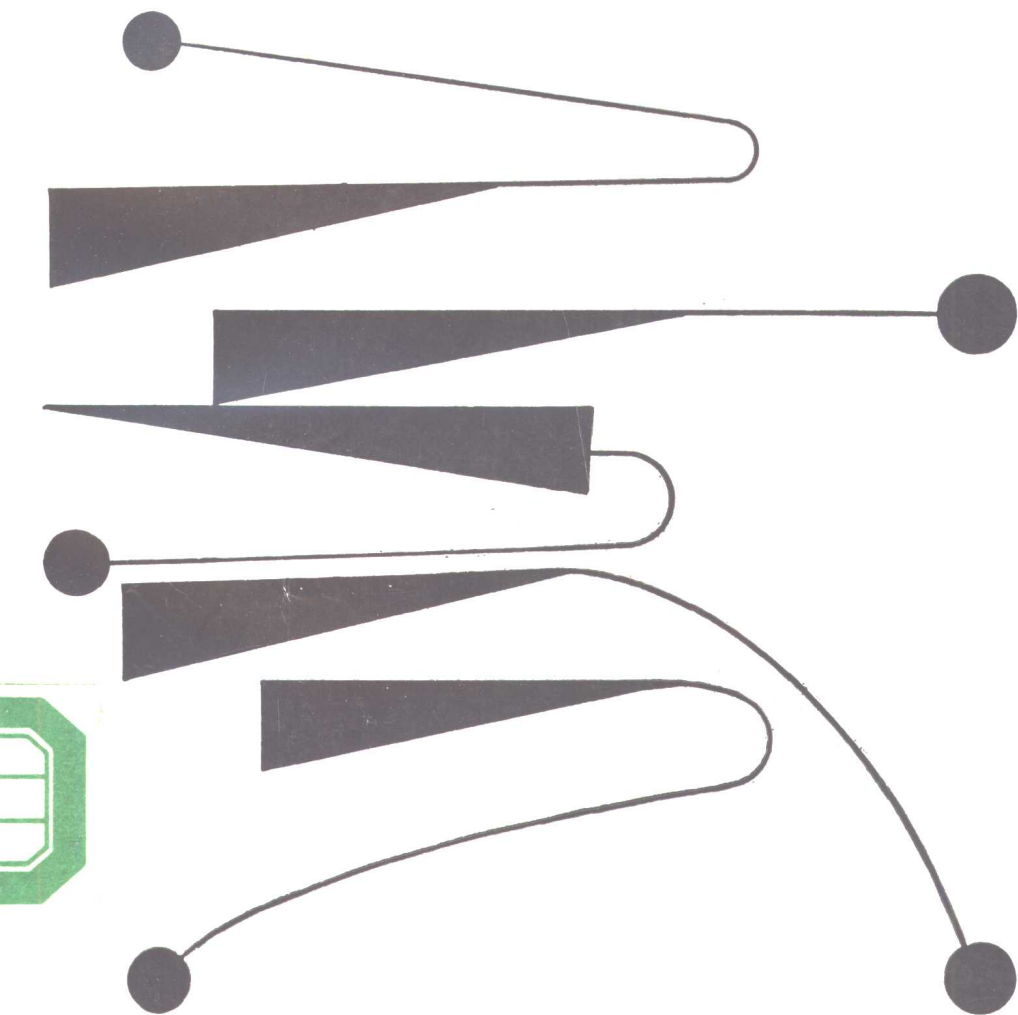


数学·逻辑与哲学

郑毓信 林曾 著



数学·逻辑与哲学

郑毓信 林曾 著



湖北人民出版社

数学、逻辑与哲学

郑毓信 林 曾 著

*

湖北人民出版社出版、发行 新华书店湖北发行所经销

湖北省新华印刷厂印刷

850×1168毫米32开本 11.125印张 2插页 23.7万字

1987年12月第1版 1987年12月第1次印刷

印数：1—3 050

ISBN 7—216—00142—7/B·21

统一书号：2106·116 定价：2.50元

前 言

数学和逻辑学是与哲学有着密切联系的两门学科。在历史上，有不少哲学家曾以数学作为自己的论证工具或从数学中吸取了有益的方法。一些哲学家，如笛卡儿、莱布尼兹等，也曾对数学的发展作出了重要的贡献；另外，逻辑学则曾长期被认为属于哲学的范畴。在现代哲学的思考仍然有力地促进着数学和逻辑学（特别是数学基础及所谓的“哲学逻辑”的研究）的发展，而它们的迅速发展反过来则又直接导致了关于数学及逻辑学的新的哲学思考。着重从与哲学的联系上对数学与逻辑学在现代的有关发展进行介绍，并进而对数学哲学及逻辑哲学的问题作出系统的分析，就是本书的主要内容。

