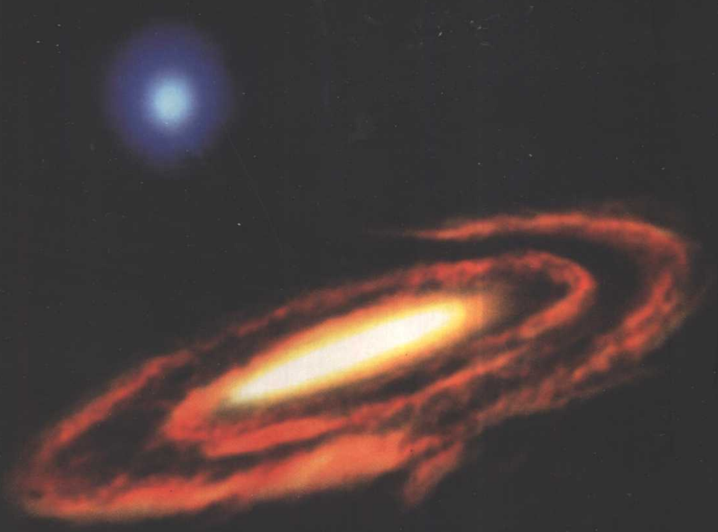
黑洞的热性质与时空奇异性

——零曲面附近的量子效应

赵峥 著



北京师范大学出版社

HEIDONG DE REXINGZHI YU SHIKONG QIYIXING

黑洞的热性质与时空奇异性

——零曲面附近的量子效应

赵峥 著

北京师范大学出版社

·北京·

图书在版编目（CIP）数据

黑洞的热性质与时空奇异性：零曲面附近的量子效应/赵峥著.-北京：北京师范大学出版社，1999.9

ISBN 7-303-04711-5

Ⅰ.黑… Ⅱ.赵 Ⅲ.①黑洞-热学性质②黑洞-零曲面-量子效应 Ⅳ.P145.8

中国版本图书馆CIP数据核字（1999）第06241号

北京师范大学出版社出版发行
（北京新街口外大街19号 邮政编码：100875）
出版人：常汝吉
北京师范大学印刷厂印刷 全国新华书店经销
开本：850mm×1 092mm 1/32 印张：11.625 字数：292千字
1999年9月第1版 1999年9月第1次印刷
印数：1～5 000 定价：19.00元

前　言

黑洞问题是目前物理学和天文学研究的一个热点．它涉及物理学基本定律与时空理论之间的内在联系．它所显示的理论困难，有可能触发物理学的一场新革命．

最早预言黑洞的人是200年前拿破仑时代的拉普拉斯（P. S. Laplace）和米歇尔（R. J. Michell）．他们依据牛顿的万有引力定律和力学三定律指出，宇宙中巨大的星体所发射的光，有可能被自己产生的万有引力拉回来，因而使外界看不见它们．拉普拉斯和米歇尔具体计算出这类暗星产生的条件．1939年，奥本海默（J. R. Oppenheimer）及其合作者从爱因斯坦的广义相对论再次导出了上述暗星产生的条件，与拉普拉斯等人用牛顿理论算出的结果完全一致．这种暗星后来被称为“黑洞”．当时人们对黑洞的存在极为怀疑，原因是它的密度大得惊人．与太阳质量相同的黑洞，密度高达每立方厘米100亿吨．然而，近年来，密度达每立方厘米1吨的白矮星和每立方厘米1亿吨的中子星相继被发现，高密度的黑洞已不再是无法接受的了．实际上，黑洞的密度与其质量的平方成反比，大黑洞的密度可以很小．进一步的研究表明，黑洞内部除奇异区（奇点或奇环）外，全是真空，谈论它的密度毫无意义．

60 年代以来，黑洞研究吸引了越来越多的物理学家和天文学家的注意．研究范围从静态球对称黑洞，扩展到稳态轴对称黑洞、各种动态黑洞，以及形形色色的奇异黑洞和奇异时空．霍金（S. W. Hawking）证明了面积定理，指出经典黑洞的表面积，在顺时方向永不减少．贝根斯坦（J. D. Bekenstein）和斯马尔（L. Smarr）指出，黑洞各参量（质量、角动量、电荷、转动角速度、表面积、表面引力等）之间，存在类似于热力学第一定律的公式．人们惊奇地发现，黑洞似乎具有热性质．在黑洞的表面和奇异区附近，存在极为有趣的量子效应．特别是 1973 年霍金发现黑洞存在热辐射之后，人们不再怀疑黑洞具有热性质了．黑洞理论从一个单纯的几何理论，发展为一个包括量子论、相对论、统计物理、天体物理和微分几何在内的多学科的理论．黑洞研究已成为多学科的交叉点，并发展为当前科学研究的主要热点之一．

