

科技史文集

第 16 辑

KEJISHI WENJI

天文学史专辑 (4)

- 试论我国古代年、月长度的测定(下)
- 西南少数民族的火把节和星回节
- 水族天文历法调查报告
- 就彝族八卦论彝族古历
- 回历介绍兼论格列高里历、天历及中国农历
- 阴山岩画与我国古代北方游牧人的天道观
- 从唐单于都护府城垣看我国古代城建天道观
- 《高厚蒙求》的蒙文摘译本初探
- 陈卓星官的历史嬗变
- 北宋的恒星观测及《宋皇祐星表》(下)
- 试论《墨经》中的宇宙论思想
- 第谷天文工作在中国的传播及影响
- 沈括浮漏的复原探索
- 赫罗图的建立及其在恒星演化理论发展中的作用
- 论夜光云与后汉黄气
- “日陨于地”的实质和它的科学意义

上海科学技术出版社

科技史文集

第16辑

天文学史专辑(4)

中国天文学史整理研究小组

上海科学技术出版社

科技史文集(16)

天文学史专辑(4)

中国天文学史整理研究小组编

上海科学技术出版社出版发行

(上海瑞金二路450号)

新华书店上海发行所经销 浙江诸暨报印刷厂印刷

江苏省句容排印厂排版

开本: 787×1092 1/16 印张: 13 字数: 303,000

1992年7月第1版 1992年7月第1次印刷

印数: 1—1,570

ISBN 7-5323-2201-7/N·46

定价: 8.10元

(沪)新登字108号

出版说明

《科技史文集》是供发表科技史研究成果、整理介绍有关文物史料、开展学术讨论和反映国内外对科技史研究动态的园地。

本文集是一种不定期连续出版的丛刊，根据内容分单学科的专辑和多学科的综合性文集两类，统一按出版顺序依次编号。多学科的综合性文集由中国科学院自然科学史研究所主编，各专辑则分别由各有关单位或有关编辑机构主编。本专辑收集本国作者的工作成果和著述，系由中国天文学史整理研究小组编辑并由薄树人同志主编。

欢迎从事和关心科技史研究工作的同志积极提供意见和建议，以使这项工作能更好地为加速实现我国科学技术现代化作出贡献。

上海科学技术出版社

目 录

试论我国古代年、月长度的测定(下)	陈美东(1)
西南少数民族的火把节和星回节	车一雄 陈宗祥(21)
水族天文历法调查报告	王连和(29)
就彝族八卦论彝族古历	王连和(36)
回历介绍兼论格列高里历、天历及中国农历	马以愚(43)
阴山岩画与我国古代北方游牧人的天道观	盖山林(51)
从唐单于都护府城垣看我国古代城建天道观	陆思贤(65)
《高厚蒙求》的蒙文摘译本初探	王 庆 陆思贤 李 迪(71)
陈卓星官的历史嬗变	陈美东(77)
北宋的恒星观测及《宋皇祐星表》(下)	潘 鼎 王德昌(92)
试论《墨经》中的宇宙论思想	陈 鹰(120)
第谷天文工作在中国的传播及影响	江晓原(127)
沈括浮漏的复原探索	伊世同(144)
赫罗图的建立及其在恒星演化理论发展中的作用	丁 蔚(151)
论夜光云与后汉黄气	庄天山(179)
“日陨于地”的实质和它的科学意义	庄天山(185)
编后记	(191)
英文摘要	(193)

试论我国古代年、月长度的测定(下)

陈美东

三、交食周期和交点年、交点月的测定

我国古代十分重视日、月食的预报与观测,长时期的观测与资料的积累,使人们逐渐发现:在经过一定的时间后,原先相继出现的交食,以一定的规律又相继出现,这就是所谓交食周期。我们知道,这是由于在经过一定时间后,太阳、月亮、地球三者又大致回到了原先的相对位置上的缘故。由于交食周期的确定对于交食预报是至关重要的,我国古代历法工作者对之进行了十分认真仔细的研究,取得了十分丰硕的成果。

各历法所给交食周期的形式与名称,大抵可以分为如下二类:

(i) 若干个朔望月(称朔望之会、月数、会月、会通和复月等)有若干次食季(称食法、会率、会数等)或若干个朔望月有若干个交点年(称朔望合数、会数等)。其中,交点年个数为食季次数的一半;

(ii) 若干个交点月(交数)有若干个交点年(称交率、交差等)。

隋刘焯的皇极历以前的历法,用(i)类形式与名称,皇极历以后各历均用第(ii)类。

由此,我们可以给出如下两个推求交点年长度的公式:

$$\text{交点年长度} = \frac{\text{朔望月个数}}{\text{交点年个数}} \times \text{朔望月长度} \cdots \cdots (2)$$

$$\text{交点年长度} = \frac{\text{交点月个数}}{\text{交点年个数}} \times \text{交点月长度} \cdots \cdots (3)$$

从数学意义上考察,上述两类形式分别是探求朔望月和交点年长度以及交点月和交点年长度之间公倍数的问题。由于它们两者之间均没有简单的倍数关系,所以历代所给的交食周期只能是近似值,其区别在于近似的程度各不相同。由式(2)、(3)可知,交点年长度的确定同交食周期有密切的关系,下面我们先来讨论各历所用交食周期的演变与发展的情况。

交食周期的记载首见于《史记·天官书》:“月食始日,五月者六,六月者五,五月复六,六月者一,而五月者五。凡百一十三月而复始”。这段文字显然有脱误,致使前后矛盾,我们尚难依此断定司马迁所说的交食周期的数据,但它明确地表达了人们关于交食周期的认识,反映了人们探索交食周期的初始情况。

