重庆市高职高专规划教材

重庆市教育委员会
重庆市高职高专规划教材编写委员会 组编

应用高等数学（理工类）

主　编　陈明宝

副主编　李开慧　余英　陈元玖

主　审　何良材

Yingyonggaodeng shuxue

重庆大学出版社

重庆市高职高专规划教材

重庆市教育委员会
重庆市高职高专规划教材编写委员会 组编

应用高等数学

（理工类）

主　编　陈明宝
副主编　李开慧　余　英
　　　　陈元玖
主　审　何良材

重庆大学出版社

·内 容 提 要·

本书根据国家教委1997年颁布的高等数学、线性代数、概率与数理统计三门课程的教学基本要求，结合高职高专的实际与教学改革的需要编写而成。全书共八章，包括一元与多元函数微积分及其应用、微分方程、级数、线性代数、概率统计和数学实验。

本书介绍了高职高专工程类各专业必需的数学基础知识和基本方法，注重知识与实际应用的联系，为发挥计算机辅助教学功能，各章安排了应用数学软件 Mathematica 的演示与实验，力图使学生的数学知识、运算能力、抽象思维能力、逻辑推理能力、应用计算机的能力均得到提高。

本书可作为高职高专工程类各专业数学课程的教科书，也可作为自学专科数学与应用数学软件 Mathematica 的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

应用高等数学．理工类/陈明宝主编．—重庆：重庆大学出版社，2000.8

重庆市高职高专规划教材

ISBN 7-5624-2246-X

Ⅰ.应…　Ⅱ.陈…　Ⅲ.高等数学：应用数学-高等教育-教材　Ⅳ.013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第39990号

重庆市高职高专规划教材

应用高等数学

（理工类）

重　庆　市　教　育　委　员　会
重庆市高职高专规划教材编写委员会　组编

主　编　陈明宝

副主编　李开慧　余　[illegible]

陈元[illegible]

主　审　何良材

责任编辑　肖顺杰　汤　琪

*

重庆大学出版社出版发行

新　华　书　店　经　销

重庆电力印刷厂印刷

*

开本:787×1092　1/16　印张:26.5　字数:661千

2000年8月第1版　　2000年8月第1次印刷

印数:1～4 000

ISBN 7-5624-2246-X/O·188　定价:35.00元

重庆市高职高专规划教材编写委员会

总序

高职高专教育是我国高等教育的重要组成部分。它是以培养适应生产、建设、管理、服务第一线需要的，德、智、体、美等方面全面发展的高等技术应用性人才为目标；其教学模式是打破学科的系统性，强调知识的综合性、实用性，建立以能力为基础的模式。这种新型教学模式决定了教材建设工作在高职高专教育体系中的重要地位。由于传统的本专科教材与现在的高职高专教育教学要求不相适应，因此，编写、出版一批高质量的、适应包括重庆在内的西部地区高职高专教育实际需要的规划教材，对于保证我市高职高专教育高质量、有特色、实现其培养目标等方面有着十分重要的意义。

为了贯彻落实《教育部关于加强高职高专教育人才培养工作的意见》和《教育部关于加强高职高专教材建设的若干意见》精神，确保教材建设适应我市高职高专教育发展需要，我委已着手实施"高职高专教育教材建设工程"，并成立了重庆市高职高专规划教材编写委员会，采取统一组织、项目管理、专家参与、结合实际的方式进行教材编写、出版工作，力争在三年内开发和出版三十本左右具有职业教育特点和重庆特色的高职高专规划教材。整个教材建设工作分两步实施，首先，用两年的时间，由教材编写委员会统一组织编写、出版一批公共基础课程专用教材，解决好高职高专教育教材的有无问题；然后，再用一至二年时间，通过滚动遴选的方式，推出一批特色鲜明的高职高专教育系列教材；同时，我们还将这些教材不定期地向教育部推荐，力争列入教育部高职高专规划教材。随着"高职高专教育教材建设工程"的实施，必将对我市高职高专教育的健康发展发挥重要作用。

通过我市高职高专规划教材编写委员会及在渝各高校的密切配合，经过有关专家的努力，重庆市首批高职高专规划教材由重庆大学出版社正式出版了。这批教材分别是"计算机应用基础"、"应用高等数学"（理工类、文经类）、"高职高专英语"（一至三册、听力、综合练习册）等。在编写过程中，编者们给终把握基础课教材要体现以应用为目的，基础理论以必须、够用为度，以讲清

