

1666



数理化自学丛书

平面几何

第一册

1666

数理化自学丛书

平面几何

第一册

数理化自学丛书编委会
数学编写小组编

中国人民解放军战士出版社翻印

内 容 提 要

本书系统地讲述了平面几何中的直线、角、平行线、三角形、四边形、圆等部分。为了适合自学，讲解中特别注意联系实际和结合图形。叙述通俗，分析详细。书中配有大量例题和习题，供读者进一步理解内容和练习。题前有“*”号的题目要难一些，一时解不出可慢一些做。

本书可供青年工人、知识青年、在职干部自学，也可供中等学校青年教师参考。

重 印 说 明

《数理化自学丛书》是一九六六年前出版的。计有《代数》四册,《平面几何》二册,《三角》一册,《立体几何》一册,《平面解析几何》一册;《物理》四册;《化学》四册。这套书的特点是:比较明白易懂,从讲清基本概念出发,循序前进,使读者易于接受和理解,并附有不少习题供练习用。这套书可以作为青年工人、知识青年和在职干部自学之用,也可供中等学校青年教师教学参考,出版以后,很受读者欢迎。但是在“四人帮”及其余党控制上海出版工作期间,这套书横被扣上所谓引导青年走白专道路的罪名,不准出版。

英明领袖华主席和党中央一举粉碎了祸国殃民的“四人帮”。我国社会主义革命和社会主义建设进入新的发展时期。党的第十一次全国代表大会号召全党、全军、全国各族人民高举毛主席的伟大旗帜,在英明领袖华主席和党中央领导下,为完成党的十一大提出的各项战斗任务,为在本世纪内把我国建设成为伟大的社会主义的现代化强国,争取对人类作出较大的贡献,努力奋斗。许多工农群众和干部,在党的十一大精神鼓舞下,决心紧跟英明领袖华主席和党中央,抓纲治国,大干快上,向科学技术现代化进军,为实现四个现代化作出贡献,他们来信要求重印《数理化自学丛书》。根据读者的要求,我们现在在原书基础上作一些必要的修改后,重新出版这套书,以应需要。

十多年来,科学技术的发展是很快的。本丛书介绍的虽仅是数理化方面的基础知识,但对于应予反映的科技新成就方面内容,是显得不够的。同时,由于本书是按读者自学的要求编写的,篇幅上就不免有些庞大,有些部分也显得有些烦琐。这些,要请读者在阅读时加以注意。

对本书的缺点,希望广大读者批评指出,以便修订时参考。

一九七八年一月

目 录

重印说明

绪 论	1
第一章 直线、角、平行线	8
直线、圆和圆弧	8
§ 1.1 直线、射线和线段	8
§ 1.2 线段的相等和不等	11
§ 1.3 线段的度量和画法	12
§ 1.4 圆和圆弧	18
角和垂线	21
§ 1.5 角,平角和周角	21
§ 1.6 角的相等和不等	24
§ 1.7 角的度量和画法	25
§ 1.8 垂线	36
§ 1.9 余角、补角、对顶角	41
平行线	47
§ 1.10 平行线	47
§ 1.11 平行线的判定和画法	50
§ 1.12 平行线的性质	60
§ 1.13 两组对应边平行的角	69
本章提要	72
复习题一	73
第二章 三角形	77
三角形和它的内角和	77
§ 2.1 三角形和它的元素	77
§ 2.2 三角形的内角和	81
§ 2.3 三角形的主要线段	87

等腰三角形	89
§ 2.4 轴对称图形	89
§ 2.5 等腰三角形的性质	91
§ 2.6 等腰三角形性质在作图上的应用	98
§ 2.7 等腰三角形的判定	102
全等三角形	109
§ 2.8 全等形	109
§ 2.9 三角形全等的判定	110
§ 2.10 直角三角形全等的判定	125
§ 2.11 三角形作图	130
三角形的边角关系	138
§ 2.12 在同一个三角形内的边角关系	138
§ 2.13 两对边对应相等的两个三角形的边角关系	142
基本轨迹	146
§ 2.14 线段的垂直平分线的性质	146
§ 2.15 角的平分线的性质	149
§ 2.16 点的轨迹	152
本章提要	156
复习题二	158
第三章 四边形	162
多边形和它的内角和	162

