大学物理自学指南

张佩礼　周　馥　编著

中国纺织大学出版社

责任编辑　杜亚玲
封面设计　卜允台

大学物理自学指南

张佩礼　周　馥　编著

中国纺织大学出版社出版
（上海市延安西路1882号　邮政编码：200051）
新华书店上海发行所发行　上海市印刷四厂印刷
开本：787×1092 1/16　印张：19　字数：450千字
1999年3月第1版　1999年3月第1次印刷
印数：0 001-3 000
ISBN 7-81038-216-0/O・07
定价：29.50元

内容提要

本书是以《高等工科院校大学物理教学基本要求》为依据编写的大学物理学习指导书，是汤毓骏教授主编的《大学物理新编》的配套教材。

全书共有十六章，每章有教学基本要求、教学目标、学习指导、解题示例、讨论题、习题和测验题等七个部分组成。其中“教学目标”部分是以现代教学目标分类学为指导编写而成的，“学习指导”部分不仅对主要内容作了总结，而且对重点、难点和学习中容易混淆的问题作了剖析，对典型习题及其解题方法作了分类和概括，以帮助学生掌握基础知识，培养分析解决问题的能力。

本书既可与《大学物理新编》配套使用，也可独立使用。既可作为高等工科学生的学习指导书，也可作为高等和中等学校物理教师的教学参考书。

编者的话

本书是以《高等工科院校大学物理教学基本要求》为依据，并在多年教学经验和体会的基础上，密切结合学生实际和课堂教学实际编写而成的。在编写时，力求分清主次，突出重点、难点，澄清一些容易混淆的问题。题目内容上力求结合实际；形式上力求多样化。例题内容上力求典型化；解题方法上力求规范化并富有启发性。希望能有助于学生巩固和深化对物理基本定律和原理的认识，有助于培养和提高他们分析和解决实际问题的能力，有助于学生科学素质的提高。

全书共有四篇十六章，每章包括教学基本要求、教学目标、学习指导、典型例题、讨论题、习题，在每章最后还有测验题，供学生复习时自我检测之用。

本书是汤毓骏教授主编的《大学物理新编》的配套教材，在章节和内容编排顺序上与之相一致。就其编写内容、特色及形式而言，也可作为一本独立的工科院校大学物理课程的学习指导书。既可作为学生的学习指导书，又可作为教师的教学参考书。

书中第一篇及第二篇的第二章、第四章由周馥执笔，第二篇的第一章、第三章、第五章及第三篇、第四篇由张佩礼执笔，全书插图由沈亚平绘制。全书经我校汤毓骏教授和同济大学严导淦教授审阅，他们不仅仔细审阅了全书，还提出了不少有益建议和修改意见，尤其是汤毓骏教授在本书编写的全过程中始终给予关心、支持和鼓励，我们在此表示深切的感谢。

由于我们水平有限，书中难免有缺点和错误，恳请读者批评指正。

编　者

1997年11月

目　　录

第一篇　力　　学

第一章　质点的运动

一、教学基本要求

(1)理解质点模型和参考系的概念。

(2)掌握位矢、位移、速度、加速度等描述质点运动和运动变化的物理量。能借助于直角坐标系熟练地计算质点在平面内运动时的速度和加速度。

(3)能熟练地计算质点作圆周运动时的角速度和角加速度,切向加速度和法向加速度。

(4)掌握简谐振动的运动学特征及描述简谐振动的各物理量(特别是相位)的物理意义及各量之间的相互关系,掌握旋转矢量法,并能用以分析有关问题。

(5)理解两个同方向、同频率简谐振动的合成规律,以及合振动振幅极大和极小的条件。

二、教学目标(见附录)

三、学习指导

(一)主要内容

1. *参考系及坐标系*

用以确定物体位置并描述其运动的另一物体,称为参考系。

为了定量描述物体的运动,必须在参考系上固定一个坐标系。坐标系有直角坐标系、自然坐标系、极坐标系等,一般常用直角坐标系。

2. *运动描述的相对性及相对运动*

一切物体都在运动,不存在一个绝对静止的参考系。因此,运动总是相对于某一参考系而言的。同一物体的运动如取不同参考系来讨论,它的运动将表现出不同形式。正是运动的绝对性才导致运动描述的相对性。

质点 A 相对于彼此运动的两个参考系的坐标系 K、K' 的速度分别为 $\boldsymbol{v}_{AK}$、$\boldsymbol{v}_{AK'}$,则它们之间存在这样的关系式

$$\boldsymbol{v}_{AK} = \boldsymbol{v}_{AK'} + \boldsymbol{v}_{K'K} \tag{1-1-1}$$