在《汉书·律历志》所载三统历中,有关于交食周期的明确记载,其值为135个朔望月23次食季,这也就是太初历所用的数据。东汉四分历“因太初法”,但以此法“推月食多失”,太初法实只用了五年,到和帝永元二年(公元90年),行宗绀所上新食法,可惜未留下该法的数值,但它比旧法为密定无疑问。该法前后沿用了约60年,又日见疏阔,于是各家争上新法,出现了东汉末年关于交食周期激烈争论的局面。以宗绀和冯恂两家的争论为例,前者明用

太初旧法,实际上又对之加了某一修正值;而后者则提出了 5640 个朔望月 961 次交食的新周期。诏令两家各据己术推验月食,但因灵帝光和二年(公元 179 年)“三月、五月皆阴”,不能判别优劣,两家各持成见,争论不已。其后又“事下永安台覆实,皆不如恂、诚等言”,于是交食周期的确定成为悬案,只好权用宗诚法,以待能者。在这场论争中关键的重要人物是刘洪,在诚、恂之争中,他采取了实事求是的态度,指出要“以见食为比”,“后有效验,乃行其法,以算术数,以顺改易”、刘洪并把这些主张付诸实践,经 20 多年“详案注记”、“效验虚实”^[9]的认真努力,终于在他的乾象历中提出了新周期,达到了较高的准确度。

这里我们还要顺便指出:古代巴比伦人对于交食周期的研究曾取得重要的成果,早在公元前七世纪,他们就得到了 223 个朔望月 38 次食季的所谓沙罗周期,相形之下,我国古代这方面的研究要晚得多,而且太初历所用交食周期的精度也比沙罗周期要差,所以总的说来是起步晚,起点低。但到东汉末年,由于人们采取了认真研究古代交食记录并不断接受实践检验的正确方法,伴随着一场激烈的论争,造成了交食周期研究的飞跃进步的形势。实际上用冯恂提出的周期推算得的交点年长度值的误差已较沙罗周期为小,正如刘洪所说的“恂久在候部,详心善意,能撰仪度,定立术数,推前校往,亦与见食相应”^[10]。虽然冯恂法尚不很理想,但是辛勤的工作和认真的研究,毕竟使他成为在这一领域内超过当时世界先进水平的第一人。自此以后,我国古代历法工作者沿着已经开辟的正确道路上继续前进,把交食周期的研究工作提高到新的水平,长期内居于世界先进的地位。

如表三所示,自刘洪以后各历法所用交食周期值可谓佳果累累,我们不拟对之一一加以评述,仅想指出以下数端:

(i) 何承天法是自刘洪以来所用的在同一精度范围内的最简要的交食周期值,这是人们的研究取得进步的标志;

(ii) 虽然张龙祥法的具体数据未留传下来,但从其给出的交点年长度的精度看,他显然是采用了我国古代最好的交食周期之一¹⁾。

(iii) 唐代郭献之的五纪历明确记载了使用 777 个交点月 61 个交点年的交食周期,它与十九世纪末美国天文学家纽康(Newcomb)所用的交食周期是等价的,即为纽康周期的两倍。又考虑到五纪历所用天文常数皆多因袭麟德历,特别是它们推求交点月的数据完全相同,所以,我们认为郭献之的交食周期实际上只是袭用了李淳风法。我们还要指出的是,该周期在我国古代历法中多次被采用,如唐代徐承嗣的正元历和南宋刘孝荣的淳熙历所用的就是这一周期,而北宋皇居卿的观天历所用则为该周期的三倍。这就是说为人们所推崇的纽康周期,实际上早为我国古代历法家所应用和重视。

(iv) 郭献之等人周期的优点在于它的简明性和较高的准确性,若单从交食周期所达到的精度考察,如表三所示,有不少历法均优于它。特别是唐边冈的崇玄历和宋姚舜辅的纪元历的交食周期,不论是在推算交点年长度时所达到的精度,还是经一个交食周期后所达到的精度都超过郭献之等人的交食周期值。而姚舜辅法则是我国古代最佳交食周期。若以 1980 年为例,依姚舜辅法计算交点年长度与理论值的误差仅 18 秒,而依郭献之等人的交食周期(即纽康周期)计算则有 111 秒的误差。所以,如果我们今天采用姚舜辅周期,也仍是可取的。

1) 朱文鑫在《历法通考》中认为张龙祥“正光历推交会,仍依三统历一百三十五月二十三交之法”。显然他是由《魏书·律历志》所载正光历木文中“会数及余”项下的历注,作出这一结论的。若依历注之意推算,会数余应为 24864 有奇,而术文却赫然写着 23208。所以是历注者误解了术文的原意,而朱文鑫却以此为据,导致了错误的结论。

(v) 从历史年代上看,南北朝时期人们对交食周期的研究是十分活跃的,经隋及唐,人们更孜孜以求,造成了这一研究领域不断推陈出新、精益求精的可喜局面,从而在交食周期探索史上写下了极重要的一章。与之相比较,入宋以后,虽也出现如姚舜辅这样的人物,但总的说来是相对显得逊色,大多数历家或者沿用前人的周期,或者仅追求周期的简明性而忽视了必要的准确性。如史序所用的数值是除王充周期外最疏阔的交食周期;又如杨忠辅法是同沙罗周期等价的,它固然简明,但却成了冯恂、刘洪以来历法中最差的交食周期之一。

