

模糊数学及其应用丛书

模糊推理的原理和方法

PRINCIPLES AND METHODS OF FUZZY REASONING

吴望名 著

贵州科技出版社

模糊数学及其应用丛书

模糊推理的原理和方法

吴望名 著

国家自然科学基金资助项目

贵州科技出版社

黔新登(90)03号

模糊推理的原理和方法

吴望名 著

贵州科技出版社出版发行

(贵阳市中华北路 289 号 邮政编码 550001)

★

核工业中南三〇六印刷厂印刷 贵州省新华书店经销

787×1092 毫米 32 开本 11 印张 235 千字

1994 年 9 月第 1 版 1994 年 9 月第一次印刷

印数 1~2000

ISBN7-80584-242-6/O·005 定价:16.50 元

《模糊数学及其应用丛书》

资 助 单 位

贵州科技出版社

海南省粮油贸易公司

北京爱普亚太电子有限公司

中国人民解放军国防科学技术大学

贵州师范大学

中外合资贵州永兴电子仪表公司

贵阳大光五金站 吴石川

西南交通大学智能控制开发中心

《模糊数学及其应用丛书》

编辑委员会

主 编

刘应明 (国务院学位评审员, 国家级有突出贡献的科学家, 博士生导师, 四川大学副校长, 教授, 国际模糊系统协会(IFSA)副主席)

汪培庄 (国家级有突出贡献的优秀专家, 博士生导师, 北京师范大学教授, 新加坡大学客座教授, 国际模糊系统协会(IFSA)理事, IFSA 中国分会主席)

陈世权 (贵州省有突出贡献的优秀专家, 贵州师范大学软科学研究室主任, 研究员)

编 委 (按姓氏笔划为序)

王光远 (中国工程院院士, 国务院学位评审员, 黑龙江省特级劳动模范, 博士生导师, 哈尔滨建筑工程学院工程理论研究所所长, 教授)

王国俊 (国家级有突出贡献的优秀专家, 博士生导师, 陕西师范大学校长, 教授)

任 平 (暨南大学经济数学教研室主任, 教授, 日本神户大

学客座教授)

吴从炘 (航空航天部有突出贡献的优秀专家, 博士导师, 哈尔滨工业大学数学系主任, 教授)

吴望名 (上海师范大学数学系主任, 教授)

张文修 (西安交通大学研究生院副院长, 教授)

郭桂蓉 (博士导师, 中国人民解放军国防科技大学副校长兼研究生院院长, 教授)

前 言

自从美国扎德(L. A. Zadeh)教授于1965年建立模糊集合论以来,由于它在处理广泛存在的一种不确定性——模糊性方面的成功,它在处理复杂系统方面的简捷与有力,在某种程度上弥补了经典数学与统计数学的不足,越来越受到欢迎。在这种背景下,随着模糊工程的开发和应用,模糊技术产品的广泛利用,日本于1990年将本田(Honda)奖授予了扎德教授,以表彰这一新方法论的成功。

20多年来,这一新的数学方法从理论到应用,从软技术到硬技术,都有了很大的发展,得到了越来越多的人的关心和支持,他们迫切希望了解这一新方法的研究与进展。在贵州科技出版社等单位的大力支持下,国际模糊系统协会中国分会(China Chapter of IFSA)和全国模糊数学与模糊系统学会组织编辑了《模糊数学及其应用丛书》。

这套丛书选编了一批学术性较强、应用性较好的模糊数学及其应用的专著,这些专著基本上反映了当前国际和国内水平。这些专著均是执笔者多年研究的成果,反映了当前国际同行的动态,其中多数属国家自然科学基金资助项目和国家863高技术计划项目。

我们相信这套丛书的出版,将对国内外模糊数学及其应用的研究与发展起到很好的推动作用。

刘应明

1991.9

内 容 提 要

本书是国家自然科学基金委员会资助的重大项目《模糊信息处理与机器智能》的一个子课题的研究成果之一。

模糊推理及其逻辑基础——模糊逻辑是 L. A. Zadeh 创立的一门新学科。本书从数学的角度讨论了模糊推理的原理和方法,汇集了近年来国内外有关研究成果和作者本人的最新研究成果。

本书内容包括:第一章模糊逻辑算子;第二章模糊逻辑的语义;第三章模糊逻辑函数;第四章模糊推理的算法分析;第五章区间值模糊集和区间值模糊推理;第六章模糊逻辑中的归结原理。每一节均附有习题。

本书可作为高等学校应作用数学、逻辑、计算机、人工智能、自动控制等专业的研究生教材,也可供从事模糊集与系统研究、模糊工程技术开发的科技工作者参考。

PRINCIPLES AND METHODS OF FUZZY REASONING

Synopsis

This book is one of the research work of No. 5 Project of FUZZY INFORMATION PROCESSING AND MACHINE INTELLIGENCE supported by National Natural Science Foundation of China.