概念、强化应用为重点，突出内容的选取与实际需求相结合等原则，并充分吸取了近年来一些高职高专院校在探索培养高等技术应用人才和教材建设方面所取得的成功经验，使这批教材具有明显的高职高专教育特色，适合各高职高专院校使用。

由于时间紧、任务重，我委在"高职高专教材建设工程"实施过程中及编写的规划教材中难免出现疏漏，敬请各院校及其广大读者提出宝贵意见。让我们为重庆市"高职高专教材建设工程"的顺利实施，为繁荣我国高职高专教育事业而共同努力。

2000 年 8 月

前言

《应用高等数学》(包括高等数学、线性代数、概率与数理统计)是高等专科教育和高等职业技术教育工程类各专业必修的基础课。《应用高等数学》课程对高职高专学生的能力培养、素质提高起着重要作用。它一方面为学习后继课程提供必不可少的数学基础知识和常用的数学方法;另一方面通过各个数学环节,培养学生的基本运算能力、一定的抽象思维能力与逻辑推理能力、使用计算机运用数学软件的能力和综合学知识解决实际问题的能力;因而对于提高学生综合素质起到重要作用。

本书根据国家教委 1997 年颁布的工程专科《高等数学课程教学基本要求》、《线性代数课程教学基本要求》、《概率与数理统计课程教学基本要求》的精神,贯彻专科基础课以必须够用为度的原则,结合高等专科教育与高等职业技术教育目前的实际情况及数学课程教学改革的需要编写而成。在编写中尽可能地将我们在教学改革实践中的收获、体会及设想融入其中,在教材的内容体系、教学方法与教学手段等方面作了一些新的尝试,力求对高职高专数学课程教学起点偏低、学时偏少、应用性强等实际情况有较好的适应性。

全书内容共分八章。第一章至第五章是高等数学部分,包括微积分及其应用、常微分方程与无穷级数;第六章为线性代数部分;第七章是概率与数理统计;第八章为数学实验。

本书主要有以下特点:

1. 第一章对初等数学的函数部分有所加强,起复习作用,以利于对起点偏低的高职学生作过渡衔接。

2. 对高等数学部分的内容体系作了适当调整,不再按一元函数微积分与多元函数微积分分块,而是统一成"微分学及其应用"与"积分学及其应用",有利于克服重复教学,有效巩固和强化微分学与积分学这两部分高等数学的主体内容。削减了空间解析几何,仅对一些后继内容所需的空间曲线曲面方程及图形作必要介绍。

3. 介绍实际应用较多的基础知识和基本方法,对难度较大的部分基础理论,不作严格证明与推导,只给出结论并作简要说明。对运算能力作基本训练,不追求含许多复杂变换的运算。

4. 为加强对学生使用计算机能力的培养和充分发挥计算机在教学中和工程应用中的作用,在各章最后一节均安排了应用数学软件 Mathematica 的演示与实验。介绍如何应用数学软件 Mathematica 完成高等数学的各种主要运算,文字简明易懂,极具可操作性。对于较少使用计算机的读者也无接受障碍。

5. 全书文字表述浅显明了,近于课堂教学讲授式语言,例题丰富,类别特征清晰,富有自学参考书的特点,有利于学生自学

阅读理解。

本书分必修的基础部分与带“ * ”号的选修部分,选修部分可根据教学学时与专业需求选用。

本书可供高等工程专科及高等职业技术教育工程类各专业作教材使用,参考学时 150 ~ 170,也可作为自学专科数学知识以及自学数学软件 Mathematica 的应用的参考书。

本书第一章与第五章由重庆石油高等专科学校副教授徐彩霞编写,第三章由重庆石油高等专科学校副教授陈元玖编写,第二章由重庆师范学院副教授李开惠编写,第四章与第六章由重庆电子职业技术学院副教授余英编写,第七章、第八章及全书各章的数学软件应用演示与实验由重庆工业高等专科学校副教授陈明宝、讲师郭仿平与何兰编写。书由陈明宝担任主编,李开惠、余英、陈元玖担任副主编,重庆大学教授何良材担任主审。

本书属重庆市高职高专规划教材,尽管全体编者竭尽努力、但缺点错误仍然在所难免,恳请专家、读者批评指正。

编　者

2000 年 7 月

目 录

第1章

函数、极限与连续

极限概念是微积分学中重要的基本概念，特别是极限的思想和方法贯穿于微积分学始终．高等数学中的一系列重要概念（如导数、积分、级数等）的建立，主要问题的解决都借助于它，依赖于它．极限从静认识动，从近似认识精确，从有限认识无限，是整个高等数学的理论基础．本章将在复习函数概念等有关知识的基础上，讨论极限和连续的基本概念、性质及运算．