70 年代初，彭若斯（R. Penrose）和霍金证明了奇点定理．指出：在广义相对论成立、因果性良好和物质不为零的条件下，时空一定存在奇点．他们把奇点看作时间的“端点”．按照奇点定理，上述时空至少存在一个时间有开始或有结束的物理过程．即，时间一定是有限的．奇点定理是目前广义相对论最基本的困难之一，这一困难与黑洞理论密切相关．

80 年代以来，黑洞理论未取得重大进展，奇点困难

一直遗留至今．天文观测也没有最后确认黑洞的存在．

然而，90年代后期，黑洞研究再次成为热点．人们认识到黑洞不应看作一般的星体，黑洞问题也不是单纯的天文学问题．黑洞性质涉及到物理学的基本规律和时空属性．现有的发现暗示人们，热力学与时空性质之间可能存在着深刻的内在联系．对黑洞理论的进一步探索，有可能导致物理学的另一场革命．

作者所在的研究小组，长期从事黑洞物理和弯曲时空量子场论的研究，特别是黑洞热性质和量子效应的研究．在黑洞热辐射方面和时空奇异性方面作了大量工作．本书就是作者这方面研究工作的一个总结．

书中用一些篇幅介绍黑洞物理的入门知识，然后用主要篇幅介绍作者及其合作者们的研究成果．内容涉及一般稳态时空的热性质；稳态和动态时空事件视界的确定；动态黑洞的热效应；Dirac粒子的热辐射；导致霍金效应的坐标变换；霍金效应视作时间尺度的补偿效应；惯性起源的探讨；热力学第零定律与同时传递性之间的关系；热力学第三定律与时间无限性的关系等等．

作者希望本书的出版能够有助于物理、天文和数学工作者的学术交流，促进我国黑洞研究和相对论天体物理学的发展．也希望本书能够引导对黑洞和时空理论感兴趣的物理、天文、数学专业的大学生和研究生，快速走到这一领域的前沿．

今年正值我的老师刘辽教授70寿辰，我仅以此书对他表示深切的感谢，是他把我引导到黑洞研究的领域，教给我大量的知识和科学研究的方法．刘辽先生为我国广义相对论、黑洞理论、宇宙学和弯曲时空量子场论知识的传播及赶超世界先进水平作出了重大贡献．我对他正直的人品、渊博的学识、诲人不倦的作风，以及身处逆境不屈不挠追求科学真理的精神深感钦佩．

作者从梁灿彬教授和北京大学许殿彦教授那里，学到许多知识并在科研中得到他们很多帮助，在此表示由衷的谢意．

感谢王永成教授、裴寿镛教授和大连理工大学桂元星教授、南京大学彭秋和教授、湖南师范大学王永久教授、中国科学院上海天文台沈有根教授、应用数学所刘润球博士、高能物理所黄超光博士以及我科研上的合作者们，与他们频繁的学术交流使我受益非浅．

南开大学葛墨林教授、北京师范大学何香涛教授、北京大学钱尚武教授、中国科学院研究生院刘永镇、邓祖淦教授的推荐促进了本书的出版．作者对此表示深切的谢意．

华夏英才基金会和北京师范大学为本书的出版提供了财政资助，作者对他们表示由衷的感谢。作者还要感谢周凤花老师和周迺英老师为此所作的努力。最后，作者感谢北京师范大学出版社，特别是李桂福教授对本书出版的积极支持和帮助．