($\boldsymbol{v}_{K'K}$为 K' 坐标系相对于 K 坐标系的速度)

3. *位矢、运动方程及位移矢量*

位矢:确定质点在指定参考系($Oxyz$)中相对于其原点的位置矢量。

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{i} + z\boldsymbol{k} \tag{1-1-2}$$

运动方程:位矢随时间变化的函数关系式,为

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t) = x(t)\boldsymbol{i} + y(t)\boldsymbol{j} + z(t)\boldsymbol{k} \tag{1-1-3}$$

位移矢量:表述质点在一段时间 Δt 内的位置改变,即

$$\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t+\Delta t) - \boldsymbol{r}(t) \tag{1-1-4a}$$

或写为

$$\Delta \boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1 \tag{1-1-4b}$$

在直角坐标系 $Oxyz$ 中

$$\Delta \boldsymbol{r} = (x_2 - x_1)\boldsymbol{i} + (y_2 - y_1)\boldsymbol{j} + (z_2 - z_1)\boldsymbol{k} \tag{1-1-4c}$$

4. *速度和加速度*

速度：质点位矢对时间的变化率。

瞬时速度

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k} \tag{1-1-5a}$$

平均速度

$$\bar{\boldsymbol{v}} = \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\boldsymbol{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t}\boldsymbol{j} + \frac{\Delta z}{\Delta t}\boldsymbol{k} \tag{1-1-5b}$$

加速度：质点速度对时间的变化率。

瞬时加速度

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k} \tag{1-1-6a}$$

平均加速度

$$\bar{\boldsymbol{a}} = \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}\boldsymbol{i} + \frac{\Delta v_y}{\Delta t}\boldsymbol{j} + \frac{\Delta v_z}{\Delta t}\boldsymbol{k} \tag{1-1-6b}$$

5. *圆周运动中的路程、速率、切向加速度和法向加速度*

路程 Δs：表示质点通过的轨迹（或路径）的长度。路程是标量。

速率 v：表示质点路程对时间的变化率，它亦为标量

$$v = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} \tag{1-1-7}$$

角速度 ω：表示质点所对应的角位置对时间的变化率，即

$$\omega = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} \tag{1-1-8}$$

角加速度 α：表示角速度对时间的变化率，即

$$\alpha = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} \tag{1-1-9}$$

法向加速度 a_n：表示速度方向变化快慢的物理量，即

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R \tag{1-1-10}$$

方向沿半径指向圆心。

切向加速度 a_t：表示速率或速度大小变化快慢的物理量，即

$$a_t = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \tag{1-1-11}$$

方向沿轨道切线，加速度为

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_n + \boldsymbol{a}_t \tag{1-1-12}$$

以上定义式在一般曲线运动中也适用。只是以 $a_n = \dfrac{v^2}{\rho}$ 替代 $a_n = \dfrac{v^2}{R}$。其中 ρ 为曲线在考

察点处的曲率半径，在一般曲线运动中，ρ 不为恒量。

6. 圆周运动中的线量与角量之间的关系

路程 Δs 与角位移 $\Delta\theta$ 之间

$$\Delta s = R\Delta\theta \tag{1-1-13}$$

速度 v 与角速度 ω 之间

$$v = R\omega \tag{1-1-14}$$

切向加速度 a_t 与角加速度 α 之间

$$a_t = R\alpha \tag{1-1-15}$$

7. 简谐振动(运动学部分)

(1)简谐振动的运动方程及运动学特征

$$x = A\cos(\omega t + \varphi) \tag{1-1-16}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \tag{1-1-17}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x \tag{1-1-18}$$

表明简谐振动的加速度与位移总成正比而方向相反，它们都是时间的简谐函数。

(2)简谐振动的相位及初相位

相位$(\omega t+\varphi)$：它为描述物体运动状态并反映运动周期性的物理量。

初相位 φ：为 $t=0$ 时刻的相位。

(3)两个简谐振动的合成

①同一直线上的两个同频率简谐振动为

$$x_1 = A_1\cos(\omega t + \varphi_1) \qquad x_2 = A_2\cos(\omega t + \varphi_2)$$

则合振动为

$$x=A\cos(\omega t+\varphi)$$

其中，

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2)} \tag{1-1-19}$$

$$\tan\varphi = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2} \tag{1-1-20}$$

且当

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 2k\pi \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots) \quad A = A_1 + A_2 \tag{1-1-21a}$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = (2k+1)\pi \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots) \quad A = |A_1 - A_2| \tag{1-1-21b}$$