Fuzzy reasoning and its foundation of logic — fuzzy logic, introduced by Lofti A. Zadeh, have now become an important discipline of fuzzy set theory. It has hitherto been very difficult to collect all the literature on any issue since the papers are widely scattered. The book is an attempt to organize the materials from mathematical view and it contains some new results due to the author and a large number of the materials appear in book form for the first time.

The book is organized into six chapters. Chapter 1 deals with the logical operators in unit interval $[0, 1]$; Chapter 2 investigates the semantics of

fuzzy logic; Chapter 3 studies the fuzzy logical functions; Chapter 4 considers the algorithm analysis for fuzzy reasoning; Chapter 5 discusses the interval-valued fuzzy sets and interval-valued fuzzy reasoning; the last chapter deals with the resolution principles for fuzzy logic systems.

The book is written as both a monograph and a textbook for graduate students in applied mathematics, logic, computer science, control engineering, artificial intelligence and others. I have tried to make the book reasonably self-contained but an acquaintance with fuzzy sets, elementary mathematical logic and modern algebra has been assumed on the part of the reader.

编写说明

人类智能的一个重要特点是其思维和行动伴随着模糊性。人们用模糊的语言谈话,在模糊的环境中对事物进行判断、推理和决策,高效率地传递着模糊的信息,这一切应归功于人脑对模糊性的巨大驾驭能力。

人工智能或机器智能的目标,是要用机器来实现人类的部分思维功能。早在 300 年前,德国数学家莱布尼兹(G. W. Leibniz)就提出将逻辑推理问题转化为符号计算这一深刻的思想。其后经 G. Boole, G. Frege 和 B. Russell 等人一系列奠基性工作, A. M. Turing 才于本世纪 50 年代初正式提出“机器能够思维”的观点。1956 年 J. McCarthy 在一次专题讨论会上正式提出了“人工智能”一词。

美国控制论专家 L. A. Zadeh 于 1965 年创立了模糊集论。模糊集论的主要动力来源于需要构造一个形式的、定量的框架来地把握人类用自然语言表达知识的模糊性。事实上,客观世界各种系统的传统数学模型和这些系统的通常不精确的人为的表述之间存在着鸿沟。模糊集论就是要研究这些人为的表述如何翻译为数学和符号的计算,以便克服传统模型的某些局限。

模糊推理(或称为近似推理)是按模糊集论的框架对人类

推理作定量研究的一门学科。由于人类的智能带有模糊性,因此模糊推理及其逻辑基础——模糊逻辑愈来愈受到人们的关注。

虽然模糊逻辑的一些思想和结论可追溯到本世纪 50 年代以前的无限值逻辑,但明确而系统地提出模糊逻辑和模糊推理的,应归功于 Zadeh。

1971 年,Zadeh[95]引入定量的模糊语义的概念,将一个语言词解释为一个论域上的模糊集,而词的逻辑组合可用模糊集的运算来表示。值得注意的是表示词的模糊集所在的论域基本上是数量尺度(如“年龄”、“大小”等),因此“定量的模糊语义”为我们提供一个如何将符号转换为函数的工具。此后,Zadeh 进一步提出语言变量,语义等价和语义近似,语言真值,推理的合成规则,模糊量词的处理等一系列新思想和新方法,为建立模糊推理的理论奠定了基础。20 多年来,经国内外许多学者的进一步工作,模糊推理的研究成果已初具规模。最近,Dubois 和 Prade[28]和 Yager[87]分别作了很好的综述。

建立在模糊推理基础上的模糊控制近几年在实际应用取得了成功。特别在日本,一批采用模糊控制的家用电器(洗衣机、吸尘器、空调机、电冰箱等)陆续上市,显示了模糊推理的强大生命力。

笔者参加了国家自然科学基金资助的重大项目《模糊信息处理和机器智能》(1989—1991)中的一个子课题“模糊推理

的原理和方法”的研究。本书就是以 Zadeh 的工作为基础结合国内外文献和个人的研究成果写成的。

本书共有六章：

第一章讨论单位区间上的逻辑算子。重点介绍了三个表现定理：Trillas 关于补算子的表现定理，Ling 关于阿基米德 t -范和 t -余范的表现定理以及幂零蕴涵的表现定理。在此基础上用代数同构和同态的观点讨论了各种逻辑算子组之间的相互关系。最后引伸出广义范算子 λ -并的若干有趣的性质。

第二章研究模糊逻辑的语义。首先介绍了 Zadeh 的语言变量和汪培庄的因素空间。接着讨论了各种类型模糊命题的翻译规则，这部分的内容是 Zadeh 首先阐述的。本章重点是讨论几种模糊命题逻辑系统和谓词逻辑系统，主要研究模糊系统与标准二值逻辑系统在恒真式集方面的相互关系，使用了代数上的(完备)同态的工具。最后对刘叙华等提出的算子模糊逻辑作一些讨论。

第三章介绍模糊逻辑函数(即模糊开关函数)，着重讨论模糊逻辑函数的判定和化简，介绍了向殿政男(Mukaidono)的判定定理和 Kandel 的化简方法。特别讨论了泛模糊逻辑不等式的求解问题。