目　　录

第一章　黑洞的经典理论

恒星是靠引力和粒子热运动的排斥效应来维持平衡的．在演化的晚期，随着热核反应的减弱，恒星温度逐渐降下来，从而失去力学平衡，产生引力坍缩．坍缩后的星体如果小于钱德拉卡(S. Chandrasekhar)极限(约 $1\cdot 4M_{\odot}$，$M_{\odot}$是太阳质量)，将形成靠电子简并压来维持的白矮星．若大于 $1\cdot 4M_{\odot}$，但小于奥本海默极限(约 $3M_{\odot}$)，则将形成靠中子简并压来维持的中子星．大于奥本海默极限的将形成黑洞．太阳半径约 70×10^4 千米，如果形成白矮星，半径约为 1×10^4 千米，密度约为每立方厘米 1 吨($10^6 g/cm^3$)．相当于太阳质量的中子星，半径为 10 千米，密度为每立方厘米 1～10 亿吨($10^{14}\sim10^{15} g/cm^3$)．如果形成黑洞，半径为 3 千米，密度为每立方厘米 100 亿吨($10^{16} g/cm^3$)．如此巨大的密度似乎很难令人相信．但是，白矮星与中子星都已发现，因此不少人相信密度只比中子星大一个量级的黑洞的发现，也为时不会太远了．实际上，大黑洞的密度并不大，例如，质量为 $10^8M_{\odot}$的黑洞，密度与水差不多．[1-10]

§1·1　史瓦西黑洞

1. 黑洞概念的产生

世界上最早预言黑洞的人是法国科学家拉普拉斯和英国人约翰·米歇尔，他们在两百年前就指出：最大的星是看不见

的.[5,9]他们认为,星体的质量越大,质点逃离这颗星所需的动能也就越多.当一颗星的质量大到一定程度,就会使光子逃不出去.依据牛顿理论,可以给出光子的动能

$$E_p=\frac{1}{2}mc^2 \tag{1·1·1}$$

和势能 $E_v=-\frac{GMm}{r}$, (1·1·2)

其中 M 为星体质量,r 为星体半径,m 为光子质量,c 为光速.当时不知道 c 是常数,这里指的当然是光子脱离星体表面时的初速.不难看出,当光子的动能小于势能时,它就不可能逃离星体,外界当然也就看不到这颗星了.

从

$$\frac{1}{2}mc^2\leqslant\frac{GMm}{r} \tag{1·1·3}$$

可以得出 $r\leqslant\frac{2GM}{c^2}$, (1·1·4)

这就是拉普拉斯等人给出的“暗星”条件.当一颗星的质量和半径满足(1·1·4)所示的关系时,这颗星就看不见了.

拉普拉斯与米歇尔的结论是从牛顿理论得出的.有趣的是,今天从广义相对论得到的结论,恰好与他们的结论一致.(1·1·4)式正是后人给出的黑洞条件.从今天的眼光看来,(1·1·3)式错了两处.第一是光子的动能不应该是 $\frac{1}{2}mc^2$,而应该是 mc^2,第二是描述引力的不应是万有引力定律,而应是广义相对论.然而,两个错误相互抵消最终导出了正确的结论.

在拉普拉斯与米歇尔的理论被遗忘一百多年之后,人们注意到爱因斯坦场方程的史瓦西解有两个奇异区.从史瓦西线元

$$ds^2=-c^2\left(1-\frac{2GM}{c^2r}\right)dt^2+\left(1-\frac{2GM}{c^2r}\right)^{-1}dr^2+r^2(d\theta^2$$

$$+\sin^2\theta d\varphi^2)\qquad (1\cdot 1\cdot 5)$$

不难看出度规在 $r=0$ (1·1·6)

和

$$r=\frac{2GM}{c^2}\qquad (1\cdot 1\cdot 7)$$

两处是奇异的．这种奇性究竟意味着什么？是否是由于坐标系选择得不好而引起的？人们发现，在 $r=0$ 处，由曲率张量构成的标量(如 R, $R_{\mu\nu}R^{\mu\nu}$, $R^{\mu}_{\nu\sigma\rho}R^{\nu\sigma\rho}_{\mu}$ 等)是发散的．也就是说，在那里，不仅度规发散，曲率也发散，而且这种发散是不能通过坐标变换消除的，肯定与坐标系的选择无关．我们称这类奇点为内禀奇点．而在(1·1·7)所示的奇异球面处，曲率并不发散．后来证明，这个奇异球面可以通过坐标变换而消除．所以(1·1·7)所示的奇性不是真正的奇性，我们称其为坐标奇异性．[1,2,11]

第一个指出(1·1·7)所示的坐标奇异性具有真实意义的是奥本海默．他指出这个奇异球面是一个不可见区域的边界．也就是说，位于此球面外的观测者，不可能得到球内的任何信息．半径和质量满足条件

$$r\leqslant\frac{2GM}{c^2}$$

的星体将是一个"黑洞"．不难看出，这正是拉普拉斯与米歇尔在两百多年前依据牛顿理论给出的"暗星"条件．我们称

$$r_g=\frac{2GM}{c^2}\qquad (1\cdot 1\cdot 8)$$

为引力半径或史瓦西半径．称满足条件 $r\leqslant r_g$ (1·1·9)

