

■ 莫乃榕 主编

工程流体力学

华中科技大学出版社

工程流体力学

莫乃榕 主编

华中科技大学出版社

FZ76/06

图书在版编目(CIP)数据

工程流体力学/莫乃榕 主编
武汉:华中科技大学出版社, 2000年5月
ISBN 7-5609-2003-9

- I. 工…
- II. 莫…
- III. 工程流体力学-高等学校-教材
- IV. TB126

工程流体力学

莫乃榕 主编

责任编辑:龙纯曼

封面设计:周 俐

责任校对:戴文遐

责任监印:张正林

出版发行:华中科技大学出版社

武昌喻家山 邮编:430074 电话:(027)87545012

经 销:新华书店湖北发行所

录 排:华中科技大学出版社照排室

印 刷:华中科技大学出版社印刷厂

开本:787×1092 1/16

印张:17.75

字数:415 000

版次:2000年5月第1版

印次:2001年1月第2次印刷

印数:2 001—5 000

ISBN 7-5609-2003-9/TB·45

定价:20.80元

(本书若有印装质量问题,请向出版社发行部调换)

内 容 简 介

本书介绍流体力学的基本原理及其在工程实际中的应用。全书包括流体力学基础、一元流动、二元流动、流体流动的数值计算和测量技术等四个部分。为适应模块式课程设置的需
要,多数篇章的内容都具有相对的独立性。各章配置了较多的例题、练习题(思考题)和习题,
书末附有部分习题答案。本书可作为机械、动力类专业工程流体力学课程的教材,也可供有关
工程技术人员参考。

前 言

本教材是根据机械、动力类各专业“工程流体力学”课程的教学要求,并参考1997年教育部水力学和流体力学教学指导小组制订的《工程流体力学课程教学基本要求》和《工程流体力学模块汇总》编写的。全书共分四篇,第一篇阐述流体力学的基本理论和基本方程,第二、三篇介绍工程中的一元流动和二元流动,第四篇介绍数值计算和测量方法。除第一篇是全书的理论基础之外,其余各篇、各章的内容均具有相对的独立性,取、舍其中一章不会影响体系的完整性。因此,本教材所介绍的教学内容可根据需要能组合成为不同形式的教学模块。

面对科学技术的不断发展,工程流体力学的教学内容和教学方法应该进行改革,以适应21世纪对人才培养的需要。工程流体力学是高等学校机械、动力类各专业的技术基础课程。在编写本教材的时候,我们力图突出加强基础,强调应用,提高素质的精神,除了介绍基本理论之外,还用很大篇幅介绍工程应用问题,并增加数值计算和现代测试技术的内容。对工程流体力学中一些常见的传统的计算方法也作了改进,如在管流和一元等熵流动的计算中引入牛顿迭代法,使能够解题的工程问题更加广泛,并为编程电算提供计算基础。

本书是根据近几年的教学实践和经验,由华中理工大学流体力学教研室的教师集体编写的。初稿完成后,经过多次讨论和修改,最后才形成定稿。各章的编写分工如下,莫乃榕:第一、二、三、四、五、八、十一章;李万平:第六章;李光正:第九章;瞿大熙、李光正合编第七章;吴建康、莫乃榕合编第十章。全书由莫乃榕主编。

我们先后请哈尔滨工业大学陈卓如教授、清华大学李玉柱教授、华中理工大学蔡兆麟教授和山东工业大学杜广生副教授审查了全稿,他们在课程体系、教学方法、编写技巧等方面提出许多宝贵的意见,本书的一些章节就是根据他们的意见进行修改的,作者对他们治学严谨的作风表示赞赏,对他们热情帮助表示衷心的感谢。华中理工大学教务处对本书的出版给予了大力支持,华中理工大学出版社的龙纯曼老师对本书的出版也给予热情的帮助,作者对此表示感谢。

由于编者的知识和水平有限,书中缺点和错误在所难免,殷切希望读者与专家批评、指正。

编 者

1999.7.