为了阐述的方便，全书分成两个部份。第一部份（第一——第五章）中关于数学哲

学的论述是围绕数学基础问题展开的。在对数学与哲学的历史联系作了简单的回顾以后，笔者着重对现代数学基础研究中的各个主要学派，即逻辑主义、直觉主义及希尔伯特的数学哲学思想及其有关的数学研究工作进行了介绍和分析；然后，在这一基础上，又从更为一般的角度对数学对象的实在性问题及数学的真理性问题等进行了剖析，这事实上也就是关于数学哲学的全面论述。全书的第二部份（第六——第八章）是围绕所谓的“哲学逻辑”在现代的发展进行论述的。除去数理逻辑这一发展的主流以外，现代逻辑在与哲学密切相关的方向上也有着迅速的发展。如模态逻辑、多值逻辑、模糊逻辑、不协调逻辑等就是后一方向上的重要进展。（正因为在这种研究中，与哲学的密切联系在一定程度上取代了与数学的密切联系，因此，为了与数理逻辑相区分，这些理论就被统称为“哲学逻辑”）由于这些理论对于国内的大部份读者来说还是较为陌生的，因此，在第二部份中，笔者就首先对其中的一些主要理论进行了介绍；然后，通过对于这种发展的综合分析，笔者又从一般角度对逻辑哲学的问题进行了讨论，而这事实上也就是由于逻辑的现代发展而导致的关于逻辑自身的新的哲学思考。

正如数学与逻辑的历史发展所清楚地表明的那样，数学与逻辑的现代发展也是密切相联系的。例如，现代逻辑（无论是就数理逻辑、或是就现代逻辑而言）的一个主要特点就在于应用了数学的方法来从事逻辑问题的研究；另外，数理逻辑的现代发展则更可以看成数学基础研究深入的必然结果。对于数学与逻辑现代发展的这种内在联系的认识是全书的一个基本的指导思想。例如，在数学基础问题的论述中，笔者就

有意识地加强了关于数学基础研究对于逻辑现代发展的意义的分析，并从这种联系的角度对数理逻辑的主要内容及其特点进行了简要的介绍和分析；另外，在关于逻辑哲学的一般分析中也注意了与数学哲学中有关论述的联系与比较。应当指出的是，从我们所接触到的材料看，尽管分别存在有一些关于数学哲学(数学基础)、哲学逻辑与逻辑哲学的专著(主要是国外的)，但是，从相互联系上去进行这些主题的论述则还是一种新的尝试。通过实践，笔者感到这种综合的方法是具有明显的优越性的。例如，只有通过关于数学基础研究的全面介绍与分析，我们才能对数理逻辑的现代发展建立起正确的认识；也只有基于对于数学方法(特别是形式化方法)的正确理解，我们才能真正弄清现代逻辑在哲学逻辑这一方向上的迅速发展。

由于数学哲学与逻辑哲学构成了一般哲学研究的一个组成部分，因此，本书的论述就具有直接的哲学意义。例如，关于数学真理及逻辑真理性质的分析就是一般哲学研究中的一个重要课题。从更广泛的意义上说，数学与逻辑的现代发展还为现代的哲学研究提供了有力的工具。笔者相信，广大的哲学工作者是可以从关于形式化方法、元数学的研究、可能世界的模式等问题的讨论中获得一定收益的。

全书是在共同讨论的基础上分工完成的。第一部份由郑毓信执笔，第二部份由林曾执笔。由于这是一种新的尝试，更由于笔者水平的限制，书中肯定有不当之处，敬请有关专家与广大读者予以批评指正。

郑毓信 林 曾

目 录

前 言

第一章 数学哲学的历史发展	1
第一节 数学与哲学的历史联系	1
一 古希腊时期	1
二 近代时期	11
第二节 数学哲学的现代发展	20
一 现代数学基础研究的深入	21
二 现代的数学哲学研究	29
第二章 数学的“逻辑化”与逻辑的 “数学化”	33
第一节 数学的“逻辑化”	33
一 逻辑主义的基本观点	33
二 逻辑主义的基础研究	37
三 逻辑主义的失败	47
第二节 数学与逻辑	52
一 数学与逻辑的同一性	52
二 数学与逻辑的差异性	55