②同一直线上两个不同频率的振动当 ν_1、$\nu_2 \gg \nu_1 - \nu_2$ 时，产生“拍”的现象。

拍频

$$\nu_{拍} = \nu_1 - \nu_2 \tag{1-1-22}$$

③相互垂直的两个同频率简谐振动为

$$x = A_1\cos(\omega t + \varphi_1) \quad y = A_2\cos(\omega t + \varphi_2)$$

其合振动轨迹一般为椭圆，它的具体形状和运动方向均由分振动的振幅大小及相位差决定。

④相互垂直的两个不同频率的振动，当其频率之比为整数时，其合振动轨迹为李萨如图形。

(二)注意事项与难点分析

(1)$\boldsymbol{r}$、$\boldsymbol{v}$、$\boldsymbol{a}$ 都是矢量,既有大小,又有方向

合成与分解时,可运用平行四边形法则或三角形法则,也可以在选定的坐标系中以分量的解析式表示。

(2)注意 $|\Delta\boldsymbol{r}|$ 与 Δr,$|\Delta\boldsymbol{v}|$ 与 Δv 的区别

$$|\Delta\boldsymbol{r}| = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2}$$

$$\Delta r = r_2 - r_1 = \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2} - \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}$$

若质点作平面运动,则 $\Delta\boldsymbol{r}$ 与 Δr 的区别可明显由图 1-1-1 看出。这时,

$|\boldsymbol{v}| = \left|\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|$,一般情况下,$|\boldsymbol{v}| \neq \dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$(仅在运动方向不变时,两者相等)

$|\boldsymbol{a}| = \left|\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\right|$,一般情况下,$|\boldsymbol{a}| \neq \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$(仅在速度方向不变时,两者相等)

(3)$\boldsymbol{r}$、$\boldsymbol{v}$、$\boldsymbol{a}$ 三者之间关系是矢量微分关系或矢量积分关系

如已知 $\boldsymbol{r}(t)$,求 $\boldsymbol{a}$。一般情况下则应将 $\boldsymbol{r}(t)$ 表示为在直角坐标系 $Oxyz$ 中的矢量解析式。

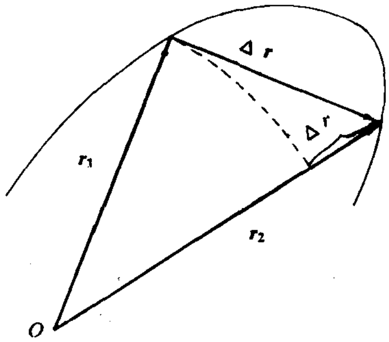


图 1-1-1

$$\boldsymbol{r}(t) = x(t)\boldsymbol{i} + y(t)\boldsymbol{j} + z(t)\boldsymbol{k}$$

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}$$

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{k}$$

已知 $\boldsymbol{a}(t)$ 求 $\boldsymbol{r}(t)$,则为上述运算的逆运算,即矢量积分。将 $\boldsymbol{a}(t)$ 表达为在直角坐标系 $Oxyz$ 中的分量式,则

$$a_x = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}$$

$$\mathrm{d}v_x = a_x\mathrm{d}t$$

$$\int_{v_{ox}}^{v_x}\mathrm{d}v_x = \int_0^t a_x\mathrm{d}t$$

这样 $v_x = v_x(t)$ 便可由上述标量积分求出。同理可求出

$$v_y = v_y(t) \qquad v_z = v_z(t)$$

$$\boldsymbol{v}(t) = v_x(t)\boldsymbol{i} + v_y(t)\boldsymbol{j} + v_z(t)\boldsymbol{k}$$

然后,由已知 $\boldsymbol{v}(t)$ 可求出 $\boldsymbol{r}(t)$,与已知 $\boldsymbol{a}(t)$ 求 $\boldsymbol{v}(t)$ 的方法类同。

所谓矢量积分(或微分)是将被积分(或被微分)的矢量函数表达为给定坐标系的矢量解析式,然后对各分量积分(或微分)后,再表达为矢量解析式。简言之,变矢量积分(微分)为标量积分(微分)。这一方法要切实掌握,不仅在力学中,在电磁学中还要多次用到。

(4)矢量的叠加性

位矢方程(也叫运动方程)在坐标系中可分解为分量式,实际上反映了矢量的叠加性。

位矢方程的分量方程表示运动的各个分运动。在直角坐标系中，各分运动均为直线运动。因此，任何复杂的质点运动都可认为是空间三维(或平面二维)直线运动的合运动。例如：斜抛运动可分解为水平匀速直线运动和竖直方向上的竖直上抛运动，等速螺旋运动可分解为某个平面内的匀速圆周运动和垂直于该面方向上的匀速直线运动。而匀速圆周运动又可分解为在运动平面上的互相垂直的两个简谐振动。所以直线运动是基本的运动，掌握了描述直线运动的方法，再根据矢量的叠加性，求解任何复杂的运动就不难了。