主要符号表

| | |
|------------------|------------------------------|
| A | 面积 |
| a | 加速度 |
| B, b | 宽度 |
| C_p | 等压比热, 压力系数 |
| C_v | 等容比热 |
| C_D | 阻力系数 |
| c | 光速, 波速 |
| D, d | 直径 |
| $E_{\text{固}}$ | (固体)弹性模量 |
| E | (液体)体积弹性系数, 能量, 电压, 欧拉数 |
| e | 内能 |
| F | 力 |
| Fr | 弗汝德数 |
| f | 质量力, 频率 |
| G | 重量 |
| g | 重力加速度(9.806m/s^2) |
| H, h | 高度 |
| I | 电流 |
| h | 热焓 |
| K | 绝对温度单位(开) |
| k | 热传导系数 |
| L, l | 长度 |
| M | 质量, 马赫数 |
| P | 功率 |
| p | 压强 |
| p_g | 表压强 |
| p_v | 真空压强 |
| Q, q | 流量, 热流 |
| R | 气体常数, 电阻 |
| Re | 雷诺数 |
| S | 周长, 湿周 |
| St | 斯特罗哈数 |
| S | 熵 |
| T | 绝对温度 |
| t | 摄氏温度, 时间 |
| U | 速度, 电压 |
| U_{eff} | 有效冷却速度 |

| | |
|---------------|----------------------|
| U_{eff} | 有效冷却速度 |
| W | 功, 复位势 |
| α | 动能修正系数 |
| β | 动量修正系数 |
| κ | 体积压缩系数 |
| α_T | 热膨胀系数 |
| Γ | 速度环量 |
| γ | 绝热指数 |
| Δ | 绝对粗糙度 |
| δ | 边界层厚度 |
| δ^* | 边界层位移厚度 |
| δ^{**} | 边界层动量损失厚度 |
| ϵ | 线变形速率 |
| ζ | 局部损失系数 |
| λ | 沿程损失系数 |
| μ | 动力粘度, 流量系数, 泊松比, 马赫角 |
| ν | 运动粘度 |
| ξ | 毕托管速度系数 |
| ρ | 密度, 电阻率 |
| σ | 正应力, 表面张力 |
| τ | 切应力, 体积 |
| φ | 速度势函数 |
| ψ | 流函数 |
| Ω | 涡量 |
| ω | 角速度 |

目 录

| | |
|-------------|-------|
| 主要符号表 | (I) |
|-------------|-------|

第一篇 流体力学基础

| | |
|---------------------------------|--------|
| 第一章 导论 | (3) |
| § 1-1 流体力学的研究任务和研究方法 | (3) |
| § 1-2 连续介质假设 | (4) |
| § 1-3 流体的密度 | (5) |
| § 1-4 流体的粘性 | (6) |
| § 1-5 表面张力 | (9) |
| 练习题 | (10) |
| 习 题 | (11) |
| 第二章 流体静力学 | (13) |
| § 2-1 静止流体的应力特征 | (13) |
| § 2-2 流体静止的微分方程 | (14) |
| § 2-3 静止液体的压强分布 | (15) |
| § 2-4 液柱式测压计 | (16) |
| § 2-5 静止大气的压强分布 国际标准大气 | (18) |
| § 2-6 静止液体作用在平面壁和曲面壁上的总压力 | (19) |
| § 2-7 液体的相对静止 | (23) |
| § 2-8 浮体的平衡 | (25) |
| 练习题 | (27) |
| 习 题 | (28) |
| 第三章 理想流体动力学基本方程 | (32) |
| § 3-1 描述流体运动的两种方法 | (32) |
| § 3-2 流线和流管 | (35) |
| § 3-3 连续性方程 控制体的概念 | (36) |
| § 3-4 动量方程和运动方程 | (39) |
| § 3-5 伯努利方程 | (41) |
| § 3-6 压强沿流线法向的变化 | (42) |
| § 3-7 总流的伯努利方程 | (43) |
| § 3-8 伯努利方程应用举例 | (44) |
| § 3-9 叶轮机械内相对运动的伯努利方程 | (45) |
| § 3-10 非定常流动的伯努利方程 | (46) |
| § 3-11 动量方程和动量矩方程及其应用 | (47) |
| 练习题 | (53) |