至于各历法是如何求得各自的交食周期的?我们认为历代丰富而准确的日、月食记录,为历法家准备了可靠的推求交食周期的资料,认真地分析和研究这些史料,就不难得到比较准确的交食周期值。但由于各家对交食史料的取舍以及掌握史料的详略程度各不相同,所以给出了不尽相同的交食周期值。现试对留存至今的公元1年到1105年我国日食记录作一分析,看看姚舜辅所给交食周期的由来。

下面我们先列出十二项日食记录:

- (1) 汉光武帝建武三十一年五月癸酉晦(公元55年7月3日),日有蚀之,在柳五度^[11]。
- (2) 晋哀帝隆和元年十二月戊午朔(公元363年1月2日),日有蚀之^[12]。
- (3) 唐高宗咸亨元年六月壬寅朔(公元670年6月23日),日有食之,在东井十八度^[13]。
- (4) 宋太宗太平兴国二年十一月丁亥朔(公元977年12月13日),日有食之,既^[14]。
- (5) 汉明帝永平三年秋八月壬申晦(公元60年10月13日),日有蚀之,在氐二度^[11]。
- (6) 晋海西公太和三年春三月丁巳朔(公元368年4月4日),日有食之^[15]。
- (7) 唐高宗上元二年九月壬寅朔(公元675年9月25日),日蚀^[16]。
- (8) 辽圣宗统和元年春二月朔(公元983年3月18日),日食^[17]。
- (9) 汉安帝元初六年十二月戊午朔(公元120年1月18日),日有蚀之,几尽,地如昏状,在须女十一度^[11]。
- (10) 宋文帝元嘉四年六月癸卯朔(公元427年7月10日),日有蚀之^[18]。
- (11) 唐玄宗开元二十二年十二月戊子朔(公元734年12月30日),日有食之,在南斗二十三度^[13]。
- (12) 宋仁宗庆历二年六月癸酉朔(公元1042年6月21日),日有食之^[14]。

这些记录可分为三组:(1)至(4)、(5)至(8)和(9)至(12),经简单的计算,我们不难发现:每一组的相邻两项日食记录之间的时间间隔均为3803个朔望月;这就是说每经3803个朔望月,日食现象将要重复出现。上面举的是三组连续四次按该周期出现日食的例子。综观这一时期内留存的约580次日食记录^[19],就有约160次可以由这一周期的简单累加推出。我们相信姚舜辅当年所掌握的日食记录比我们今天所知道的要多,所以他所得到的符合该周期的结果的比率比较高,这大概就是他在纪元历中所采用的交食周期的主要依据。

以上关于交食周期准确度的判定,我们主要是依据由某一历法的交食周期、朔望月或交点月长度值,代入式(2)或式(3)而推得的交点年长度,或某些历法直接给出的半个交点年长度值同理论值偏离的大小作出的。所以上述对于交食周期演变与发展情况的评述,亦即对我国古代交点年长度测定状况及其精度的评述¹⁾。各历交点年长度值及其误差亦列于表三中。

1) 朱文鑫在《历法通考》中,认为交点年的今测值为345.62日,这个错误实在是太大了。依此,他对我国古代交食周期及交点年长度测定的一系列问题,作了十分错误的评介,这是令人遗憾的。

这里还有一个古人是否确实使用了式(2)和式(3)的问题,需稍加讨论。“率二十三食而复既,其月百三十五,率之相除,得五月二十三之二十而一食”^[9],讲的就是一交点年长度的一半——“一食”等于 $\frac{135}{23} = 5\frac{20}{23}$ 个朔望月,这说明人们确实早就使用了式(2)所示的算法。又据《晋书·律历志》所载皇极历中,给出了半个交点年的长度值,而我们将皇极历的交数、交率值和交点月长度值代入式(3),所得交点年长度值正与该值密合,这则证明了式(3)的可靠性(自皇极历以后各历法均仅给出交数与交率值,所以它们的交点年长度值应用该式进行计算)。

下面,我们转而讨论交点月长度测定的问题。交点月概念的提出,最早见于刘洪的乾象历,该历有所谓月行阴阳术,其中与交点月有关的关键术文是:“通数(31)乘会数余(48)如会数(47)而一,退分($\frac{48 \times 31}{47}$)也。从以月周(7874),为日进分($\frac{48 \times 31}{47} + 7874$)。会数乘之通数而一,为差率($\frac{7874 \times 47}{31} + 48$)”^[4,10]。这里“退分”是指一日内交点退行的分值,“月周”即一日内月亮平行分,于是“日进分”就是一日内月亮离开交点的分值;又考虑到乾象历一度=589分,一会岁(一个交食周期所含回归年个数)=893,则一日内月亮离开交点的度值为 $\frac{\text{日进分}}{589}$,此亦即一年内月亮离开交点的周数;进一步又可推得一交食周期内月亮离开交点的周数为 $\frac{\text{日进分} \times 893}{589} = \frac{7874 \times 47}{31} + 48$,此即“差率”,亦即一交食周期内交点月的个数。而它又等于会月(11045)与朔望合数(941)之和。

由如上分析可知:其一,刘洪不但明确指出了交点西退的问题,而且给出了交点西退的定量数值;其二,刘洪明确地阐述了在一个交食周期内,交点月个数、朔望月个数和交点年个数之间的数量关系:

$$\text{交点月个数} = \text{朔望月个数} + \text{交点年个数}^{1)} \dots\dots\dots (4)$$

这样,刘洪实际上也就提出了交点月长度计算的方法:

$$\text{交点月长度} = \frac{\text{朔望月个数}}{\text{交点月个数}} \times \text{朔望月长度} \dots\dots\dots (5)$$