第一节　函　数

一、函数的概念

1．一元函数

定义 1-1　设有两个变量 x 和 y，如果当变量 x 在一定范围内任意取定一个值时，通过一定的法则 f，变量 y 总有确定的数值与 x 对应，则称 y 是 x 的一元函数．记作

$$y = f(x)$$

其中 x 称自变量，y 称因变量．

如果自变量 x 取某一数值 x_0 时，函数 y 具有确定的对应值 $f(x_0)$，那么就称函数 $y=f(x)$ 在 x_0 处有定义，所有使函数有定义的实数的集合叫做函数的定义域，通常用 D 表示．当 x 遍取定义域 D 中一切数时，与它对应的 y 值组成的数集称为函数的值域，通常用 M 表示．

如果对于每一个 $x \in D$，都有惟一的 $y \in M$ 与它对应，这种函数称为单值函数，否则称为多值函数．

在高等数学中，为了使有些问题的讨论方便起见，一元连续变量的变化范围通常用区间来表示．所谓区间，是指介于某两个实数之间的全体实数，而这两个实数叫做区间的端点，区间分为开区间、闭区间、半开半闭区间和无限区间，具体定义如下：

设 a 与 b 是两个实数，且 $a<b$，则满足不等式

$$a \leqslant x \leqslant b$$

的一切实数 x 叫做闭区间，记为 $[a,b]$；

满足不等式

$$a < x < b$$

的一切实数 x 叫做开区间,记为 (a,b);

满足不等式

$$a < x \leqslant b \quad 或 \quad a \leqslant x < b$$

的一切实数 x 叫做半开半闭区间,分别记为 $(a,b]$ 或 $[a,b)$.

以下区间称为无限区间:

表示不小于 a 的实数的全体,记作 $[a,+\infty)$;

表示小于 b 的实数的全体,记作 $(-\infty,b)$;

表示全体实数,记作 $(-\infty,+\infty)$.

需指出:其中 $+\infty$ 和 $-\infty$ 分别读作"正无穷大"和"负无穷大",它们仅仅是记号,而不是数.

在研究函数时,必须注意函数的定义域 D. 在考虑实际问题时,应根据问题的实际意义确定函数的定义域 D. 对于用解析式子表示的函数,它的定义域 D 是使解析式有意义的点的集合.

例 1-1 求下列函数的定义域 D.

(1) $y=\dfrac{1}{9-x^2}+\sqrt{x+3}$; (2) $y=\arcsin\dfrac{x+1}{2}$.

解 (1) 要使函数 $y=\dfrac{1}{9-x^2}+\sqrt{x+3}$ 有意义,必须 $9-x^2\neq 0$ 且 $x+3\geqslant 0$,即 $x\neq \pm 3$ 且 $x\geqslant -3$. 所以该函数的定义域 D 为 $(-3,3)\cup(3,+\infty)$.

(2) 要使函数 $y=\arcsin\dfrac{x+1}{2}$ 有意义,必须

$$-1\leqslant\frac{x+1}{2}\leqslant 1 \qquad 即 \qquad -3\leqslant x\leqslant 1$$

所以该函数的定义域 D 为 $[-3,1]$.

两个函数只有当它们的定义域和对应法则完全相同时,这两个函数才认为是相同的. 例如,函数 $y_1=x$ 与 $y_2=\sqrt{x^2}$ 它们的对应法则不同,所以它们是两个不同的函数. 函数 $y_1=\dfrac{x}{x}$ 与 $y_2=1$ 它们的定义域不同,所以它们也是两个不同的函数.

自变量 x 的函数通常记为 $y=f(x)$,这里记号"f"表示变量 y 与变量 x 之间的对应法则. 在同一个问题中,如果我们要对几个不同的函数进行讨论,为避免混淆,就要用不同的函数记号来表示,例如,$y_1=F(x)$,$y_2=\phi(x)$,$y_3=S(x)$ 等等.

当自变量 x 取某一个定值 x_0 时,对应的函数值用记号

$$f(x_0) \quad 或 \quad y\big|_{x=x_0}$$

表示.

例 1-2 设函数 $f(x)=x^2-3x+5$,求 $f(0)$,$f(1)$,$f(-2)$,$f(a)$.

解 $f(0)=0^2-3\times 0+5=5$;

$f(1)=1^2-3\times 1+5=3$;

$f(-2)=(-2)^2-3\times(-2)+5=15$;

$f(a)=a^2-3a+5$.