§ 3.1 多边形	162	关系	221
§ 3.2 多边形的内角和	165	§ 4.4 圆心角、圆周角、圆内角和圆外角的度量	227
平行四边形	168	§ 4.5 圆内接四边形的性质	236
§ 3.3 平行四边形和它的性质	168	直线和圆的位置关系	243
§ 3.4 平行四边形的判定	174	§ 4.6 直线和圆的相互位置	243
§ 3.5 中心对称图形	178	§ 4.7 切线的判定、性质和画法	245
§ 3.6 矩形、菱形、正方形	182	§ 4.8 三角形的内切圆、内心和旁心	253
§ 3.7 平行线等分线段定理	184	§ 4.9 圆外切四边形的性质	258
§ 3.8 关于平行线的点的轨迹	187	§ 4.10 弦切角的度量定理	259
§ 3.9 三角形的中位线的性质	192	圆和圆的位置关系	262
§ 3.10 三角形的重心	195	§ 4.11 两个圆的相互位置	262
梯形	198	§ 4.12 两圆公弦的性质	266
§ 3.11 梯形和等腰梯形	198	§ 4.13 相切两圆的连心线的性质	267
§ 3.12 梯形的中位线的性质	205	§ 4.14 两圆的公切线	273
本章提要	207	§ 4.15 直线和弧、弧和弧的吻接	275
复习题三	209	弧和角的关系	281
第四章 圆	213	§ 4.16 在已知线段上作含有已知圆周角的弧	281
圆的基本性质	213	§ 4.17 基本轨迹	283
§ 4.1 不在一直线上的三点确定一个圆	213	本章提要	289
§ 4.2 垂直于弦的直径的性质	219	复习题四	290
§ 4.3 在同圆(或等圆)中,弦、弧、弦心距之间的		总复习题	295
		习题答案	305

绪 论

1. 几何学研究的对象 我们已经学习过算术和代数的初步知识，这两门课都是研究数的运算性质的。现在我们要开始学习数学的另一门学科：“几何学”，它研究物体的形状、大小和相互位置关系。

在日常生活里，我们经常要观察周围的各种物体。我们是怎样去观察的呢？经验告诉我们，首先看到的是各种物体的外形和颜色，其次是物体的重量和组成它们的元素等等。但是在区别各种物体的时候，最容易识别的还是物体的形状和大小。人类为了满足生活上的需要，在制造一些器具时，常常考虑它们的形状和大小要适合实际应用。