当然,交点月长度也可以由下式推求:

$$\text{交点月长度} = \frac{\text{周天分}}{\text{日进分}} = \frac{\text{周天度}}{\text{日进度}} \dots\dots\dots (6)$$

对于乾象历而言, $\frac{\text{周天分}}{\text{纪法}}$ 为周天度, $\frac{\text{差率}}{\text{会岁}}$ 为日进度;又,周天分=通法 $\times 5$,纪法=19 $\times 31$,会岁=19 $\times 47$,把这些代入式(6),可得:交点月长度= $\frac{235 \times \text{通法}}{31 \times \text{差率}}$,再虑及会月=235 $\times 47$,朔望月长度= $\frac{\text{通法}}{\text{日法}}$,而日法=31 $\times 47$,于是,该式又可以化为: $\frac{\text{会月}}{\text{差率}} \times \text{朔望月长度}$,即它与式(5)是等同的。

所以,尽管刘洪并没有进行交点月长度的具体计算,但我们可以依据式(5)或式(6)求得

1) 在刘洪的皇极历中,既给出了复月(5458),又给出了交数(5923)和交率(465),则交数=复月+交率。这说明式(4)确为我国古代历法家普遍接受。

该值,同样,对于景初历,三纪甲子元历、元嘉历和武平等历法,我们也据式(5)进行了计算。

在祖冲之的大明历中第一次明确给出了交点月长度值。可惜它并未指出具体的推求方法,而仅仅给出“会周”与“通法”两值,两者相除即为交点月长度值,在祖冲之以后的大多数历法中,交点月长度值亦均以同祖冲之类似的方式给出。这种情况似乎说明到祖冲之的时代,交点月长度的计算方法已为人们所熟知了,所以无需在历法中赘言。

当利用式(5)对张宾开皇历以后各历法的交点月长度值进行计算时,我们发现所得结果均与各历法所给的数值不相符合。如对开皇历依式(5)算得 27.2122233 日,历法所给值为 27.2122232 日;大衍历分别为 27.2122142 和 27.2122145 日;纪元历分别为 27.2122203 和 27.2122206 日;会元历分别为 27.2122277 和 27.2122278 日,等等。其中微小的差异不能用计算的误差加以解释,对于这种情况,我们认为式(5)在确定交点月长度时只起一个参考的作用。又如,对仪天历依式(5)算得交点月长度为 27.2114375 日,历法所给值为 27.2122008 日;统天历分别为 27.2121433 和 27.2122500 日,其差异甚大(注意:凡历法所给的交食周期的精度较差时,均属这种情形),这就显然不是用式(5)推求交点月长度值的。

我们认为,刘洪在乾象历中关于交点月概念的阐述应为后世历家所遵循。问题在于,刘洪的“退分”值是简单地由交食周期直接推衍而来的,这时式(5)和式(6)是相价的,而后世的大多数历家则不是这样,他们进行了退分值的具体测量,即由观测或由历史记录推算得某两次月食的时间间隔与月所在宿度差,而后进一步算得退分值,再依式(6)计算交点月的长度值。交食周期只起一个参照的作用或者根本不加应用。

由表三,我们可以看到,我国古代交点月长度测定的精度在诸种年、月长度的测量之中是最高的。虽然祖冲之才第一次明确给出该值,但在他之前,人们已经至少进行了二百余年的研究与探索,并且已经达到了相当高的准确度,祖冲之值的精度仅仅保持了自那一个时期以来已经达到的水平。而在开皇历以后大多数历法交点月长度的绝对值误差均在 0.5 秒以下,都达到了很高的精度,这大概正同人们不断地进行退分值的实际测算有关。

四、岁差和恒星年的测定

关于我国古代岁差的发现及其测定,近年已有专文论及^[20],我们基本上同意该文的意见,所以本文不拟作详细的阐述,主要就该文未述及者加以补充说明。

我国古代最早提出岁差概念并给出岁差值的是晋代的虞喜,继之给出新的岁差值的是何承天。从本质上看,两人的基本思想是一致的,都是测定尧以来某特定恒星赤道宿度的变化,再以距年数除之,而得岁差值。只是两者测量某特定恒星赤道宿度变化量的方法有所不同:前者是以尧时昴星在冬至日昏旦时中天为前提,再测量当时冬至日昏旦时昴星与子午方位的偏离度值;后者是以尧时火、虚两星分别在夏至与秋分日昏旦时中天为前提,再分别测定当时火、虚两星昏旦中天时的时日,进而分别求出这两时日与当时所定夏至与秋分日之间的时间差,考虑到太阳每日在恒星间东移一度,于是该时间差亦即当时夏至与秋分两日火、虚两星在昏旦时与子午方位的度差。

既然两人的基本思想一致,但所得结果却有如此巨大的差异,一为五十年差一度,一为百年差一度,其原因何在?我们认为主要有以下五点:(i)“尧时”究竟为何年,这在年代学

上即为一悬案,虞喜与何承天相距百余年,但两人都说距尧以来二千七百余年,便可知其数难真;(ii)尧典四仲中星是否就是尧时的天象,亦属疑问,而且四仲中星是否是同一时期的天象,也仍存疑,这样两法的前提的准确性均存问题;(iii)冬至日(或夏至、秋分日)日期与时刻的测定存在着不同程度的误差;(iv)所谓昏旦时刻的确定存在较大的困难;(v)测量某恒星中天时存在不同程度的误差,等等。虽然他们的方法存在这些重大的缺欠,但其优点在于年距相当大,这就相对减小了这些缺欠的影响,而使两人的岁差值均达到一定的精度,实际上已经超过了当时西方所给的岁差值的精度。