例 1-3 已知 $f(x)=\dfrac{1}{1-x}$，求证 $f\{f[f(x)]\}=x$.

证明 $f[f(x)]=\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{1-x}}=\dfrac{x-1}{x}=1-\dfrac{1}{x}$

$$f\{f[f(x)]\}=\frac{1}{1-(1-\frac{1}{x})}=\frac{1}{\frac{1}{x}}=x.$$

2. 多元函数

在一元函数定义中，如果将自变量个数增加到两个，则得下列二元函数的定义.

定义 1-2 设有变量 x、y 和 z. 如果当变量 x、y 在一定范围内任意取定一对值 (x,y) 时，按照一定的法则 f，总有确定的数值 z 与它们对应，则称 z 是 x、y 的二元函数. 记作

$$z=f(x,y)$$

例如，圆柱体的体积 V 和它的底半径 r、高 h 之间有关系

$$V=\pi r^2h$$

当半径 r、高 h 在一定范围 $(r>0,\ h>0)$ 内取定一对值时，体积 V 就有一个值与之对应. 所以圆柱体体积 V 是它的底半径 r、高 h 的二元函数.

类似地可以定义三元函数 $u=f(x,y,z)$.

例如，长方体体积 V 是它的长 a、宽 b 和高 c 的函数

$$V=abc$$

电流通过电阻时所作的功 p 是电阻 R、电流 I 和时间 t 的函数

$$p=I^2Rt$$

等等.

二元及二元以上的函数统称为多元函数.

类似于一元函数，二元函数 $z=f(x,y)$ 的定义域是使这个解析式有定义的自变量取值 $(x、y)$ 的全体所确定的集合，从几何意义上来讲就是平面上一个点集.

例如，二元函数 $Z=\ln(x+y)$ 的定义域为 $\{(x,y)\mid x+y>0\}$（如图 1-1 所示）. 又如，二元函数 $Z=\arcsin(x^2+y^2)$ 的定义域为 $\{(x,y)\mid x^2+y^2\leqslant 1\}$（如图 1-2 所示）.

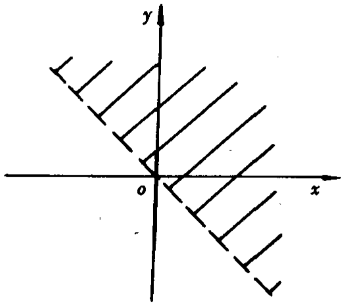


图 1-1

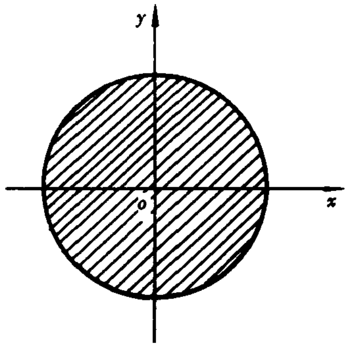


图 1-2

二元函数 $z=f(x,y)$ 的定义域称为平面区域。区域分为有界区域(如图 1-2 所示)和无界区域(如图 1-1 所示);开区域(不包括边界曲线)与闭区域(包括边界曲线).

3. 二元函数的几何意义

(1)空间直角坐标系

由空间定点 O 作三条互相垂直的数轴,分别称为 x 轴、y 轴、z 轴,O 称为原点,按右手系规定各轴正向(即以右手握住 z 轴,右手四指从 x 轴的正向以 $\frac{\pi}{2}$ 的角度转向 y 轴正向,则拇指所指的方向为 z 轴正向)。这样就建立了空间直角坐标系(如图 1-3 所示). 每两条坐标轴确定的平面称为坐标面,分别有 xy 坐标面,yz 坐标面与 xz 坐标面. 坐标面将空间分成八个卦限(如图 1-4 所示).

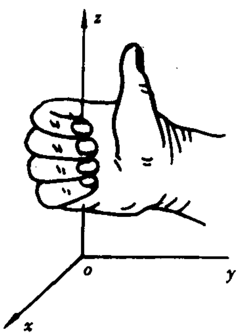


图 1-3

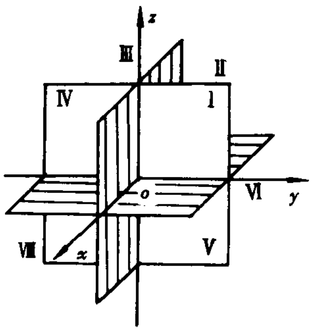


图 1-4

过空间一点 M,分别作垂直于三坐标轴的平面交三坐标轴分别为 P、Q、R 三点,且三点在三轴上的坐标分别为 x、y、z,则称点 M 的坐标为有序数组 (x,y,z),记为 $M(x,y,z)$(图 1-5 所示).