例如床的形状就需要是长方形的，它的大小要能够容纳人体的长度；汽车的车轮是圆形的，目的是使它在地面上容易滚动，并且在滚动时保持车身的平稳(图 1)。



床



汽车

图 1

我们在观察事物的过程中，还可以看到这个物体和那个物体之间的位置关系，这些位置不是随便放的，这就需要我们

来研究怎样放才是适当的。

例如图 2 中车间里正确地安装机器；田野里装置排灌设备等等，都需要一番研究才行。

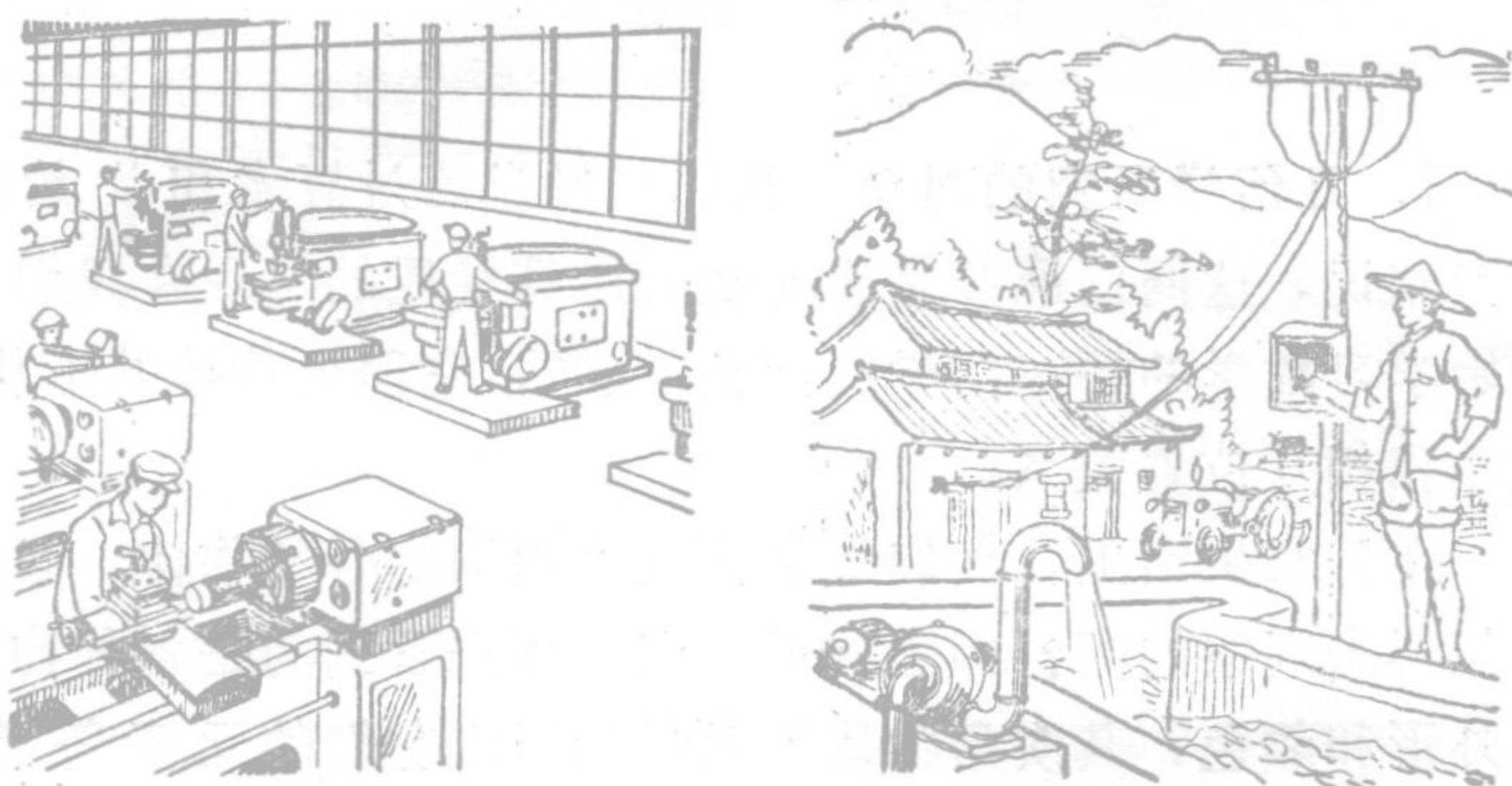


图 2

几何学研究的对象就是物体的形状、大小和相互的位置关系。

2. 几何学的发展简史 几何学的产生和别的学科一样，也是由于人类生产和生活的需要。在原始社会里，人们已经积累了许多物体形状和大小，以及它们的分布位置关系的知识。例如古代的人们为了记住他们居住和打猎的地方，就逐渐地学会怎样来判定各个地方之间的距离，怎样来测量各个地区的大小。

随着人类社会的发展，对于物体的形状、大小和相互位置关系的知识，要求愈来愈高，就这样经过劳动人民长期的生产和生活实践，积累了许多几何知识，并不断地丰富起来，形成了人类知识的一个部门。

谈起几何学的发展历史，就会联想到古埃及尼罗河的故

事。相传 4000 多年前，尼罗河每年洪水泛滥把两岸的土地淹没，水退后河床常有变易，致使土地界线不明。当时埃及的劳动人民为了明确自己耕地的界线，用步伐测出土地的周界，并计算它们面积的大小，画出耕地的图形，作为划分土地的依据。由于经常的测量和画图，不断地积累和提高的结果，归纳出不少的图形知识，就这样产生了初步的几何学。

后来希腊人到埃及去经商，学到了测量和绘图的知识，再逐步加以补充，使这些初步的几何知识充实成为一门完整的几何学。“几何学”这个名词，希腊文原来的意义是“测量土地的技术”，一直沿用到今天。

公元前 338 年，希腊人欧几里得在亚力山得里亚大学教课，他把埃及和希腊的几何学知识，作了系统的总结和整理，写成一本“几何原本”。这本书对于几何学的发展，曾起了很大的作用，直到现在，中学几何课本还是根据它来编写的。

我国的祖先对于几何学很早就有研究，同埃及和希腊人一样作出了光辉的成绩。在我国黑陶文化时期（约公元前一千年），陶器上的花纹就有菱形、正方形和圆内接正方形等等的图样（图 3）。

在墨翟（约公元前 500 年）所著的“墨经”里，提出了关于



图 3

几何图形的一些知识。在古算书“九章算术”里，载有土地面积和物体的体积计算方法，在另一本古算书“周髀算经”里，叙述了关于直角三角形的边长的比为 $3:4:5$ ，这个例子说明直角三角形斜边上所作的正方形面积等于两直角边上所作正方形面积的和(图 4)。