在进行这一比较时,还必须指出的是:我国古代的岁差值是由冬至点(或夏至、秋分点)赤道宿度的变化量计算而得的,所以,所给岁差系赤道岁差值,而西方当时所用岁差值系公元前二世纪希腊天文学家喜帕恰斯(Hipparchus)所给定的黄道岁差,为百年差 1° ,其赤道岁差则应为109余年差 1° ,此 1° 是就 360° 制而言的,若化为 $365\frac{1}{4}$ 度制,则为107余年差一度。又,我们知道赤道岁差的理论值是随时间而变化的,经计算知,自公元前二世纪到公元十三世纪,依 $365\frac{1}{4}$ 度制而言,赤道岁差的理论值应在78年到77.2年差一度之间变动。所以,就绝对值误差进行比较,虞喜值已略优于喜帕恰斯值,而何承天值又较虞喜值为优。

继何承天之后,祖冲之继承并发展了虞喜法,使我国古代岁差值的测定法臻于成熟。据《宋书·律历志》记载,他不但利用了尧典的记载,而且考虑了他所认定的颛顼历和太初历冬至日所在宿度及东汉初年和后秦姜岌实测而得的冬至点位置,兼顾及他本人“参以中星,课以蚀望”而得的当时冬至点位置,然后“通而计之”,得到新岁差值。祖冲之法的长处是利用了更多的历史资料于岁差值的推算,这对精度的提高无疑是有益的。该法为后世所沿用,成为我国古代岁差值推算的最基本方法。

应该说祖冲之推求岁差值的思想方法以及具体的测量方法(他使用了姜岌发明的由月食冲检日所在宿度的方法)都是先进的,但他所得的结果却是我国古代岁差值中最粗疏者之一。从《宋书·律历志》的有关记载,我们发现其原因有以下几点:(i)祖冲之认为“秦历,冬至日在牵牛六度”,又认为“太初历,冬至日在牛初”,而这2个判断都是错误的。我们知道,前者应为春秋以前的天象,而后者应是战国时期的天象,这样,祖冲之据以计算岁差的年距偏小了数百年之巨;(ii)祖冲之虽用了姜岌法,但所得结果却有较大的误差(其因不明),这样,他据以计算岁差的冬至点宿度变化量偏大了数度之值;(iii)对尧典中星的估计存在虞喜所遇到的同样问题。当然,我们不会因为探索者的种种失误而否定他的功绩。其实,祖冲之的功绩还在于,在他的大明历中第一次引进了岁差的概念,这在我国古代历法史上是一重大的事件。

在南北朝时期,对岁差值进行深入的研究者不乏其人¹⁾,这里还要提到的是刘焯的工作。刘焯提出了黄道岁差的概念^[20],可惜未为后人所重视。而且,我们认为他取得新岁差值的方法也多为他的后人所曲解,这更令人遗憾。据《新唐书·历志》等记载,刘焯仿佛只是取虞喜和何承天“两家中数为七十五年”差一度。但依皇极历所给“周差”(即岁差)值计算,

1) 据沈括《梦溪笔谈》卷七第十一则载,北齐的张子信也曾进行过这方面的研究,可惜结果未传留下来。李约瑟在《中国科学技术史》第三卷天学中,依沈括这段记载,认为张子信得到了“岁差每80年差一度”的结果,显然是误解了该记载的原意。

刘焯所取岁差值实际上是 76.53 年差一度,所以,刘焯决非简单地取两家的平均值了事,而是经过了一番认真的测算过程的,这一点要特别予以指明。

《新唐书·历志》中的“大衍历议·日度议”,是我国古代岁差值测定的专门论文,其中十分详尽地收集和考订了与确定岁差值有关的史料,是对中唐以前这一研究工作的一次大总结。确实下了一番“考古史及日官候簿”及实测的苦功夫,得到了“以通法之三十九太为一岁之差”,即 76.84 年差一度的结果。这里要顺便指出的问题是:在大衍历术文中,所用岁差值却是“三十六太”,历议与历术互异,是否可用历议之数传抄讹误来解释,尚有待进一步的证明。

在西方,喜帕恰斯值一直沿用到公元十世纪,所以从总体上看,自虞喜以来,我国古代所取的岁差值的精度长期内一直居于领先的地位。到公元十世纪,伊本·阿拉姆(Ibn-al-A'lam)提出了新的黄道岁差值——70 年差 1° (若依 $365\frac{1}{4}$ 度制,其赤道岁差即为 75.35 年差一度),这个数据的精度曾一度超过了同时代我国历法所用的岁差值。但在其后不久,我国古代对岁差值的测定取得了新的进展,周琮的明天历(77.57 年差一度)、皇居卿的观天历(77.83 年差一度)和陈得一的统元历(77.98 年差一度)把我国古代这项研究工作推向了高峰,这使伊本·阿拉姆值略见逊色。

自陈得一以后各历法的岁差值精度稍有下降,其中尤其以统天和授时两历法为甚。据《元史·历志》载:“宋庆元间,改统天历,取大衍岁差率八十二年及开元所距之差五十五年,折取其中,得六十七年,为日却行一度之差”,而授时历又沿用了该值,显然这种求取岁差值的方法失之粗略,这就难怪其疏阔了。但杨忠辅和郭守敬在岁差问题上的认识还是有重大贡献的,已如第一节所述,他们提出了回归年长度古大今小的问题,他们又认为周天度是不变的,于是岁差值则有一个古小今大的问题,这在岁差值的认识史上是有很重大意义的。