| | |
|-----------|------|
| 习 题 | (54) |
|-----------|------|

第二篇 一元流动

| | |
|-----------------------------------|-------|
| 第四章 不可压缩粘性流体的一元流动 | (61) |
| § 4-1 粘性流动的伯努利方程 | (61) |
| § 4-2 流体运动的两种流态 | (62) |
| § 4-3 圆管中的层流 | (64) |
| § 4-4 明渠中的层流 | (66) |
| § 4-5 层流向紊流的过渡 | (68) |
| § 4-6 紊流的速度分布 | (69) |
| § 4-7 圆管紊流的沿程损失系数 λ | (71) |
| § 4-8 沿程损失系数的实验研究 | (72) |
| § 4-9 局部水头损失 | (77) |
| § 4-10 工程应用举例 | (80) |
| § 4-11 管流中的水击 | (87) |
| 练习题 | (90) |
| 习 题 | (91) |
| 第五章 可压缩流体的一元流动 | (95) |
| § 5-1 热力学基本公式 | (95) |
| § 5-2 绝热流动的能量方程 | (97) |
| § 5-3 微弱扰动波的传播, 音速 | (98) |
| § 5-4 一元等熵流动的基本关系式 | (101) |
| § 5-5 一元等熵气流在变截面管道中的流动 | (104) |
| § 5-6 有摩擦和热交换的一元流动 | (112) |
| 练习题 | (118) |
| 习 题 | (120) |

第三篇 二元流动

| | |
|-------------------------------------|-------|
| 第六章 理想不可压缩流体的平面势流和旋涡运动 | (125) |
| § 6-1 流体微团运动分析 | (125) |
| § 6-2 速度环量和旋涡强度 | (128) |
| § 6-3 速度势和流函数 | (132) |
| § 6-4 不可压缩流体平面无旋流动的复变函数表示 | (137) |
| § 6-5 基本的平面有势流动 | (138) |
| § 6-6 有势流动叠加 | (144) |
| § 6-7 理想流体的旋涡运动 | (151) |
| 练习题 | (155) |
| 习 题 | (157) |
| 第七章 不可压缩粘性流体的流动 | (161) |
| § 7-1 粘性流体中的应力 | (161) |

| | | |
|------------|-----------------|-------|
| § 7-2 | 不可压缩粘性流体运动的基本方程 | (164) |
| § 7-3 | 精确解 | (167) |
| § 7-4 | 边界层的概念 | (171) |
| § 7-5 | 边界层微分方程 | (174) |
| § 7-6 | 边界层动量积分关系式 | (179) |
| § 7-7 | 平板边界层的近似计算 | (182) |
| § 7-8 | 曲面边界层的流动分离 | (188) |
| § 7-9 | 绕流物体的阻力 | (189) |
| § 7-10 | 自由淹没射流 | (191) |
| § 7-11 | 管道入口和弯道中的边界层 | (194) |
| | 练习题 | (195) |
| | 习 题 | (197) |
| 第八章 | 膨胀波和激波 | (200) |
| § 8-1 | 膨胀波 | (200) |
| § 8-2 | 正激波的形成和传播 | (203) |
| § 8-3 | 正激波前后的参数关系 | (205) |
| § 8-4 | 斜激波 | (208) |
| § 8-5 | 激波的反射和相交 | (212) |
| § 8-6 | 拉伐尔喷管内的正激波 | (215) |
| | 练习题 | (218) |
| | 习 题 | (219) |