(5)位移和路程的区别

位移是矢量，仅与质点的初、终点的位置有关，而与中间的具体路径无关。路程是标量，是质点所经路径的实际长度，它不仅与质点的初、终位置有关，而且还与中间通过的具体路径有关。仅在运动方向不变时，位移在量值上与路程相等。

(6)速度与速率的区别

速度是描述质点位置变化快慢和方向的物理量，是矢量。速率是描述质点运动路径长度随时间变化快慢的物理量，是标量，恒为正值。

瞬时速度 $\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$，平均速度 $\bar{\boldsymbol{v}}=\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}$

瞬时速率 $v=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$，平均速率 $\bar{v}=\frac{\Delta s}{\Delta t}$

平均速度与平均速率是两个不同的概念，这是由于在 Δt 时间内质点位移与路程的概念不同而引起的，如下图所示，一般说来它们的量值也是不同的。

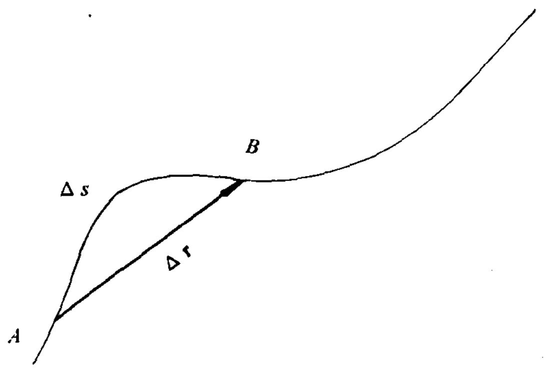


图 1-1-2　质点在 Δt 时间内从点 A 运动至点 B

但是对同一时刻的瞬时速度和瞬时速率，它们的量值总是相同的。从图 1-1-2 中可以看到，当 $\Delta t\to 0$ 时，$|\Delta\boldsymbol{r}|$ 值与 Δs 值趋于相等。即 $|\boldsymbol{v}|=v$

(7)运动方程与轨道方程

运动方程 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)=x(t)\boldsymbol{i}+y(t)\boldsymbol{j}+z(t)\boldsymbol{k}$ 表示质点位置随时间变化的关系式。

也可写为 $x=x(t)$，$y=y(t)$，$z=z(t)$

轨道方程是表示质点在空间所经历的路径(轨道)的数学表达式，即从上述运动方程的分量式消去时间 t，而得到的平面曲线或空间曲线的函数方程式。

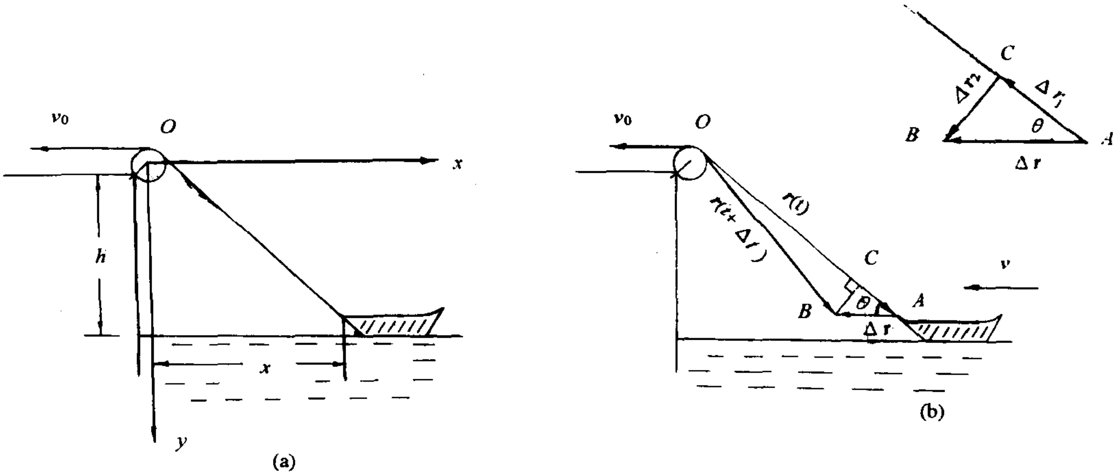
四、解题示例

质点运动学的习题有两种基本类型：(1)已知质点的运动方程，求解质点的速度、加速度、位移及轨道方程；(2)已知质点的加速度表达式，求解质点的速度，运动方程等。第二种问题是第一种问题的逆问题。