岁差的测定与恒星年长度的测定有着密切的关系,上面已经提及祖冲之首先在历法中引进了岁差的概念,也就是他第一次明确给出了恒星年的长度值,他实际上建立了为后世历法广泛使用的如下关系式:

$$\text{恒星年长度} = \text{回归年长度} + \text{赤道岁差值}$$

严格地说上式同我们现今所理解的恒星年长度的概念是不一样的,我们今天所说的恒星年长度应为回归年长度与黄道岁差值之和,所以严格说来,我们古代历法中所给的这类数值只能叫做准恒星年长度值。但由于我国古代普遍地把该值认定为天行一周所需的日数。所以我们还是把它当作各历法所给的恒星年长度看待。有关历法的岁差值和恒星年长度值列于表四中¹⁾。

五、调日法及其应用

我国古代历法中的许多天文常数都是以分数的形式表示的,它们是依据上已论及的一定的测算方法所得值的基础上,再经由小数值到分数值的数学变换而确定下来的。那么,人

1) 在何妙福文中,已给出了类似的表格,该表由恒星年长度和回归年长度之差反推得岁差值,其实大多数历法均明确给有岁差值,可依之直接进行计算,又该表仅计算小数后第四位,这不足以反映各历所达到的精度,且该表所给数据尚有欠妥之处,所以我们重新加以计算,并列表以资比较。

们是应用什么方式实现这种变换的呢?

东汉顺帝汉安 2 年,太史令虞恭、治历宗祈等议:“建历之本,必先立元,元正然后定日法,法定然后度周天以定分至。三者有程,则历可成也”^[10],这个原则为后世各历法长期遵循。这里所谓“日法”即是以分数表示的朔望月长度的分母,在确定了朔望月长度的分数值以后,再乘以章月,除以章岁,就可得回归年长度的分数值,即所谓“法定然后度周天”。在李淳风麟德历以后各历法之天文常数的统一分母的求得,亦仍以朔望月长度的变换为出发点。所以确定日法(或推法、通法、统法、元法等)是实现上述变换的关键。

周琮指出:“宋世何承天更以四十九分之二十六为强率,十七分之九为弱率,于强弱之际求日法。承天日法七百五十二,得一十五强,一弱。自后治历者,莫不因承天法,累强弱之数”^[15],这就是著名的调日法的明确记载。李锐依此对各历法的强弱之数进行了详尽的推考^[21]。我们认为,他实际上是依据如下算式进行推算的:

$$\begin{aligned} &\text{求解方程} \quad \begin{cases} mA + nC = E \\ mB + nD = F \end{cases} \\ &\text{得:} \quad \left. \begin{aligned} m &= \frac{E - Cn}{A} \\ n &= \frac{AF - BE}{AD - BC} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

其中 A、B 分别为强率的分子和分母;C、D 分别为弱率的分子和分母;m、n 分别为强率和弱率的个数;E 为各历法据以计算朔望月长度的余数(朔余)的分子;F 为日法。

李锐得到的结论是:“凡合者 35 家,不合者 16 家”^[21]。他认为“不合”者分有三种不同的情况^[21]:一是“朔余强于强率”者;二是“朔余之下增之秒数”者;三是“日法积分太多”者。我们认为只有第一种情况才能说是真正的不合;第二种情况应是在使用调日法求得 E、F 值后, $\frac{E}{F}$ 仍与经测算所得朔余值稍有差异,于是增立秒数令其更好地吻合的一种方法,所以也应被认为是合率的;对于第三种情况则更难说他们不合,李锐自己也没有说出一个统一的标准来,即日法积分多少才算太多,他一会儿认为日法大于二万即为太多,一会儿又认为日法为 39000 的也算合率(如对周琮的明天历、刘孝荣的会元历等等),既然并无统一的标准,我们认为日法积分的多少不应作为判定合或不合的理由。我们对各历日法的强弱之数依式(7)进行了计算,列于表一之中。由推算知,在何承天以前各历法的日法,亦大都合率,那么,周琮关于调日法为何承天所创的说法是否可靠是值得怀疑的,但我们还缺乏进一步的论据,这个问题只得暂且存疑。不过,有一点是清楚的:刘洪以后到何承天以前各历法决非周琮所说的是“率意加减,以造日法”^[15],从这一时期各历朔望月长度的长足进步的情况看,其日法的确定必是经过一定的方法精心选择的,并不是任意加减所能解释。

近点月长度分数值的求得,也与调日法有关,这有明确的记载可查。周琮就指出:“旧历课转分,以九分之五为强率,一百一分之五十六为弱率,乃于强弱之际而求秒焉”^[15]。由此,我们也可以依式(7)求得各历法近点月长度余数的分数值的强、弱率个数,此中,E 为周日日余(或历余、转终日余等),F 为日法(或周法、终法、历法等),计算结果列于表二,其中长度值小于弱率者,为不合率。(参阅本文的上部载于科技史文集 10 集),这里也有几个问题要指出:(i)张宾开皇历及以前各历(祖冲之大明历除外),用以求近点月长度的日法与求朔望月

长度者相同,这可能因这时近点月长度的测算值尚不甚准确,人们为简便起见,而取相同的日法;(ii)到隋唐之际,人们发现用同一的日法,不足以准确地表达近点月长度的测算值,遂有大业、皇极和戊寅三种历法分别立法的情况发生;(iii)李淳风以后各历法,由于已用共同的分母之故,E值实际上还可由该分母乘以实际测算值的小数部分而得。如此看来,周琮所说调日法在求近点月长度分数值中的应用,至少在隋唐之际曾被独立使用过,而在其他时期,它只是推求近点月长度分数值的方法之一。