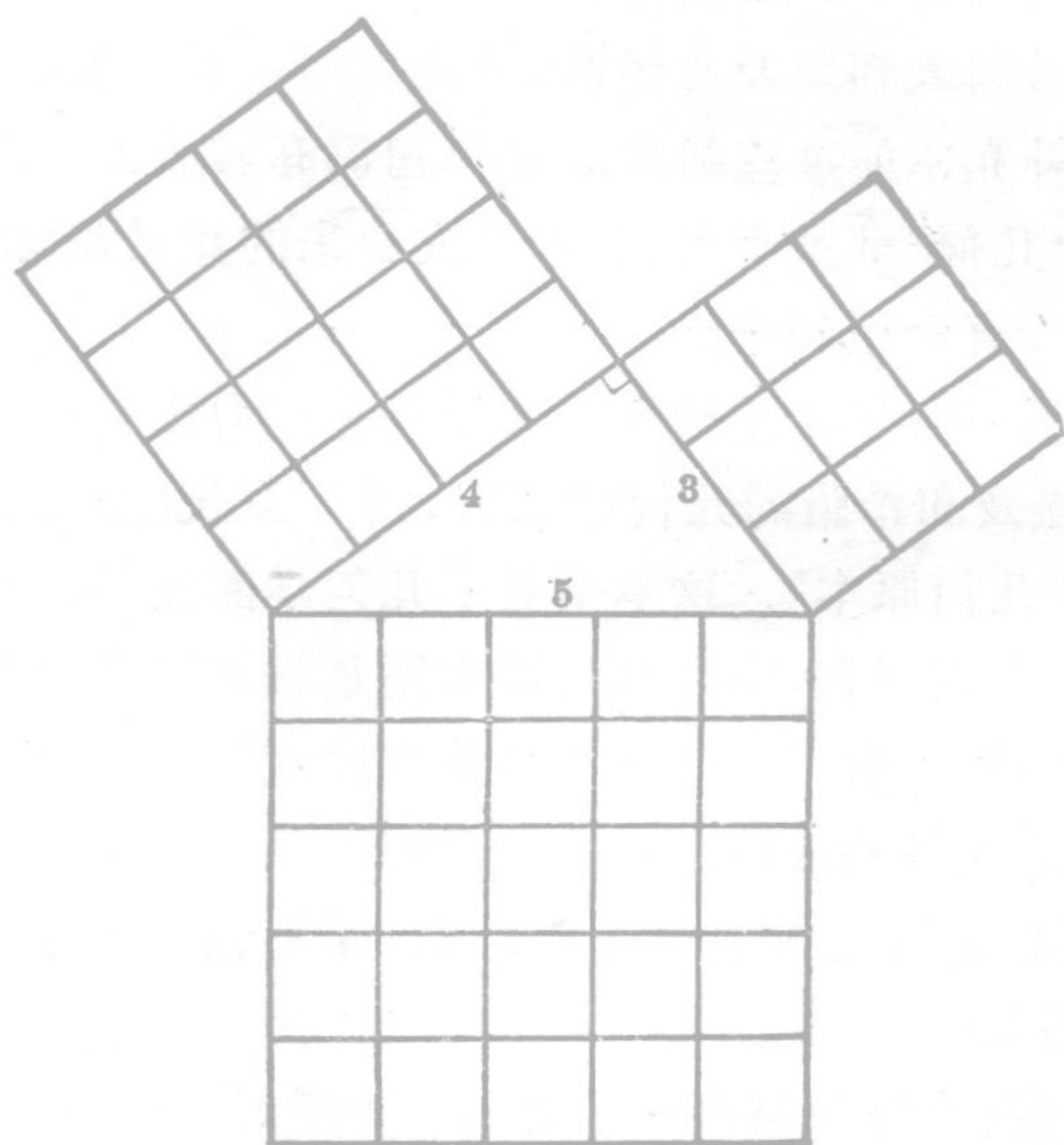


图 4

可以查考的例子还很多，这里不多举了。

3. 组成几何图形的元素 如果我们只注意一个物体的形状和大小，不管它的其他性质时，这样的—一个物体也叫做**几何体**。例如图 5 中—根圆形的木料和—只圆形的铅桶，尽管它们的颜色、重量和其他性质都不相同，但是只注意它们外表的形状，却都是—一个圆柱形的几何体。