三	逻辑主义失败的认识论根源	57
第三节	逻辑的“数学化”	58
一	数理逻辑的早期发展	58
二	数理逻辑的成熟	63
三	数理逻辑的现代发展	74
四	数理逻辑的性质和特点	75
第三章	直觉主义数学与直觉主义	
	逻辑	77
第一节	直觉主义的数学基础研	
	究	77
一	直觉主义的数学观	78
二	对于古典逻辑和古典数学的批判	83
三	直觉主义数学与直觉主义逻辑	89
第二节	对于直觉主义的分析与	
	评论	97
一	直觉主义与构造主义	97
二	直觉主义的失败	99
三	直觉主义的贡献	106
第四章	希尔伯特规划及哥德尔不	
	完备性定理	109
第一节	希尔伯特规划	109
一	希尔伯特的数学观	110
二	希尔伯特规划	116
第二节	哥德尔不完备性定理及	
	希尔伯特规划的失败	128
一	希尔伯特规划的失败	128

二	对于希尔伯特数学观的分析与评 论	133
三	哥德尔不完备性定理的意义	142
第五章	数学哲学总论	148
第一节	数学对象的实在性	149
一	问题的尖锐化	149
二	实在论与形式主义的观点	153
三	数学对象在实在性问题上的辩证 性	164
第二节	数学的真理性问题	171
一	数学真理的客观性及其检验标准	172
二	数学的认识论问题	180
第三节	悖论与数学基础问题	186
一	悖论与数学基础“危机”	186
二	数学基础问题	196
第四节	数学的辩证性	199
一	数学的定义	199
二	数学的辩证性	205
第六章	哲学逻辑(上)	212
第一节	哲学逻辑的基本特征	212
一	传统哲学逻辑的再现	212
二	现代哲学逻辑的基本特征	215
三	研究哲学逻辑的意义	219
第二节	模态逻辑	220
一	模态词	220
二	命题模态逻辑的语法研究	221

三 模态逻辑的语义学研究	230
四 广义的模态逻辑	235
第三节 多值逻辑	237
一 多值逻辑概述	237
二 三值逻辑	239
三 多值逻辑的形式语义学研究	245
四 关于多值逻辑的其它问题	251
第七章 哲学逻辑(下)	255
第一节 模糊逻辑	256
一 模糊逻辑产生和发展的必然性	256
二 作为多值逻辑之一的模糊逻辑	259
三 模糊逻辑	263
四 模糊推理	271
五 模糊逻辑与标准逻辑	272
第二节 不协调逻辑	276
一 悖论与不协调逻辑	276
二 不协调逻辑	280
三 协调性与不协调性的相互关系	290
第三节 辩证逻辑	292
一 辩证逻辑是一种非形式的哲学逻辑	292
二 辩证逻辑的核心——矛盾	295
三 辩证逻辑的方法	301
四 辩证逻辑、形式逻辑与不协调逻辑	307
第八章 逻辑哲学	310

第一节 逻辑发展的动力	310
一 逻辑中的哲学问题	310
二 逻辑发展的动力	313
第二节 逻辑的真理性	321
一 逻辑经验主义对逻辑真理的看法	321
二 对逻辑主义真理观的批评	325
三 对逻辑真理的评论	328
四 逻辑真理的绝对性与相对性的再 分析	329
第三节 逻辑与本体论	331
一 传统本体论与逻辑本体论	331
二 数理逻辑的兴起与逻辑本体论的 研究	332
三 对量词两种解释以及由此导致 的不同的哲学结果	335

第一章

数学哲学的历史发展

第一节 数学与哲学的历史联系

数学与哲学的历史联系渊源已久。例如，数学对象的实在性问题在古希腊哲学关于本体的研究中就曾占据了十分重要的地位。另外，在文艺复兴时期以后，关于数学真理性问题的分析也曾成为一些新的哲学思考的实际出发点。下面就从这样的角度对数学与哲学的历史联系作一简要的介绍。

一 古希腊时期

在古代的希腊，数学是最早得到发展

的科学之一。由于哲学是自然知识与社会知识的概括和总结，因此，有关数学的思考在古希腊的哲学研究中就占有十分重要的地位：这种思考不仅促进了数学哲学的早期发展，而且也促进了一般的哲学研究。例如，毕达哥拉斯学派的“唯数论”与柏拉图的“理念论”的发展就都可以看成这样的例子。