深入考察历法中其他一些天文常数,我们也可以看到应用调日法的问题。如关于交食周期,似亦可由调日法求得,其所用强、弱率虽未见记载,但经研究¹⁾其强率应为 $\frac{47}{4}$,弱率为 $\frac{41}{3.5}$ 。又,已知各历法交食周期的交点年个数(E)和朔望月个数(F),同样可以由式(7)求得各历法交食周期的强、弱率个数,计算结果列于表三中。

我们再来考察各历法的闰法的问题。朱文鑫对李淳风以前各历法的闰法进行了研究,他发现了“元始以来章法,不过增损旧章,而加十一年及四闰”^[8]的规律。这一规律可以这样来表述:在第一节中,我们已经述及赵歆提出新闻周的方法,而据《魏书·律历志》所载,正光历“章闰”下注曰:“五百五年闰月之数,其中减旧十九分之一”;兴和历“章岁”下注曰:“二十九章十一年减闰余一”,察其用意均与赵歆相同。又遍考赵歆以后各历的闰法,其章岁均等于 $n \times 19 + 11$, (n为正整数),这样,章闰若以旧闰法(十九年七闰)计算则应为 $\frac{(n \times 19 + 11) \times 7}{19} = n \times 7 + 4\frac{1}{19}$,而各历均以该值减 $\frac{1}{19}$ 为其新章闰,即等于 $n \times 7 + 4$,这也就是“加十一年及四闰”或“减闰余十九分之一”的原委。我们又认为,这实际上也是个调日法的具体应用的问题,即以 $\frac{7}{19}$ 为强率,以 $\frac{4}{11}$ 为弱率,这样在已知各历闰法的章岁(E)和章月(F)的情况下,依式(7),亦可求得各历闰法的强、弱率个数(见表一)。

至于各历法中的交点月长度的分数部分,是否也可以调日法推求的问题,我们不妨作以下的推测:设其强率为 $\frac{3}{14}$,弱率为 $\frac{4}{19}$,这样在已知交终日余(或交策余、交食日余等)——E,日法(或通法、元法等)——F的情况下,我们也可以依式(7)推得m、n值。虽然,在推求交点月长度值时,调日法的实用意义并不大,但这也不妨是一种可以应用的方法。

由以上讨论,我们知道调日法在我国古代历法中确有十分广泛的应用,它很好地解决了由小数值到分数值的变换的问题,而且又提供了一种寻求有关数值的近似值的一种较好的数字方法。

六、结 语

我国古代对年、月长度的测定工作取得过十分重大的成就,它在人类认识各不同的年、月概念及其长度,进而也是认识日、月运动规律的历史上,写下了光辉的一页。

1) 中国天文学史整理研究小组:《中国天文学史》第六章“日食和月食”中,给出了交点年和朔望月个数的比值公式(为同本文所用符号一致),该公式可改写为: $\frac{E}{F} = \frac{47m + 41n}{4m + 3.5n}$, 以此与本文上述方程式的比值相比较,则知 $\frac{A}{B} = \frac{47}{4}$, $\frac{C}{D} = \frac{41}{3.5}$, 即分别为强、弱率之值。

早在春秋末年(公元前五世纪),在回归年长度和朔望月长度的认识上,人们就取得了十分重要的成果。而从东汉末年的刘洪到刘宋的祖冲之(公元三世纪初到五世纪中),我国古代各年、月的概念均已具备,相应的测算方法均已成熟,测算值的精确度已达到这样的水平(以下均就与理论值的绝对值误差而言):朔望月长度1秒,交点月长度1~2秒,恒星月长度5秒,近点月长度6秒,回归年和交点年长度均为300余秒,恒星年长度值刚刚为祖冲之引进,误差700余秒。这些都为后世的进一步发展打下了坚实的基础,这是一个奠基的时代。隋唐时期(公元六世纪末到九世纪末),测算的精度有了很明显的提高,除朔望月长度的精度保持在原有水平以外,交点月已达0.5秒,恒星月从这一时期前期的2~3秒降到后期的0.5秒,近点月1.5秒,回归年200余秒,交点年约100秒,恒星年从前期的100余秒降到后期的数秒至数十秒间。这是我国古代年、月长度测算精度长足进步的时期,从总的说来已经达到了我国古代年、月长度测算的高度水平。宋元时期,近点月、交点年与恒星年长度的精度反倒有下降的趋势,但其间从周琮中经姚舜辅到赵知微(公元十一、二世纪)的一百余年间,朔望月(0.5秒)、交点月(0.3秒)和回归年(120秒左右)长度的精度有新的提高,岁差值的测定也有较大的进步;而自杨忠辅到郭守敬(约公元十三世纪)的工作,虽然大部分年、月长度值的测算并无什么进展,但在回归年长度的测定上却有了较大的进步。

如果我们把各年、月长度所达的精度作一比较,我们发现其高低顺次大致为:交点月最密,朔望月次之,再次是恒星月、近点月、恒星年、回归年和交点年。此中,妨碍回归年长度测算精度提高的原因,除了圭表测量准确度的局限外,在赵歃以前,显然与十九年七闰法的束缚有关,而在其后,人们长期崇信《左传》日南至的两次记录,而不能从中解脱出来,当是一个最重要的因素。我们看到,像祖冲之、杨忠辅、郭守敬、邢云路等人在这方面的成就,除了他们在圭表测量方法上有所建树之外,主要就是自觉或不自觉地排除了这一羁绊而取得的。由于这些束缚而造成的回归年长度测算精度长期相对逊色的状况,以及由于排除了这些束缚,像祖冲之、邢云路等人那样取得当时世界上最先进的成果的事例,都是发人深思的科学史实,这里不单有一个勇于实践的问题,而且还必须有大胆的怀疑与批判的精神,即解放思想,厚今薄古,敢于背经信今的问题。我们又认为,由于我国古代有极其丰富与准确的交食记录等史料可资使用,这是交点月和朔望月长度取得很高精度的重要原因,同时也是取得一系列很好的交食周期值的重要原因。反过来说,也正由于历法的这一需要,是日月食的观测与记录历代为人们所重视的原因之一。至于近点月长度值在诸种月的长度中精度较低的原因,当与月亮近地点位置的确定有一定的困难与测量的精确度较低有关。