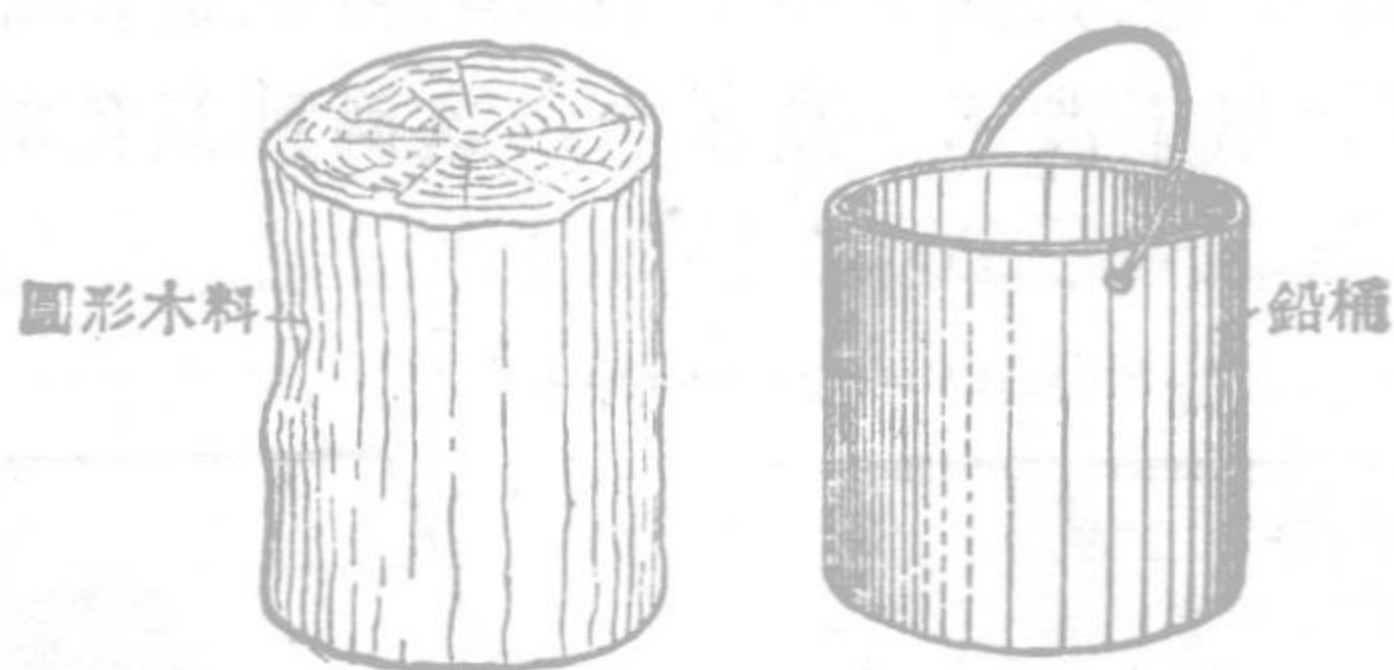


图 5

又如图 6 中一个皮球和一个和它同样大小的木球，虽然它们的其他性质都不相同，但却是两个完全相等的球体。

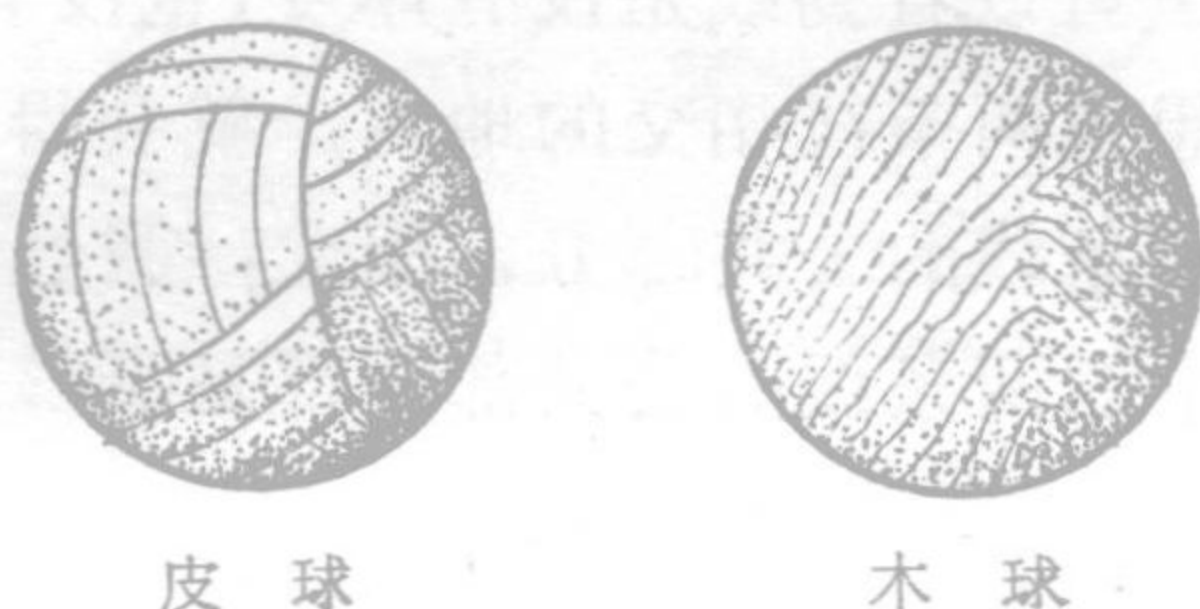


图 6

我们知道，任何物体都占有一部分空间，都用它的表面和它的周围分开的，因此我们说面是体的界限。例如物体和它邻接的空气分开的地方就是这个物体的表面。我们可以放弃物体的本身，单独来想象它的表面，这样就把几何里的面看成是没有厚度的了。我们用一只玻璃杯装着水和油（图7），因为油比水轻都浮在水的上面，可以清楚地看出水和油分界的地方，就是它们共同的表面。很明显，这样的面是没有厚度的。