1. 毕达哥拉斯学派的“唯数论”哲学

在古希腊的哲学研究中，关于万物“本原”的思考是占有十分重要地位的。的确，任何试图探究宇宙“最终奥秘”的人都必然会想到这样的问题：尽管我们所看到、所接触到的事物和现象是差异万千、各不相同的，但是，所有这些事物和现象是否又具有统一的“本原”呢？换言之，世上的一切事物和现象是否都是由同一种（或几种）东西所组成（最初由它所产生的，最终又复归于它）的呢？一般地说，这也就是所谓的“多”与“一”的问题。

古希腊学者对于这一问题的答案是各不相同的。如第一个被称为是“贤者”的泰利斯就认为万物的本原是水。亚里士多德写道：“米利都学派的创始人泰利斯把水看成始基。他之所以得到这个看法，也许是由于观察到万物都以湿的东西为滋养料，以及热本身就是从潮湿中产生，并且靠潮湿来保持的。”（《古希腊罗马哲学》，商务印书馆，1982年，第4页）与泰利斯一样，米利都学派的另一位哲学家阿那克西美尼也认为宇宙的本原是唯一的，但他并不认为这种本原是水，而认为是气。他用气的“稀薄和浓厚”来解释万物的生长。他认为：“当它很稀薄的时候，便形成火；当它浓厚的时候，则形成风，然后形成云，而当它更浓厚的时候，便形成水、土和石头；别的东西都是从这些东西产生出来的。”（同上，

第11—12页。)另外，赫拉克利特则认为万物的本原是火。他写道：“这个世界对一切存在物都是同一的，它不是任何神所创造的，也不是任何人所创造的；它过去、现在和未来永远是一团永恒的活火，……”他又说：“一切事都换成火，火也换成一切事物，正象货物换成黄金，黄金换成货物一样。”(同上，第21、27页。)

由于泰利斯等都认为万物的本原是某种特定的物质性元素，因此，他们的哲学思想就是唯物的。但是，除去这种唯物的观点以外，古希腊在这一问题上也还存在有唯心的观点，即认为万物的本原并不是物质性元素，而是某种抽象的东西。例如，毕达哥拉斯学派就提出了万物的本原是“数”的观点。

这种“唯数论”观点的形成是有其认识论根源的。随着人类认识的深化，人们发现，自然界的很多事物和现象都可以用“数的和谐性”来加以说明。例如，毕达哥拉斯学派的成员发现：产生各种谱音的弦的长度都成整数比。例如，当两根绷得一样紧的弦的长度的比是2比1时，就会产生相差八度的谱音；如果两根弦长的比为3比2，那就会产生另一种谱音：短弦发出的音比长弦发出的音高五度。这一发现据说给毕达哥拉斯学派的成员留下了极为深刻的印象，他们认为自己终于抓住了世界的最终奥秘。那就是：世界上的一切事物和现象都可以、也只能通过数的和谐性得到解释。这也就是说，“数是事物的第一原则”。例如，公元前五世纪毕达哥拉斯学派的一个著名成员菲洛罗斯就曾写道：“如果没有数和数的性质，世界上任何事物以及它和其它事物的关系都不能为人们所清楚地了解，……你不仅可以在鬼神的事务上，而且可以在人间的一切行动、思想，以至一切行业和音乐中看

到这种数的力量。”(转摘自《古今数学思想》，上海科学技术出版社，1979年，第1卷，第168页)

从上述关于“数是事物的第一原则”的认识出发，毕达哥拉斯学派又进一步引出了数是万物的本原的认识。这也就如亚里士多德在《形而上学》中所指出的：“由于他们在数目中间见到了各种各类和谐的特性与比例，而一切其它事物就其整个本性说都是以数目为范型的，而数目本身则先于自然中的一切其它事物，所以他们从这一切进行推论，认为数目的基本元素就是一切存在物的基本元素”。这也就是说，“许多事物的生成与存在，与其归之于火，或土或水，毋宁归之于数。”(参见《形而上学》，商务印书馆，1983年，第12—13页。)这样，毕达哥拉斯学派就由于事物的数量关系的研究而发展起了“唯数论”的一般哲学。