的黑洞为史瓦西黑洞，并定义 r_g 为史瓦西黑洞的半径．

2. 引力红移

度规分量与坐标时间无关的时空，

$$\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial t}=0,\qquad (\mu,\nu=0,1,2,3)\qquad (1\cdot 1\cdot 10)$$

定义为稳态时空．时轴正交[1,12]

$$g_{oi}=0 \qquad (i=1,2,3) \tag{1·1·11}$$

的稳态时空称为静态时空．显然，史瓦西时空是静态的．[1,2,7]

设在稳态时空的 P_1 和 P_2 两空间点，分别有静止的光源和静止的观测者．P_1 处的光源在坐标时刻 t_1 发出一个光信号，P_2 处的观测者在坐标时刻 t_2 收到这个信号．定义二坐标时刻之差为

$$\delta t=t_2-t_1. \tag{1·1·12}$$

然后，P_1 处的光源在坐标时刻 t'_1 又发出一个光信号，此信号在 t'_2 到达 P_2 处，二坐标时刻之差为

$$\delta t'=t'_2-t'_1. \tag{1·1·13}$$

由于时空是稳态的，一定有 $\delta t=\delta t'$， (1·1·14)

也就是 $t_2-t_1=t'_2-t'_1$. (1·1·15)

所以有 $\mathrm{d}t_2\equiv t'_2-t_2=t'_1-t_1\equiv \mathrm{d}t_1$， (1·1·16)

其中 $\mathrm{d}t_1$ 为 P_1 点发出两个光信号的坐标时间间隔．其固有时间间隔为

$$\mathrm{d}\tau_1=\sqrt{-g_{00}}\Big|_{(1)}\mathrm{d}t_1. \tag{1·1·17}$$

$\mathrm{d}t_2$ 为 P_2 处的观测者收到这两个光信号的坐标时间间隔．其固有时间间隔为

$$\mathrm{d}\tau_2=\sqrt{-g_{00}}\Big|_{(2)}\mathrm{d}t_2. \tag{1·1·18}$$

由(1·1·16)可知 $\mathrm{d}\tau_2=\dfrac{\sqrt{-g_{00}}\Big|_{(2)}}{\sqrt{-g_{00}}\Big|_{(1)}}\mathrm{d}\tau_1$. (1·1·19)

(1·1·16)式表明，稳态时空中任意两点的坐标钟所标记的同一组(两个)信号的时间差是相等的，所以可称 $\mathrm{d}t$ 为世界时．(1

·1·19)式表明，任意两点的静止标准钟所测量的同一组（两个）信号的固有时刻之差，一般是不等的.

在 P_1 点，这两个信号分别是在固有时刻 τ_1 和 τ'_1 发出的；在 P_2 点，它们分别是在固有时刻 τ_2 和 τ'_2 收到的. P_2 的观测者认为，当 P_1 的标准钟走了

$$\Delta\tau_1=\tau'_1-\tau_1 \tag{1·1·20}$$

时，他自己的标准钟走了 $\Delta\tau_2=\tau'_2-\tau_2.$ (1·1·21)

但 $\Delta\tau_1\neq\Delta\tau_2,$ (1·1·22)

所以，他认为，静止于稳态时空不同空间点的标准钟，一般都快慢不同.(1·1·19)式正是表述这一效应的式子.

把史瓦西度规代入(1·1·19)式，得到

$$d\tau_2=\sqrt{\frac{1-\dfrac{2GM}{c^2r_2}}{1-\dfrac{2GM}{c^2r_1}}}d\tau_1. \tag{1·1·23}$$

当 $r_1<r_2$ 时，我们有 $d\tau_2>d\tau_1.$ (1·1·24)

所以，静止于引力势大（即 r 小）的地方的标准钟走得慢.令 r_2 趋于无穷远，并注意到无穷远处的标准钟即坐标钟，则(1·1·23)式化成

$$dt=(1-\frac{2GM}{c^2r})^{-\frac{1}{2}}d\tau. \tag{1·1·25}$$

其中 r 即 r_1，$d\tau$ 即 $d\tau_1$. $dt=d\tau_2$ 为静止于无穷远的观测者的标准钟.在史瓦西情况，它就是那里的坐标钟.对于静止在太阳表面上的标准钟，地球上的观测者可近似看作无穷远观测者.(1·1·25)式告诉我们，太阳表面的标准钟会比地球上的标准钟走得慢.