图 7

如果我们想象两个面相交的部分，就会得到几何里的线。实际上我们所看到的线都是两个面的公共部分。因此，我们

说线是面的界限。例如图8中火柴盒的棱就是相邻两个面的相交线。一张白纸上泼了一滴墨水，这两种颜色的分界也是一条线。

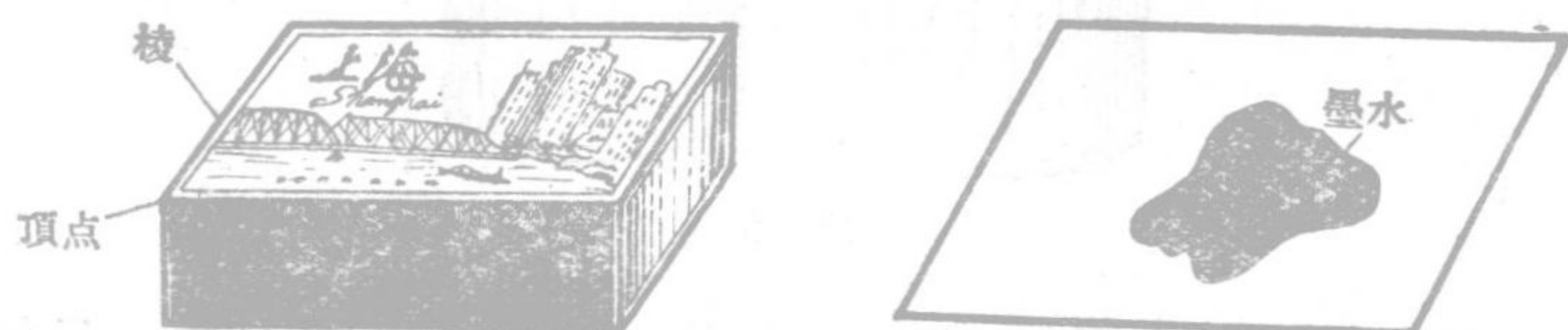


图 8

从这些例子可以看到线是没有厚度，也没有宽度的。

如果我们想象两条线相交的地方，就会得到点的形象。实际上点就是两条线的公共部分，因此，我们说点是线的界限。例如图9中的两条线的公共部分都是点。



图 9

可以看到点是没有厚薄、宽窄和长短的，它只占有一个位置。例如地图上就是用点来确定城市的位置的。

我们所说的点、线、面都不能单独存在，而只能是依附于物体的。但是在几何里为了研究它们的性质，常常把它们分开来研究，这并不是认为点、线、面是互不相关的。

点、线、面是组成几何图形的元素，因此点、线、面以及它们的集合，都称为几何图形。

可以全部放在一个平面内的图形，又叫做平面图形。这

些平面图形我们在小学算术里已经看到不少，例如图 10 中的一些。

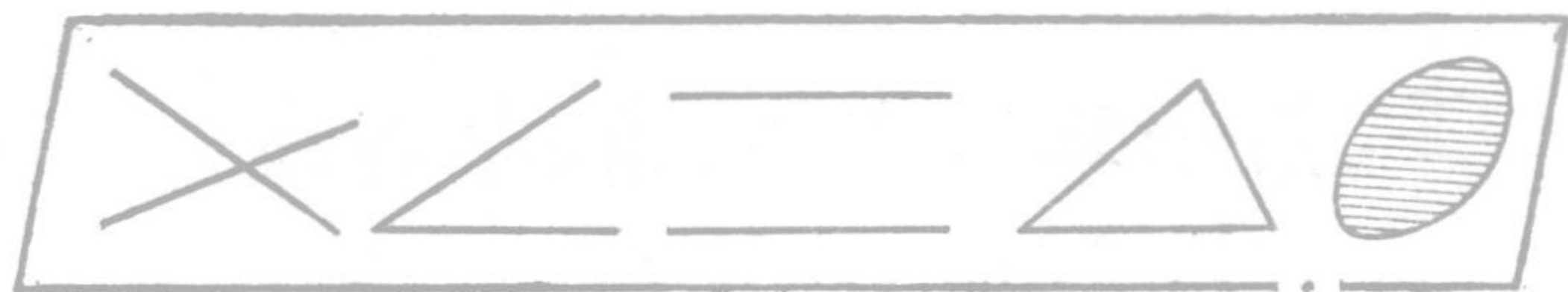


图 10

平面几何学就是研究平面图形的性质、作法和计算等问题。

习 题

1. 试举一实例来说明物体与几何体的区别。
2. 一只火柴盒有几个面？几条棱？几个顶点？

第一章 直线、角、平行线

直线、圆和圆弧

§ 1.1 直线、射线和线段

木工锯木板时所画的墨线，穿过小孔射出来的光线，双手拉紧的细绳，这些都给我们直线的形象。我们把直线看作是可以向两方无限伸长的。直线常用两个大写字母来表示，例如，“直线 AB ”或者“直线 BA ”（图 1.1(1)）；或者用一个小写字母来表示，例如，“直线 a ”（图 1.1(2)）。