[例题 1] 在离船的高度为 h 的岸边，绞车以恒定的速率 v_0 收拖缆绳，使船在水面上向岸边靠近，如图所示，求当船头与岸的水平距离为 x 时船的速度。

解：此题有多种解法，现介绍两种。

[解法一] 建立如图(a)所示的坐标系 Oxy，则船的位矢 $\boldsymbol{r}$ 可写为



例题 1 图

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + h\boldsymbol{i}$$

根据速度的定义式，得

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}$$

而 $x = \sqrt{l^2 - h^2}$，其中 $l = l_0 + v_0 t$（l_0 为 $t=0$ 时，绳子的长度），则速度大小为

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\sqrt{l^2 - h^2} = \frac{l}{\sqrt{l^2 - h^2}}\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t} = -\frac{lv_0}{\sqrt{l^2 - h^2}}$$

用已知量 x 表示，则

$$v = -\frac{\sqrt{h^2 + x^2}}{x}v_0$$

写成矢量式，则 $\boldsymbol{v} = -\dfrac{\sqrt{h^2+x^2}}{x}v_0\boldsymbol{i}$

[解法二] 以滑轮为参考系原点 O。

在任一时刻 t，船的位矢为 $\boldsymbol{r}(t)$，见图(b)，此时船位于 A，在 Δt 的时间内，船运动到 B 点，船的位矢为 $\boldsymbol{r}(t+\Delta t)$，位移为 $\Delta\boldsymbol{r}$，即

$$\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t + \Delta t) - \boldsymbol{r}(t)$$

位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 是在位矢的大小和方向均发生变化的情况下产生的，为此，过 B 点作 $BC \perp OA$，

$$AC = \Delta\boldsymbol{r}_1, CB = \Delta\boldsymbol{r}_2$$

由于 Δt 足够小，$OC = OB$，显然 $\Delta\boldsymbol{r}_1$ 是 $\boldsymbol{r}$ 的大小变化所产生的位移，$\Delta\boldsymbol{r}_2$ 是 $\boldsymbol{r}$ 的方向改变所产生的位移，而 $\Delta\boldsymbol{r}$ 为两者矢量和，即

$$\Delta\boldsymbol{r} = \Delta\boldsymbol{r}_1 + \Delta\boldsymbol{r}_2$$

上式两边除以 Δt，则有

$$\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta\boldsymbol{r}_1}{\Delta t} + \frac{\Delta\boldsymbol{r}_2}{\Delta t} = \bar{\boldsymbol{v}}_1 + \bar{\boldsymbol{v}}_2$$

当 $\Delta t \to 0$ 时可以看出：$|\boldsymbol{v}_1| = v_0$，$\boldsymbol{v}_2 \perp \boldsymbol{v}_1$，$\dfrac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t} = \boldsymbol{v}$，因而，速度大小可由下述关系求出。

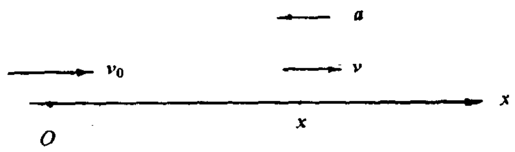
$$v\cos\theta = v_0$$

$$v = \frac{v_0}{\cos\theta} = \frac{\sqrt{h^2 + x^2}}{x} v_0$$

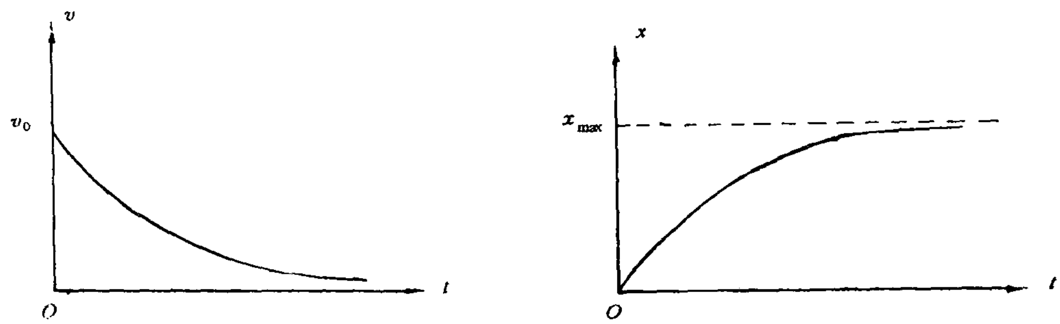
方向水平向左。

［例题 2］已知一质点沿直线运动，其加速度 $\boldsymbol{a} = -k\boldsymbol{v}$，其中 k 为正值常量；$t=0$ 时，质点速度大小为 v_0，求在任意时刻 t 质点的速度、位置，并画出速度—时间图及位置—时间图。