第四篇 流体流动的数值计算和测量技术

| | | |
|-------------|--------------------|-------|
| 第九章 | 量纲分析和相似原理 | (223) |
| § 9-1 | 单位和量纲 | (224) |
| § 9-2 | 量纲分析法 | (225) |
| § 9-3 | 流动相似原理 | (229) |
| § 9-4 | 模化实验 | (232) |
| | 练习题 | (233) |
| | 习 题 | (234) |
| 第十章 | 工程流体力学的计算方法 | (236) |
| § 10-1 | 代数方程的牛顿迭代法 | (236) |
| § 10-2 | 差分法 | (238) |
| § 10-3 | 差分法应用实例 | (239) |
| § 10-4 | 特征线法 | (242) |
| § 10-5 | 有限元的插值函数 | (246) |
| § 10-6 | 一维有限元法 | (248) |
| 第十一章 | 流动测量技术 | (252) |
| § 11-1 | 压强的测量 | (252) |
| § 11-2 | 压力传感器 | (255) |

| | |
|---------------------|-------|
| § 11-3 毕托管 | (257) |
| § 11-4 流量计 | (258) |
| § 11-5 热线测速技术 | (261) |
| § 11-6 激光测速技术 | (264) |
| 附录 | (269) |
| 习题答案 | (271) |
| 参考书目 | (274) |

第一篇
流体力学基础

第一章 导 论

§ 1-1 流体力学的研究任务和研究方法

流体力学是研究流体在外力作用下平衡和运动规律的一门学科,它是力学的一个分支。

流体和固体是物质存在的主要形式。从力学分析的角度来看,流体和固体的主要差别在于抵抗外力的能力不同。固体在静止状态时能抵抗一定数量的拉力、压力和剪切力。当固体受到外力作用时,它将产生相应的变形以抵抗这个外力,其相应的科学是材料力学和弹性力学。而静止的流体不能抵抗无论多么小的拉力和剪切力。流体在剪切力的作用下将发生连续不断的变形运动,直至剪切力消失为止。流体的这种性质称为易流动性。流体是气体和液体的总称。两者的差别是气体比液体更易压缩。

流体力学是人类在征服自然、改造自然的实践中产生和发展起来的。古代的人们在兴修水利、灌溉农田的实践中开始认识和利用水流的规律,在利用风能的实践中认识空气的运动规律。当时,虽然缺乏系统的流体力学知识,但凭借直觉的观察和不断的实践,古人逐渐认识和掌握流体运动的一些规律,建造了许多伟大的工程。

流体力学的初步形成可以追溯到 17 世纪。1653 年, D. 帕斯卡发现了静止液体的压强可以均匀地传遍整个流场的帕斯卡原理。后来,通过现场测量,他还提出了流体静力学的基本公式。1678 年牛顿用实验方法研究了运动平板所受的流体阻力,提出了流体的剪应力与速度梯度成正比的计算公式,为以后研究粘性流体的运动奠定了基础。1738 年, D. 伯努利对管流进行大量的观察和测量,提出了著名的伯努利定理。1775 年欧拉提出了无粘性流体的运动方程,为理论流体力学的研究奠定了理论基础。随着生产的发展人们不断探索粘性流动的规律,1823 年法国人 L. 纳维,1845 年英国人 G. 斯托克斯分别用不同的方法建立了粘性流体运动的微分方程,从此,流体力学得到迅速的发展。到 19 世纪末,水力学和水动力学已达到相当高的水平,进入 20 世纪以后,随着航空、航天事业的发展,边界层理论、紊流理论、可压缩流体力学都获得了巨大的成就。1904 年提出边界层理论的德国人普朗特是现代流体力学的先驱。1910 年俄国科学家儒可夫斯基用保角变换法获得一种理想的翼型,使人类的航空航天事业得到迅猛的发展。超音速飞机的出现,人造卫星和航天飞机进入太空,使流体力学的理论形成一个严密、系统的学科。20 世纪 60 年代以后,由于人类飞行的愿望已基本实现,流体力学的发展方向有了一些明显的转变,出现了许多新的分支或交叉学科,如工程流体力学、稀薄气体力学、磁流体力学、非牛顿流体力学、生物流体力学、物理-化学流体力学等。

