。

逐次给以拉伸和压缩的塑性变形，此时应力—应变曲线用图1-9所示的滞后回线表示，这种现象称为塑性滞后现象。此回线所围的面积表示其间所消耗的功，其中大部分变成热损失。