解：沿质点运动的直线选为 x 轴，其正方向与 v_0 相同，原点取在 $t=0$ 时质点的位置上，如图(a)所示。



(a)



(b) (c)

例题 2 图

由加速度定义，有

$$\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = a_x = -kv_x$$

由于质点作直线运动，不妨取消上式的下标，即

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -kv$$

按题设初始条件，$t=0$ 时 $v=v_0$，积分，有

$$\int_{v_0}^{v} \frac{\mathrm{d}v}{v} = \int_0^t -k\mathrm{d}t$$

得
$$\ln\frac{v}{v_0} = -kt$$

即
$$v = v_0 \mathrm{e}^{-kt}$$

又由速度定义，有

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = v = v_0 \mathrm{e}^{-kt}$$

或
$$\mathrm{d}x = v_0 \mathrm{e}^{-kt}\mathrm{d}t$$

积分之，有

$$\int_0^x \mathrm{d}x = \int_0^t v_0 \mathrm{e}^{-kt}\mathrm{d}t$$

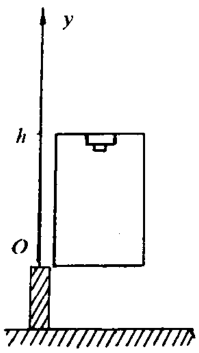
得
$$x=\frac{v_0}{k}(1-\mathrm{e}^{-kt})$$

当 $t\to\infty \quad x\to x_{\max}$，显然 $x_{\max}=\dfrac{v_0}{k}$，

速度—时间图及位置—时间图如图(b、c)所示。

［例题 3］一升降机以加速度 $a=1.22\ \mathrm{m/s^2}$ 上升。当上升速度为 $v_0=2.44\ \mathrm{m/s}$ 时，有一螺帽自升降机顶板上松落，升降机顶板与底板间距离 $h=2.74\ \mathrm{m}$。试求：(1)螺帽从顶板落到底板所需时间 t；(2)螺帽相对于地面的下降距离 d。

解：(1)以升降机顶板上螺帽松落时，其底板位置为坐标轴 y 的原点 O。即 $y=0$，取坐标正方向竖直向上。经过时间 t，底板和螺帽的坐标分别为 y_1 和 y_2，则



例题 3 图

$$y_1 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

$$y_2 = h + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$

当螺帽落到底板上时，$y_1=y_2$，即

$$v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = h + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$

化简得
$$h=\frac{1}{2}(g+a)t^2$$

由此得螺帽从顶板落到底板所需时间为

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g+a}} = \sqrt{\frac{2\times 2.74}{9.80+1.22}} = 0.705\ \mathrm{s}$$

(2)螺帽相对于地面的位移为

$$y_2 - h = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 = 2.44\times 0.705 - \frac{1}{2}\times 9.8\times 0.705^2 = -0.72\ \mathrm{m}$$

负号表示下降。

所以
$$d=0.72\ \mathrm{m}$$

［例题 4］一质点具有恒定加速度 $\boldsymbol{a}=6\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j}\ (\mathrm{m/s^2})$，在 $t=0$ 时，其速度为零，位矢 $\boldsymbol{r}=10\boldsymbol{i}\ \mathrm{m}$。求：(1)质点在任意时刻的速度和位矢；(2)质点在 Oxy 平面上的轨迹方程，并画出轨迹的示意图。

解：(1)由题设 $\boldsymbol{a}=6\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j}$，即

$$a_x = 6\ \mathrm{m/s^2}, a_y = 4\ \mathrm{m/s^2}$$

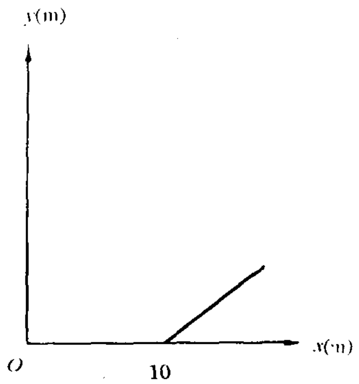
由
$$a_x=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}，\text{或 } \mathrm{d}v_x=a_x\mathrm{d}t$$

积分，有

$$\int_0^{v_x}\mathrm{d}v_x = \int_0^t a_x \mathrm{d}t$$

得
$$v_x=6t$$

同理
$$v_y=4t$$



例题 4 图

故得任意时刻的速度为 $\boldsymbol{v}=(6t\boldsymbol{i}+4t\boldsymbol{j})$ m/s

又由 $v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ 或 $\mathrm{d}x=v_x\mathrm{d}t$