第四章是模糊推理的算法分析，主要研究了以 Zadeh 的推理合成规则为基础的简单、多维、多重模糊推理的各种算法及其相互关系，包含了笔者引进的广义 Mamdani 蕴涵、不变 MP 近似和规则添加不变性等新概念。本章还讨论了汪培庄

的真值流推理为基础的若干推理方法,对量化命题的推理主要介绍 Zadeh 的处理方法。

第五章是在区间值模糊集基础上讨论区间值模糊推理,介绍了 Gorzalczany、Turksen 以及笔者提出的各种算法。

第六章讨论模糊逻辑的归结原理,分别介绍归结、模糊归结 λ -归结、模糊测度归结等方法。

阅读本书,读者应具备模糊数学、代数和数理逻辑的基本知识。各章的内容前后呼应,主要的定理详加证明。每节的后面都附有习题,有些文献上的结果以习题的形式出现。

本书既是一本专门著作,又可作为高等院校应用数学、逻辑、计算机、人工智能、自动控制等专业的研究生教材,对于从事模糊集与系统研究的科技工作者,也是一本叙述模糊逻辑和模糊推理的参考书。

笔者感谢国家自然科学基金会徐孝涵同志的支持;感谢王世强、刘应明、汪培庄、吴从炘、张文修、王国俊、刘叙华、罗承忠、朱梧楨诸教授对笔者的鼓励和帮助;感谢课题组成员陈永义、邹开其、徐扬、应明生、叶有培、张永清、张林和袁波等同志的合作;感谢陈世权老师为本书的出版所作的努力。

谨以此献给所有关心模糊推理发展的朋友们。

吴望名

1992 年于上海师范大学

目 录

第一章	模糊逻辑算子	(1)
1.1	模糊“非”算子——伪补和补	(2)
1.2	模糊“与”、“或”算子—— t -范和 t -余范	(12)
1.3	模糊蕴涵算子	(34)
1.4	模糊逻辑算子组	(52)
1.5	g -范和 λ -并	(61)
第二章	模糊逻辑的语义	(72)
2.1	语言变量和因素空间	(73)
2.2	模糊命题的翻译规则	(87)
2.3	模糊命题逻辑系统	(99)
2.4	模糊一阶谓词逻辑系统	(111)
2.5	算子模糊逻辑	(121)
第三章	模糊逻辑函数	(131)
3.1	模糊逻辑函数的制定	(131)
3.2	模糊逻辑函数的化简	(145)
3.3	泛模糊逻辑不等式的求解	(158)
3.4	模糊逻辑回路的分析和综合	(176)
第四章	模糊推理的算法分析	(190)

4.1	简单模糊推理	(191)
4.2	多维模糊推理	(201)
4.3	多重模糊推理	(210)
4.4	真值流推理	(227)
4.5	量化命题的三段论推理	(238)
4.6	其他形式的模糊推理	(245)
第五章	区间值模糊集和区间值模糊推理.....	(250)
5.1	$I[0,1]$ 上的逻辑算子	(250)
5.2	区间值模糊集和区间值模糊关系	(260)
5.3	区间值模糊推理的几种方法	(268)
5.4	模糊值推理	(277)
第六章	模糊逻辑中的归结原理.....	(285)
6.1	模糊命题逻辑中的归结方法	(286)
6.2	模糊一阶逻辑中的归结方法	(294)
6.3	算子模糊逻辑中的 λ -归结方法	(305)
6.4	模糊测度与归结原理	(314)
参考文献		(322)

第一章 模糊逻辑算子

在标准逻辑中,一个命题是可以判定其真假的陈述语句。就是说,一个命题要么是真(记为 1),要么是假(记为 0),二者必居其一且仅居其一。但在日常生活中,人们使用的许多语句并非都能确切地判定其真假。例如,“张三发高烧”这一语句就难以判定其真假。因为体温达到多少度(摄氏)才算发高烧,其界限是模糊的,当确定“发高烧”的隶属函数并且测出张三的体温之后,就可用隶属度来作为“发高烧”的真值。这就要用到模糊逻辑。

一般说来,命题的真值的取值范围称为真值域。不同的真值域对应于不同的逻辑。标准逻辑的真值域是 $\{0,1\}$,如果命题的真值域是单位区间 $[0,1]$,对应的逻辑就是(狭义)模糊逻辑。

由一些原始命题,可以利用命题连接词来构成复合命题。常用的命题连接词“与”、“或”、“非”、“蕴涵”和“等价”分别用符号 $\&$ 、 $\vee$ 、 $\neg$ 、 $\rightarrow$ 、 $\leftrightarrow$ 来表示。例如,设命题 p 表示“雪是白的”,命题 q 表示“天是亮的”,

则 $p \& q$ 表示 “雪是白的并且天是亮的”。

$q \vee q$ 表示 “雪是白的或者天是亮的”。

$\neg q$ 表示 “雪不是白的”。

$p \rightarrow q$ 表示 “若雪是白的则天是亮的”。