唯数论哲学的荒谬性是十分显然的。也正因为此，在用数的和谐性去解释各种事物和现象时，毕达哥拉斯学派所作的分析有时就是十分牵强的。例如，由于认为“十”这个数目是一个完满的数目，因此，他们就断言天体的数目也应当是十个；但是只有九个是看得见的，于是毕达哥拉斯学派的成员就创造了第十个天体，并称之为“对地”。然而，在毕达哥拉斯学派的哲学思想中又包含有一定的合理成分，这就是对于“定量的研究”的强调，因此，这一哲学思想、特别是关于“数是事物的第一原则”的认识在人类的历史发展中就具有一定的影响。例如，文艺复兴时期的很多科学家都曾表现出毕达哥拉斯学派的哲学倾向。对此，著名数学史家M·克莱因曾指出：“数学兴趣的复活几乎是随着希腊知识和生活准则的复活一起而来的结果。到十五世纪，……毕达哥拉斯—柏

拉图强调数量关系作为现实精髓的思想逐渐占据了统治地位。哥白尼、开普勒、伽利略、笛卡尔、惠更斯和牛顿实质上在这方面都是毕达哥拉斯主义者”。(《古今数学思想》，第1卷，第251页)另外，一些学者，如伽利略等，还明确提出了关于第一性和第二性的区分，即认为只有能予以定量地研究的性质，也即所谓的“第一性”的东西，如质量、动量等，才是事物的真正的属性，即是存在于客观世界之中的；另外，所谓的“第二性”的东西，如颜色、气味等，则并非事物的属性，而只是事物作用于人类的感觉器官而产生的效果。显然，这种思想事实上就表现出了“唯数论”哲学的影响。

2. 柏拉图的理念论及数学哲学思想

与毕达哥拉斯学派一样，关于数学的思考在柏拉图的哲学研究中也占有十分重要的地位；但是，柏拉图所主要关注的并不是如何用数学的和谐性去解释世界上的各种事物和现象，而是由数学对象的实在性问题的分析去引出哲学上的一般结论。

据传在柏拉图讲学的学园门口悬挂着这样一个招牌：“不懂几何学者请勿入内！”几何学(一般地说，就是数学)为什么会在柏拉图那里占据如此重要的地位呢？一个可能的解答是：只有通过几何(数学)对象的性质的分析，我们才能较好地理解柏拉图哲学思想的核心，即理念论的思想。例如，在日常生活中，人们可以接触或观察到各种圆形的事物，如车轮、月亮、太阳等，但只要仔细考察一下就可发现，所有这些事情物的外形又都并非是严格的圆形，而只是作为几何研究对象的“圆”的概念的不完善的表现。从而，我们似乎也就可以引出这样的结论：在圆的概念与各种真实的圆之间是存在有质

的区别的，前者是完美的、永恒的、不变的，后者则是有缺陷的、暂时的、变动的；另外，前者是后者的原型，后者则只是前者的不完善的“摹写”，它们之所以表现为“圆形”，就是因为它们“分有”了“圆”这一概念。一般地说，上述思想事实上也就是柏拉图的理念论的核心所在：这首先就是关于两个世界，也即“理念世界”和“现实世界”的区分，前者是真实的、完美的、永恒的、不变的，后者则是不真实的、有缺陷的、暂时的、变动的；另外，现实世界只是理念世界的不完善的摹写。从而，总的来说，数学对象就为柏拉图的理念论提供了一个“理想”的模型。这也就如同许多研究柏拉图的学者所指出的那样：“在柏拉图那里，数学不仅是借以获得真正的知识的方法，而且，理念世界本身也可以借助于数学而实现理性化并成为是可理解的。”（E. Maziarz,《The philosophy of Mathematics》，philosophical Library, New York, 1949年, P36、37）另外，有不少学者还进一步认为，柏拉图事实上就是通过几何对象的分析引出理念论的思想的。从而这就清楚地说明了关于数学的思考在柏拉图的哲学研究中所占据的重要地位。^①

正因为柏拉图那里关于数学的思考与一般的哲学研究是直接相联系的，因此，他的理念论事实上也就提供了关于数学对象实在性问题的一种解答：由于认为数学对象是所

^① 在柏拉图的后期哲学研究、以及在柏拉图的门徒如芝诺、克拉底和斯潘雪浦等人那里，数学与哲学得到了更为紧密的结合：他们非但用“数”来解释“理念”，甚至认为“理念”就是“数”。从而，就如汪子嵩先生所指出的，柏拉图学派的哲学事实上是“数学化的哲学”，而这当然是对于毕达哥拉斯学派“唯数论”思想的继承。（参见《亚里士多德关于本体的学说》，人民出版社，1983年，第284页）