并积分，有

$$\int_{x_0}^{x}\mathrm{d}x=\int_0^t v_x\mathrm{d}t$$

且 $x_0=10$ m

得 $x-10=\int_0^t 6t\mathrm{d}t$

即 $x=10+3t^2$

同理 $y=2t^2$

故得任意时刻的位矢为

$$\boldsymbol{r}=[(10+3t^2)\boldsymbol{i}+2t^2\boldsymbol{j}]\ \mathrm{m}$$

(2)由上述可知，质点在平面上的运动方程为

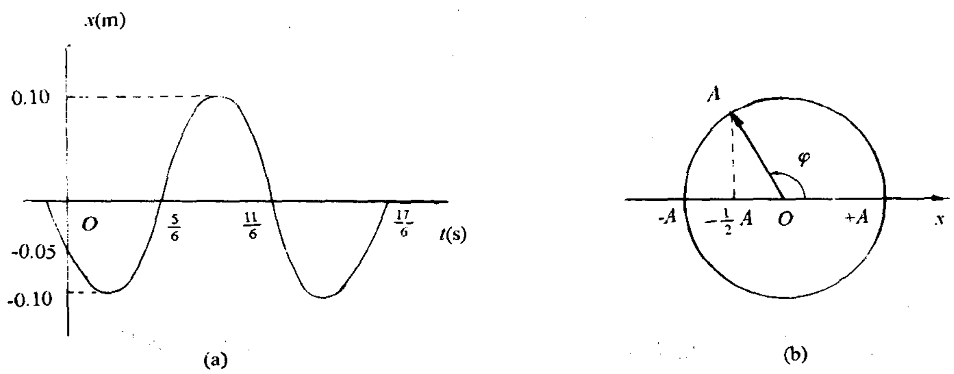
$$\begin{cases}x=10+3t^2\\ y=2t^2\end{cases}$$

消去 t 得质点的轨道方程为

$$y=\frac{2}{3}x-\frac{20}{3}$$

轨迹图如图所示。

[例题 5] 已知简谐振动的 $x\sim t$ 曲线如图(a)所示，试写出此振动的运动方程。



例题 5 图

解：由图可以看出，简谐振动的振幅和周期分别为

$$A=0.10\ \mathrm{m},\quad T=\frac{17}{6}-\frac{5}{6}=2\ \mathrm{s}$$

由此可得圆频率为

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=\pi\ \mathrm{rad/s}$$

又从图(a)看出 $t=0$ 时，$x=-0.05$ m，把它们代入简谐振动的表达式，有

$$x_0=A\cos(\omega t+\varphi)=0.1\cos\varphi=-0.05 \tag{1}$$

$$v_0 = -A\omega\sin(\omega t + \varphi) = -0.1\pi\sin\varphi < 0 \qquad (2)$$

由式(1)得

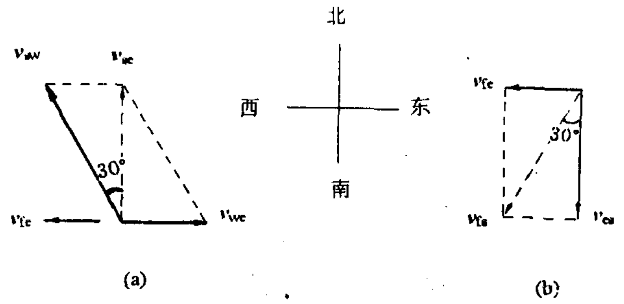
$$\cos\varphi = -\frac{1}{2} \qquad \varphi = \pm\frac{2}{3}\pi$$

由式(2)得

$$\sin\varphi > 0 \quad \varphi = \frac{2}{3}\pi$$

也可用旋转矢量确定 φ，见图(b)，因 $x_0 = -\frac{A}{2}$，$v_0 < 0$，旋转矢量只能位于第 Ⅱ 象限，A 与 x 轴正向的夹角为 $\varphi = \frac{2}{3}\pi$。

[例题 6] 河水自西向东流动，速度为 10 km/h。一轮船在水中航行，船相对于河水的航向为北偏西 30°，相对于河水的航速为 20 km/h，此时风向为正西，风速为 10 km/h。试求在船上观察到的烟囱冒出的烟缕的飘向(设烟离开烟囱后很快就获得与风相同的速度)。



例题 6 图

解：记水、风、船和地球分别为 w、f、s 和 e，则水—地、风—船、风—地和船—地间的相对速度分别为 $\boldsymbol{v}_{we}$、$\boldsymbol{v}_{fs}$、$\boldsymbol{v}_{fe}$和 $\boldsymbol{v}_{se}$。由已知条件