我国古代各种年、月(以及与之有密切关系的岁差、月平行度、交食周期等)的概念与具体的测算方法,都有自己发生的历史,并走过自己独特的道路。我们看到,其中有一些认识一直保持着世界先进的水平,有一些认识与当时世界先进的水平相比,起步既晚,起点又低,但由于历法家的不断实践与研究,相继赶上并超过了世界的先进水平,并长期保持了领先的地位。而取得这些成就的道路是不平坦的,其间有过激烈的争论,甚至有过反复,但大多数历法家坚持了认真实践的态度,他们世代相承,精益求精,在崎岖的道路上前进,从而不断地把自己的认识提高到新的水平。

由于我国古代天文学体系本身的缺欠,在西方天文学未传入之前,近点年的概念一直没有出现。关于恒星年长度的计算方法,严格地说还存在较大的问题。这些是我国古代关于日、月长度认识的不足之处。

表三 交食周期、交点年长度与交点月长度

历名及作者	年代	交食周期与交点年长度					交点月长度				资料出处	备注	
		朔望月个数或交点月个数及余数	交食季次或交点年个数或日法	交点年长度 测算值(日)	理论值 与测算 值之差 (秒)	调日法		据以计算交点月 长度(或其余数) 分子的名称与数 值(I)	分母的名称 与数值(J)	交点月长度 测算值 $\frac{I}{J}$ (日)			理论值 与 $\frac{I}{J}$ 之差 (秒)
						强率 倍数	弱率 倍数						
太初历 邓平	公元前 104	135	23	346.6666667	-4086	2	1					[3]	
四分历 编泮等	85	月数 135	食法 23	0.6665128	-4067	2	1					[9]	
王充		41	7	345.9328271		0	1					[43]	
王汉	179	1150	196	346.5354974	+7256	14	12					[9]	
冯恂	180	5640	961	0.6264312	-601	79	47					[9]	
乾象历 刘洪	206	会月 11045	会率 1882	0.6151312	+376	157	94			27.2121507	+5.5	[4]	朔望合数 941
景初历 杨伟	237	会通 790110	朔望合数 67315	0.6154855	+360	10940	6730			0.2122010	+1.2	[4]	
三纪甲子元历 姜岌	384	会月 11045	朔望合数 941	0.6157556	+327	157	94			0.2121998	+1.3	[4]	会率 1882
元始历 赵耿	412	会数 173 度余 27719	日法 89052	0.6225351	-258							[22]	
元嘉历 何承天	443	会月 939	朔望合数 80	0.6152125	+372	13	8			0.2121878	+2.4	[23]	会数 160
大明历 祖冲之	463							会周 717777	通法 26377	0.2122304	-1.3	[23]	
正光历 张龙祥	521	会数 173 余 23208	日法 74952	0.6192763	+27							[24]	

(续表)

历名及作者	年代	交食周期与交点年长度				交点月长度				资料出处	备注		
		期望月个数或交点年长度及余数	食季次数或交点年个数或日法	交点年长度测量值(日)	理论值与测量值之差(秒)	调日法		据以计算交点月长度(或其余数)分子的名称与数值(I)	分母的名称与数值(J)			交点月长度测量值丁(日)	理论值与丁之差(秒)
						强率倍数	弱率倍数						
兴和历 李业兴	540	会数 173 余 67117	日法 208530	0.6437155	-2085							[24]	
天保历 宋景业	550	会数 173 余 91058	日法 292635	0.6223316	-237							[22]	
天和历 甄鸾	566	会余 93516	日法 290160	0.6445823	-2159							[23]	
武平历 刘孝孙	576	会月 2013	会率 343	0.6185802	+88	56	34			0.2122163	-0.1	[22]	原书会率 341误
大象历 马显	579	会日 173 会余 16619	日法 53563	0.6205403	-81							[25]	
开皇历 张宾	584	会月 1297	会数 110.5	0.6172333		18	11	历合余、小分 38607 1840 2816 阴历 13 2328 余 110263 小分 2816	日法 181920	0.2122232	-0.7	[22, 25]	小分母分 别应为 200 和 2816; 会 率 221
		会日 173 余 56143 小分 110	日法 181920	0.6172334	+205								
皇极历 刘焯	604	交数 5923	交率 465	0.6193375	+24	76	46	交复日余 263 秒 3435	朔日法 1242	0.2122222	-0.6	[25]	复月 5458: 秒母分到 应为 465, 5923
		会日 173 余 384 秒 283	朔日法 1242	0.6193375	+24			会通 10646729	时法×12 32604×12	0.2122260	-0.9	[25]	
大业历 张胃玄	608							交会法 12741205.8	日法×36 13206×36	0.2122392	-2.0	[1]	
贞观历 傅仁均	619												
九执历 瞿曇悉达	657							360° 13°.1695 360 -(37.94)		0.2262292	-1212	[22, 27]	