图 1.1

画直线可以用直尺。我们在纸上画两点，经过这两点用直尺可以画一条直线。木工锯木板，也是先在木料上定出两点，然后用墨斗沿着这两点弹出直线。

我们知道，经过一点可以画无数条直线，但是经过两点随便你画多少次，只能画出一条直线。从这些事实可以得知下述的直线的性质：

经过两点可以画一条直线，并且只可以画一条直线。

应用这个性质，可以检查尺的边是不是平直。方法是：先选定两点，让尺的边缘紧靠这两点，经过这两点画一条线，再把尺调转过来，放在所画的线的另一侧，经过这两点再画一条

线；如果两次画出的线是重合的，就可以确定尺的边是直的（图 1.2(1)），否则就不直（图 1.2(2)）。



图 1.2

事实上，用直尺只能画出直线的一部分，移动直尺后可以把这一部分向两方无限地画出来。

探照灯、手电筒的光线，是由一点出发向一定方向射出的，这些都给我们射线的形象。在直线上某一点一旁的部分叫做**射线**，这一点叫做射线的**端点**，这个端点也叫做**原点**。射线用表示它的端点和射线上任意一点所注的两个大写字母来表示，并把表示端点的字母写在前面，例如“射线 OC ”（图 1.3）。



图 1.3

黑板和书本的边缘，都有两个端点，因此，可看作是直线在两点间的一部分，我们把直线上任意两点间的部分叫做**线段**，这两点叫做线段的**端点**。

线段通常用表示它们两个端点的大写字母来表示，例如，“线段 DE ”或者“线段 ED ”（图 1.4(1)）；或者用一个小写字母来表示，例如“线段 b ”（图 1.4(2)）。



图 1.4

注意 直线、射线和线段它们有什么区别呢？区别就在于线段有两个端点，射线只有一个端点，而直线没有端点。我们用很短的细实线来表示端点（如图 1.3 和 1.4）。

我们通过画图容易知道,两点只能连接一条线段,而且这条线段是这两点间的最短的线,因此我们可以说:两点间的线段的长,叫做这两点间的**距离**.

我们利用直尺可以把一条线段向任何一方延长.例如,我们可以经过点 B 把线段 AB 延长(图1.5(1)),也可以经过点 A 把线段 AB 向 BA 方向延长(图1.5(2)).在图中,它们的延长部分用虚线表示.



图 1.5

在图1.5(1)里,我们说延长 AB ,不能说成延长 BA ;但在图1.5(2)里,只能说延长 BA .线段的延长部分(虚线)叫做**延长线**.

现在我们要看下面的问题:

问题 1. 在图1.6中的直线和线段能相交吗?