位于两地的钟，不能直接比较快慢.但可用光谱线频率的移动来验证钟速变化的理论.

原子发射的光谱线的固有频率，反映光子(或作为光源的原子)的固有振动频率

$$\upsilon=\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}\tau}, \qquad (1\cdot1\cdot26)$$

其中 N 为振动的次数．由于 P_1 点和 P_2 点测得相同的振动次数

$$\mathrm{d}N_1=\mathrm{d}N_2, \qquad (1\cdot1\cdot27)$$

我们有 $\upsilon_1\mathrm{d}\tau_1=\upsilon_2\mathrm{d}\tau_2$. (1・1・28)

于是由(1・1・19)和(1・1・23)可得

$$\upsilon_2=\frac{\sqrt{-g_{00}}\Big|_{(1)}}{\sqrt{-g_{00}}\Big|_{(2)}}\upsilon_1 \qquad (1\cdot1\cdot29)$$

和 $\upsilon_2=\sqrt{\left(1-\frac{2GM}{c^2r_1}\right)\Big/\left(1-\frac{2GM}{c^2r_2}\right)}\upsilon_1$. (1・1・30)

(1・1・29)和(1・1・30)表明，由于稳态引力场中各点标准钟的速度不同，从一点传播到另一点的光子的频率将发生变化．也就是说，光谱线将发生紫移或红移．

利用(1・1・25)或(1・1・30)，可得静止于无穷远的观测者所看到的，来自恒星表面的光子的频率移动

$$\upsilon=\upsilon_0\left(1-\frac{2GM}{c^2r}\right)^{1/2}. \qquad (1\cdot1\cdot31)$$

其中 υ_0 为恒星表面处原子的固有振动频率，或者说成在那里发射的光子的固有频率．υ 则为无穷远静止观测者测得的该光子的固有频率．(1・1・31)表明，无穷远观测者会觉得频率变小，即光谱线发生红移，移动的频率为

$$\Delta\upsilon=\upsilon-\upsilon_0=\upsilon_0\left[\left(1-\frac{2GM}{c^2r}\right)^{1/2}-1\right]. \qquad (1\cdot1\cdot32)$$

由同种原子发射的同种光子的固有频率，是那种原子的内

在性质，在任何相对于该原子瞬时静止的坐标系中都应相同．例如，静止于太阳表面的氢原子，发射的光子的固有频率应该和地球上氢原子发射的光子相同．但(1·1·31)表明，在地球上收到的来自太阳的光子的频率比地球上氢原子发射的同种光子的频率要小，发生了红移．其原因只能归之于太阳表面的标准钟比地球上的标准钟走得慢，使那里发射的光子的频率，从地球上看来，变小了．

引力红移是爱因斯坦发表广义相对论时预言的一个效应．这个效应已被天文观测和实验室观测所证实．[1,3,6,13]

3. 无限红移面

由(1·1·25)
$$dt=\left(1-\frac{2GM}{c^2r}\right)^{-\frac{1}{2}}d\tau \qquad (1\cdot1\cdot33)$$

和(1·1·31)
$$\nu=\nu_0\left(1-\frac{2GM}{c^2r}\right)^{1/2} \qquad (1\cdot1\cdot34)$$

可知，当
$$r\to r_g=\frac{2GM}{c^2} \qquad (1\cdot1\cdot35)$$

时，有
$$dt\to\infty \qquad (1\cdot1\cdot36)$$

和
$$\nu\to0. \qquad (1\cdot1\cdot37)$$

这表明，对于静止于无穷远的观测者来说，静置于黑洞表面的钟，将无限变慢，静置于那里的光源所发出的光，将发生无限红移．所以，史瓦西黑洞的表面是无限红移面[1,5,6]．从(1·1·33)和(1·1·34)可以看出，在史瓦西时空中产生无限红移的关键是

$$g_{00}=-\left(1-\frac{2GM}{c^2r}\right)=0. \qquad (1\cdot1\cdot38)$$

对于一般的稳态时空，从(1·1·29)不难看出，不管g_{00}的具体函数形式如何，只要

$$g_{00}=0, \qquad (1\cdot1\cdot39)$$