综观流体力学的发展历史,可以清楚地看出,生产的发展和需要是流体力学发展的动力。流体力学的任务就是解决科学研究和工农业生产中遇到的有关流体流动的问题。人类的生产和科学技术发展到今天,对流体力学提出的问题越来越多,在很多工农业部门中都存在大量的与流体流动有关的问题。今天,很难找出一个技术部门,它的发展能够与流体力学无关,除了航空、水利之外,机械、动力、航海、冶金、建筑、环境等部门都存在大量的流体力学问题有待深入研究。例如,动力工程中流体的能量转换,机械工业中的润滑、液压传动、气力输送,船舶的

行波阻力,高温液态金属在炉内或铸模内的流动,市政工程中的通风、通水,高层建筑受风的作用,铁路、公路隧道中的压力波传播,汽车的外形与阻力的关系,燃烧中的空气动力学特征,血液在人体内的流动,污染物在大气中的扩散等,这些都是许多工程技术人员经常遇到的流体力学问题。工程流体力学的任务则是为从事这些工程技术工作的人提供必要的流体力学理论知识。本课程除了介绍流体力学的基本概念、基本原理之外,还介绍如何将这些基本概念和原理应用于工程实际,推导一些工程上常用的公式,使读者掌握流体力学在工程中的分析方法、计算方法和实验技能。

工程流体力学和其他物理学科一样,其研究方法主要有理论分析、实验研究和数值计算等三种。理论分析法是根据工程实际中的流动现象的特点,建立流体运动的方程及边界条件,运用各种数学工具准确地或近似地求出方程的解。理论分析法的特点在于科学的抽象,能够用数学方法求出理论结果,揭示出流体运动的内在联系。实验研究在工程流体力学中占有极重要的地位,它是理论真伪的最终判决。实验研究根据模化理论进行观察和测量,它所得出的研究结果十分可靠,用这种方法能直接解决工程中的复杂问题,并能发现新的流动现象。数值计算是伴随电子计算机而出现的一种方法,应用这种方法时,首先将流体力学方程和边界条件进行离散化,然后选取算例,编制程序,用计算机求出数值解。数值计算方法的优点在于它能得到许多用理论分析方法无法求解的复杂流动的数值解。以上三种方法相辅相成,使流体力学学科得到迅速的发展。我们在学习本课程时,也要很好地掌握这些研究方法。

本课程主要介绍理论分析法和实验研究,也介绍一些工程中常用的计算方法。至于流体力学的数值计算,由于涉及较多的数学知识和数值方法,本书只能介绍一些基本方法,为学习计算流体力学打下基础。

§ 1-2 连续介质假设

流体是由分子组成的,分子之间保持一定的距离,流体的分子处在永无休止的运动状态中。因此,从微观的角度来看,流体的物理量如质量、温度在空间上的分布是不连续的。另外,由于分子运动的随机性,流体的物理量在时间上的分布也是不连续的。因此,如果从微观方面研究流体力学问题,就要用分子运动学说,研究每一个分子的微观运动规律。但在工程流体力学中,所讨论的问题的特征尺寸远大于流体的分子平均自由程,人们所感兴趣的问题并不是流体分子的微观运动特征,而是宏观特性,即大量分子的统计平均特性,例如流体的密度、温度、压强等。因此,从宏观上研究流体的运动规律,有理由把流体视作为连续介质,即流体是在空间上和时间上连续分布的物质。1775年欧拉在建立流体运动的微分方程时,就是采用连续介质这样一个基本假说,认为液体和气体充满一个体积时不留任何空隙,其中没有真空,没有分子间的间隙,流体的密度、温度等物理量是连续分布的。实践证明,采用连续介质模型来解决一般工程实际问题,其结果是能满足要求的。例如,在正常情况下, 1mm^3 的体积里,水有 3.3×10^{23} 个分子,空气有 2.7×10^{23} 个分子,即使在 10^{-10}mm^3 的体积(相当于一粒灰尘体积)里,空气还有 2.7×10^6 个分子。这么多的分子,其物理量仍然具有统计平均的特性。因此,在流体力学中采用连续介质模型是合理的。这样,流体的一切特性,例如压强、温度、密度、速度等都可以看成是时间和空间连续分布的函数,流体力学的问题可以用连续函数这个有力的数学工具来进行研究。当然,在一些特殊的情况下,连续介质的假设是不能成立的。例如,航天器在高空稀薄气体中飞行时,气体分子的平均距离与航天器的尺寸具有相同的量级,超音速气流中的