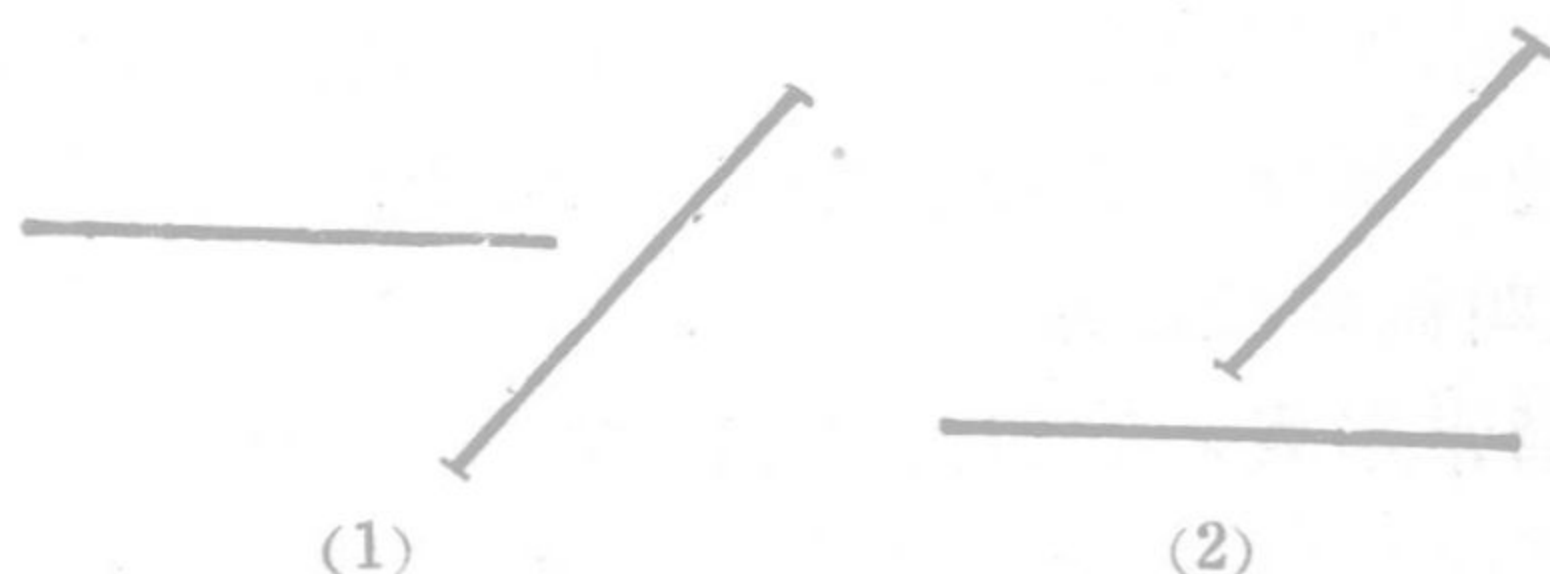


图 1.6

问题 2. 在图1.7中的射线和线段能相交吗?

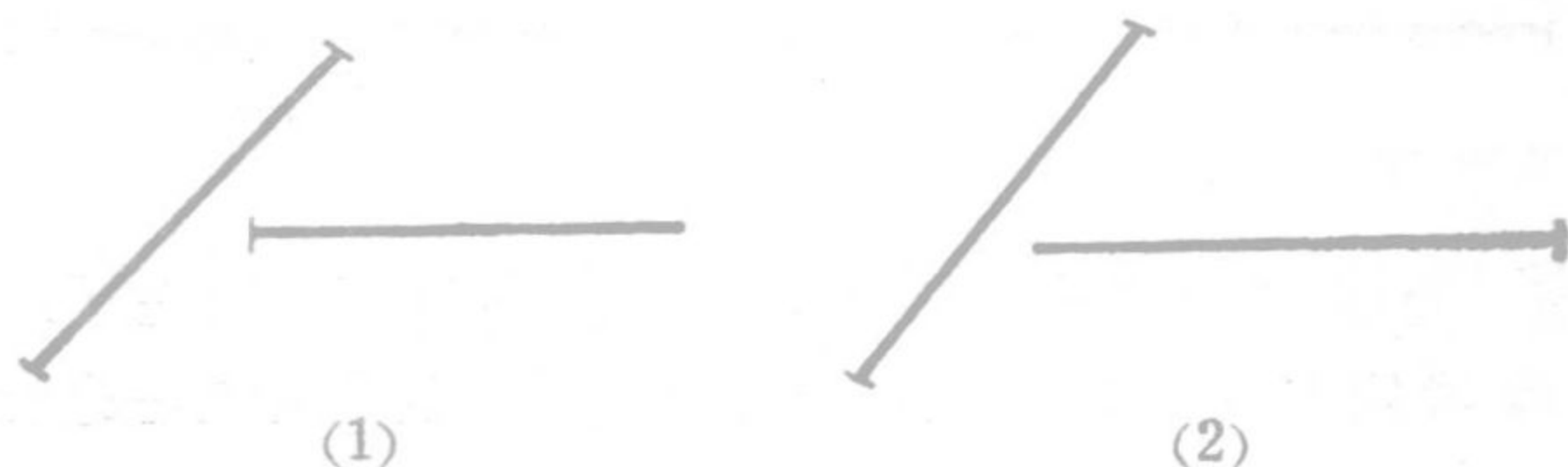


图 1.7

问题 3. 在图 1.8 中的射线和直线能相交吗?



图 1.8

注意 要回答上面的问题,先要复习前面学过的直线、射线和线段,然后再仔细观察所画出的图形中,哪些是还可以继续画下去的,哪些是不可继续画下去的(不是画它们的延长线),用一张纸在它的上面画,这样问题就容易回答了.

习 题 1.1

1. 裁衣服常用线袋在布上弹直线,布上就留下直线的痕迹,这是什么道理?
2. 要在墙上钉一根横木条,至少要钉几只钉?为什么?
3. 通过纸上的一点 A ,能画出几条直线?怎样画?通过 A 和 B 两点呢?为什么?
4. 在纸上画出 4 点(要任意三点不在一条直线上),用直尺过每两点画一条直线,一共可画几条?
5. 用双手同时拿着两根绳子的两头,拉紧后这两根绳子一定紧紧地合在一起,为什么?

§ 1.2 线段的相等和不等

比较两条线段的长短,总是把其中的一条线段移到另一条线段上去比较的.我们把移动一个图形简称**移形**.几何图形具有这样一个性质:移形是不会改变它的形状和大小的.

现在我们来比较线段 PQ 和 RS 的长,先把 PQ 放到 RS 上,使点 P 和点 R 合起来,并且使线段 PQ 沿着线段 RS 落下