显然,原点的坐标为(0,0,0),坐标轴上的点至少有两个坐标为 0,坐标面上的点至少有一个坐标为 0.

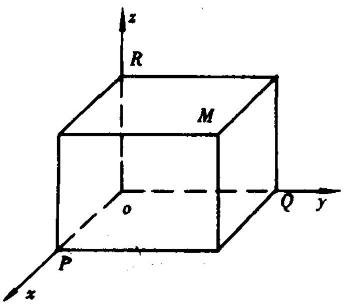


图 1-5

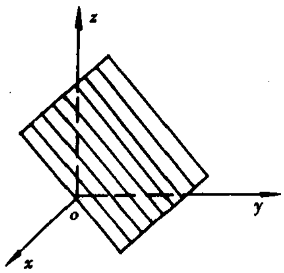


图 1-6

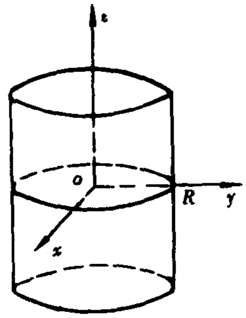
(2)空间曲面

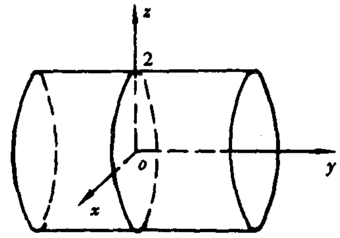
二元函数 $z=f(x,y)$(或 $F(x,y,z)=0$)在空间坐标系中的图形称为空间曲面.

称方程 $Ax+By+Cz+D=0$ 对应的空间曲面为平面(图 1-6 所示).

称不含变量 z 的方程 $f(x,y)=0$ 在空间坐标系中的图形为柱面. $f(x,y)$ 在 xy 坐标面上的曲线称为准线,柱面上平行于 z 轴的直线称为母线. 同理 $f(x,z)=0$ 是以 xz 坐标面上曲线 $f(x,z)=0$ 为准线,母线平行于 y 轴的柱面. $f(y,z)=0$ 表示母线平行于 x 轴的柱面.

例如，圆柱面 $x^2+y^2=R^2$（图 1-7 所示），椭圆柱面 $x^2+\frac{z^2}{4}=1$（图 1-8 所示），抛物柱面 $y=x^2$（图 1-9 所示）.





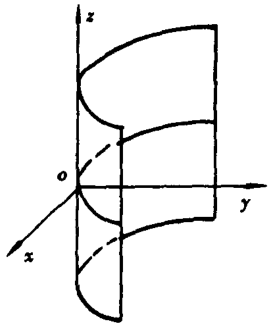


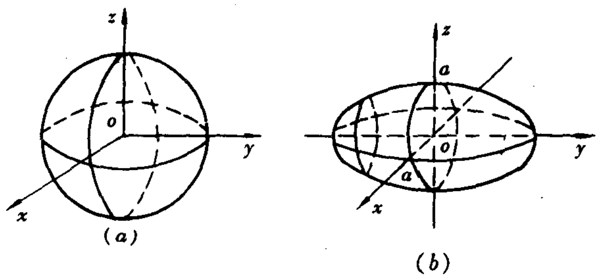
图 1-7　　　　图 1-8　　　　图 1-9

称 $x^2+y^2+z^2=0$ 是以原点（0，0，0）为球心，半径为 R 的球面（图 1-10（a）所示）. 一般 $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$ 是球心为（a,b,c）、半径为 R 的球面.

球面可以认为是平面上的圆绕一条直径旋转而生成的曲面. 称平面曲线绕一定直线旋转所形成的曲面为旋转曲面，定直线称为旋转轴.

平面曲线 $f(x,y)=0$ 绕 y 轴旋转所得曲面方程为 $f(\pm\sqrt{x^2+z^2},y)=0$ 即绕 y 轴旋转则 y 不变，将原曲线方程中的 x 换为 $\pm\sqrt{x^2+z^2}$ 则得出旋转曲面方程. 同理 $f(x,y)=0$ 绕 x 轴旋转所得的旋转曲面方程为 $f(x,\pm\sqrt{y^2+z^2})=0$，$f(y,z)=0$ 绕 y 轴旋转所得的旋转曲面方程为 $f(y,\pm\sqrt{x^2+z^2})=0$，$f(x,z)$ 绕 z 轴旋转所得的旋转曲面方程为 $f(\pm\sqrt{x^2+y^2},z)=0$ 等.