激波厚度与气体分子平均自由程为同一量级,血液在微血管里(直径约为 10^{-4} cm)的运动,这些情况都不能采用连续介质模型。

§ 1-3 流体的密度

流体的密度是单位体积里流体具有的质量,在均质流体中,如果体积 τ 内的流体质量是 M ,则密度 ρ 的表达式为

$$\rho = \frac{M}{\tau} \quad (1-1)$$

在国际单位制中, ρ 的单位是 kg/m^3 。

对于非均质物体,各点的密度是不同的,这时,密度 ρ 的定义是

$$\rho = \lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \frac{\Delta M}{\Delta\tau} \quad (1-2)$$

$\Delta\tau \rightarrow 0$ 只能视作趋于足够小,不能理解为数学上的趋于零。因为,从微观上看,分子之间存在空隙,如果 $\Delta\tau$ 取在空隙里, ρ 就会是零。如果 $\Delta\tau$ 取在原子内, ρ 就会非常大。因此, $\Delta\tau \rightarrow 0$ 应理解为一个很小的值,这样一个微体积,宏观上足够小,微观上足够大。例如, 10^{-10}mm^3 (一粒灰尘)的体积,比工程中常见的物体小得多,但仍比分子占据的体积大得多。我们把这种宏观上足够小,微观上足够大的微体积内的流体称为**流体微团**,或称为**流体质点**。

密度的倒数称为**比容**,记作 v ,即 $v = 1/\rho$,其单位为 m^3/kg ,它表示单位质量流体占有的体积。

流体的密度与温度和压强有关。温度或压强变化时都会引起密度的变化,即

$$d\rho = \frac{\partial\rho}{\partial p} dp + \frac{\partial\rho}{\partial T} dT \quad (1-3)$$

密度的相对变化率为

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial\rho}{\partial p} dp + \frac{1}{\rho} \frac{\partial\rho}{\partial T} dT = \kappa dp - \alpha_T dT \quad (1-4)$$

式中, κ 称为流体的**等温压缩系数**,它表示在温度不变的情况下,增加单位压强所引起的密度变化率。当压强增加时,体积减小,密度增加,因此, κ 也称为**体积压缩系数**,

$$\kappa = \frac{1}{\rho} \frac{\partial\rho}{\partial p} = - \frac{1}{v} \frac{\partial v}{\partial p} \quad (1-5)$$

对于液体, κ 近似地为常数,这时,上式中的微分可用增量代替。 α_T 称为**热膨胀系数**,它表示在压强不变的条件下,增加单位温度所引起的体积变化率。

液体的体积压缩系数 κ 很小,工程中常使用它的倒数,称为**体积弹性系数**,也称**弹性模数**,记作 E ,

$$E = \frac{1}{\kappa} = -v \frac{\Delta p}{\Delta v} = \rho \frac{\Delta p}{\Delta\rho} \quad (1-6)$$