$v_{we}=10$ km/h，正东方向；

$v_{fe}=10$ km/h，正西方向；

$v_{sw}=20$ km/h，北偏西 30°方向。

根据速度合成法则，$\boldsymbol{v}_{se}=\boldsymbol{v}_{sw}+\boldsymbol{v}_{we}$，由图(a)可得

$$v_{se}=10\sqrt{3}\ \text{km/h}, \quad \text{方向正北。}$$

同理

$$\boldsymbol{v}_{fs}=\boldsymbol{v}_{fe}+\boldsymbol{v}_{es}$$

在图(a)中船对地的速度 $\boldsymbol{v}_{se}$方向正北，则在图(b)中地对船的速度 $\boldsymbol{v}_{es}=-\boldsymbol{v}_{se}$，方向正南。

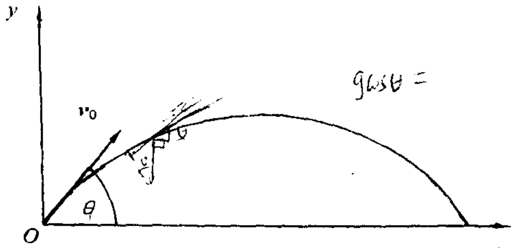
在图(b)中可得，$v_{fs}=20$ km/h，风对船的速度 $\boldsymbol{v}_{fs}$的方向为南偏西 30°。

在船上观察烟缕的飘向即 $\boldsymbol{v}_{fs}$的方向，它为南偏西 30°。

五、讨论题

1. 一质点作抛体运动(忽略空气阻力)，如图所示，试问在质点的运动过程中，

(1) $\frac{dv}{dt}$是否变化？变化



第 1 题图

(2) $\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$是否变化？不变化

(3)法向加速度是否变化？变化

(4)轨道在何处的曲率半径最小？其数值是多少？在最高点处，

2. 在[例题 1] 中，

(1)有人认为船的速度为 $v=v_0\cos\theta$(θ 为缆绳与水平面间的夹角)对不对？为什么？

(2)还有人认为，若船为运动的质点，以岸上滑轮处为原点，则 $v_0=\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|$，对不对？$v_0$ 的物理意义是什么？正确、

3. 若质点限于在平面上运动，试举例说明符合下列条件的运动是什么？

(1) $\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=0$，$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$不为零；圆周运动

(2) $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=0$，$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$不为零；匀速圆周运动

(3) $\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t}=0$，$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{a}}{\mathrm{d}t}$不为零。

4. 在[例题 4]中，

(1)若 $a_x=0$，a_y 不变，则运动轨迹如何？

(2)若 $a_x=6t$，a_y 不变，则运动轨迹如何？

(3)若 a_x、a_y 均不变，$\boldsymbol{v}_0=5\boldsymbol{i}$ m/s，则运动轨迹又如何？

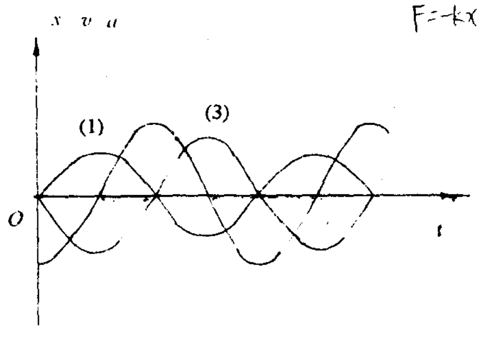
(4)根据以上讨论，试简述质点作曲线运动的条件。

5. 图中三条曲线分别表示简谐振动的位移、速度和加速度随时间变化的曲线，其中曲线(1)是___位移___曲线，曲线(2)是___速度___曲线。

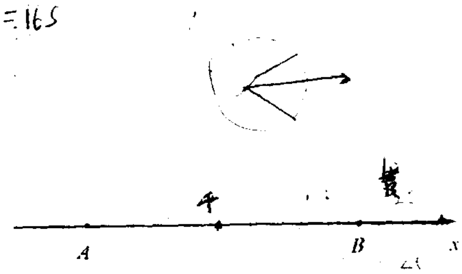
6. 一质点沿 x 方向作简谐振动，$t=0$ 时经过 A 点，速度大小为 v，方向沿 x 轴正方向，$t=4$ s时经过 B 点，其速度大小、方向与在 A 点时相同，$t=8$ s 时，质点第二次通过 B 点，A、B 两点相距 20 cm。从上述已知条件可得到哪些描述简谐振动的量？试画出上述三个时刻的简谐振动的旋转矢量图，并写出该质点的振动方程。

$T=16$ s

$F=-kx=ma$



第 5 题图



第 6 题图