例如，椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 绕 y 轴旋转所得的旋转椭球面方程为 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{a^2}=1$（图 1-10（$b$）所示）抛物线 $z=ay^2$ 绕 z 轴旋转所得的旋转抛物面方程为 $z=a(x^2+y^2)$（图 1-11（a）所示）. 直线 $z=x$ 绕 z 轴旋转所得的曲面方程为 $z=\pm\sqrt{x^2+y^2}$ 称为锥面（图 1-11（b）所示）.



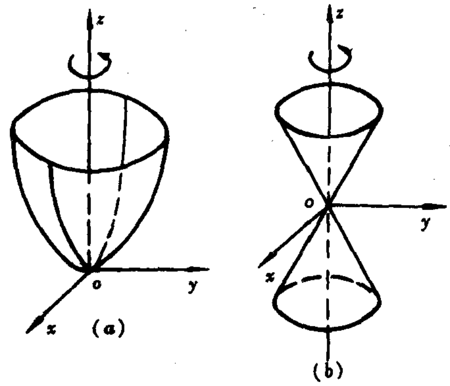


图 1-10　　　　图 1-11

一般地还有方程 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ 所表示的曲面称为椭球面（图 1-12 所示）.

方程 $z=\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}$ 所表示的曲面称为椭圆抛物面(图 1-13 所示).

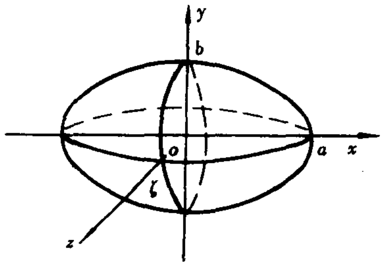


图 1-12

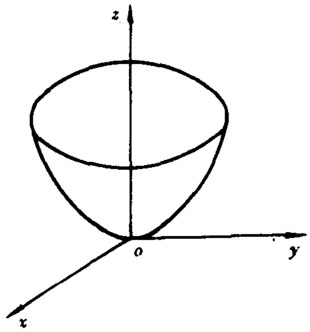


图 1-13

(3)空间曲线

空间两曲面的交线即为空间曲线. 即 $\begin{cases}F(x,y,z)=0\\G(x,y,z)=0\end{cases}$.

特别当两平面相交则为空间直线.

空间曲线有时也可以用参数方程 $\begin{cases}x=x(t)\\y=y(t)\\z=z(t)\end{cases}$ $\alpha\leqslant t\leqslant\beta$ 表示.

例如, $\begin{cases}x=1-t\\y=2+t\\z=3-2t\end{cases}$ 表示过点(1,2,3)的一条直线,称为直线的参数式方程,直线 $\begin{cases}x+y+z+2=0\\2x-y+3z+4=0\end{cases}$ 称为一般式方程.

(4)空间曲线在坐标面上的投影

设空间曲线的方程为 $\begin{cases}F_1(x,y,z)=0\\F_2(x,y,z)=0\end{cases}$ 消去 z,得 $G(x,y)=0$,而 $G(x,y)=0$ 是母线平行于 z 轴的柱面方程,它与 xy 坐标面的交线 $\begin{cases}G(x,y)=0\\z=0\end{cases}$ 就称为空间曲线 $\begin{cases}F_1(x,y,z)=0\\F_2(x,y,z)=0\end{cases}$ 在 xy 坐标面上的投影曲线.

同理曲线方程中消去 x 可得 $G(y,z)=0$,则曲线在 yz 坐标面上的投影曲线为 $\begin{cases}G(y,z)=0\\x=0\end{cases}$,在 xz 坐标面上的投影曲线则为 $\begin{cases}G(x,z)=0\\y=0\end{cases}$.

例如,曲线 Γ: $\begin{cases}z=x^2+y^2\\3x+5y-z=0\end{cases}$ 在 xy 坐标面上的投影曲线的方程为:消去 z 得 $x^2+y^2-3x-5y=0$.

则投影曲线方程为 $\begin{cases}x^2+y^2-3x-5y=0\\z=0\end{cases}$

即 xy 平面上的圆 $(x-\frac{3}{2})^2+(y-\frac{5}{2})^2=\frac{17}{2}$.