E 的单位与压强单位相同,是 N/m^2 。

对于气体,其密度、压强、温度应满足状态方程

$$p = \rho RT \quad (1-7)$$

式中, p 为压强,单位是 N/m^2 ,也称为帕(Pa); T 为绝对温度,单位是 K(开); R 是气体常数,对于空气, $R = 287 \text{N} \cdot \text{m}/\text{kg} \cdot \text{K}$ 。由状态方程可以求得气体的等温压缩系数和热膨胀系数分别为

$\kappa = 1/\rho$ 和 $\alpha = 1/T$ 。

例 1-1 在常温下,水的弹性模数 $E = 2.81 \times 10^9 \text{ N/m}^2$,如果水的压强从 10^5 N/m^2 增至 $12 \times 10^6 \text{ N/m}^2$,求水的体积变化率。

解 由定义得

$$\frac{\Delta v}{v} = -\frac{\Delta p}{E}$$

以 $\Delta p = 119 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ 及 E 的值代入,得 $\Delta v/v = -0.424\%$,负号说明体积减小。

§ 1-4 流体的粘性

粘性是流体抵抗变形的能力。它是流体的固有属性。粘性切应力则是粘性的具体表现。

流体在运动时,如果相邻两层流体的速度不同,则在它们的界面上产生切应力,运动快的流层对运动慢的流层施以拖力,而运动慢的流层则对运动快的流层施以阻力,这对力称为流层之间的内摩擦力,或粘性切应力。

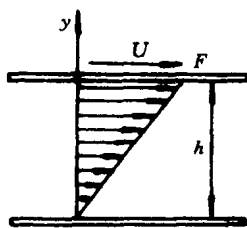


图 1-1 牛顿的粘性实验

流体的粘性实验是由牛顿于 1687 年首次进行的,如图 1-1 所示。两块平行平板,相距为 h ,其间充满粘性流体。下板不动,上板以速度 U 在自身平面内作匀速运动。为了维持上板的匀速运动,必须在平板上施加一个拖动力 F 。实验表明,拖动力 F 与板的面积 A 成正比,也与速度 U 成正比,而与两板间的距离 h 成反比,其比例系数称为流体的粘性系数,记作 μ ,

$$F = \mu A \frac{U}{h}$$

显然,施加于平板单位面积的拖力为

$$\tau = \frac{F}{A} = \mu \frac{U}{h}$$

分析平板的受力很容易看出, F/A 是外部作用的切应力,而 $\mu U/h$ 则是流体的粘性切应力,这一对大小相等,方向相反的切应力作用于平板,使板能以速度 U 运动。

进一步的观察和测量都表明,粘性流体在两板之间的速度呈线性分布,由于粘性作用,紧靠上板的流体以速度 U 随上板一起运动,紧靠下板的流体的速度则为零。距下板 y 处的速度为 $u = Uy/h$ 。由于 $y = h$ 处流体的粘性切应力为 $\tau = \mu U/h$,因此,在任意一点 y 处,粘性切应力为 $\tau = \mu u/y$ 。可见,粘性切应力 τ 与流体在 y 方向的速度梯度 u/y 成正比。如果流体的速度 u 在 y 方向不是线性分布,则粘性切应力可表示为

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad (1-8)$$

由于 μ 出现在切应力的计算式中,因此,又称 μ 为流体的动力粘性系数。切应力的单位是 N/m^2 ,而 μ 等于切应力与速度梯度之比,容易看出 μ 的单位是 $\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$ 。上式表明,流体的粘性切应力的大小与其粘性系数及速度梯度成正比,这就是著名的牛顿内摩擦定律。

出现在式(1-8)中的速度梯度,又可理解为流体的角变形速率。为了说明这一点,我们分析图 1-2 中边长为 dx 、 dy 的流体微团 $ABCD$ 。 t 时刻,微团为矩形,经过 dt 时间后,微团运动到一个新的位置,形状也改变了。我们先不考虑微团的平移,只考虑它的变形问题。设点 C 的流体速度为 u ,则点 A 的流体速度为 $u + \frac{du}{dy}dy$ 。由于有速度差,点 A 比点 C 运动快, dt 时间