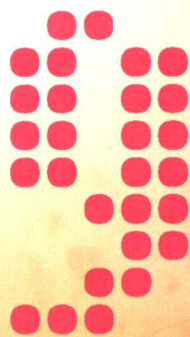


义务教育教科书

数 学

九年级 下册

教师用书



河北教育出版社

义务教育教科书

数 学 九年级 下册

教师用书

图书在版编目(CIP)数据

数学教师用书. 九年级. 下册/ 杨俊英编. —石家庄: 河北教育出版社, 2014. 7
(2015. 11 重印)

义务教育教科书

ISBN 978-7-5545-0976-0

I. ①数… II. ①杨… III. ①中学数学课—初中—教学参考资料
IV. ①G633. 603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 085946 号

书 名 义务教育教科书
数学 九年级下册 教师用书

作 者 本书编写组
责任编辑 曹 智 吴丽霞
装帧设计 李关栋

出 版 河北教育出版社 <http://www.hbep.com>
(石家庄市联盟路 705 号 邮政编码: 050061)

发 行 河北省新华书店
印 刷 山东高唐印刷有限责任公司
开 本 787×1092 1/16
印 张 8.25
字 数 192 千字
版 次 2014 年 7 月第 1 版
印 次 2015 年 11 月第 2 次印刷
印 数 2211-4010
书 号 ISBN 978-7-5545-0976-0
定 价 23.00 元

版权所有 翻印必究

如有印刷质量问题, 请与本社出版部联系调换, 电话: 18603114066
购书电话: 0311-88643600

致数学教师

敬爱的老师们：

感谢您使用这套教科书！

依据教育部正式颁布的《义务教育数学课程标准》（2011年版），配合修订并经教育部基础教育课程教材专家工作委员会审查通过的冀教版义务教育教科书《数学（九年级下册）》，我们对原教师用书进行了重编，供教师教学中参考。

一、教科书修订说明

依据《义务教育数学课程标准》（2011年版），我们对本套教科书进行了较大的修订。

1. 修订理念.

一套好的教科书的根本特征，应当是具有促进学生全面发展的教育功能。全力把学科形态的数学课程打造成较好的“促进学生发展的教育形态”的数学课程，是我们这次教材修订的核心理念。

（1）以“促进学生发展的教育形态”为出发点，修订教材内容，安排知识结构与体系。

首先，素材选择的着眼点贴近学生的生活实际和已有的数学经验，本着“现实性”的原则，在相对严谨的情况下，知识的组织更符合学生的认知水平和年龄特征。

其次，努力使教科书的内容呈螺旋式上升，体现数感、符号意识、数学模型、推理意识、应用意识等核心概念逐步生成的过程。

（2）以“促进学生发展的教育形态”为出发点，构建知识的形成过程。处理好“具体与抽象”“特殊与一般”“合情推理与演绎推理”“正向与逆向”以及“整体与部分”的关系，使知识的形成过程成为一个“数学化”的过程，一个“再创造”的过程。

（3）以“促进学生发展的教育形态”为出发点，设置课堂活动过程。创设恰当的问题情境，向学生提供探究的机会，在教师恰当的组织、引领、合作之下，使学生体验到努力后的成功和问题解决后的喜悦，使学生的自信心、责任感、实践能力、创新意识和情感态度的培养目标落在实处。

（4）以“促进学生发展的教育形态”为出发点，把“数学基本思想”渗透到数学内容中，增强数学知识的生命力。坚持从现实开始，经过探索达到抽象，构建数学模型，进而验证、推广和应用。

2. 教材特色.

本次教科书修订有两个着力点，一是按《义务教育数学课程标准》（2011年版）的要求，增减知识内容，调整整体结构、教学方式和学习方式；二是发扬优良的做法，克服缺陷与不足，力争在教师的“教”和学生的“学”两个方面做到互相兼顾，突出特色，打造亮点。

(1) 整合知识内容, 确保数学知识和整体结构的科学性.

按照数学内在的知识结构, 适度调整知识展现的先后顺序, 对相关内容进行科学、合理的整合. 按照“螺旋上升”的原则, 本着“提前体验渗透, 适时集中揭示”的原则, 对一些数学知识的呈现进行适度调整, 以反映数学知识之间的密切联系.

(2) 紧密围绕修订理念, 努力渗透“数学基本思想”.

《义务教育数学课程标准》(2011年版)明确提出了“基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验”四项培养目标, 尤其是“数学基本思想”的提出, 给教材编写带来了新的发展机遇. 在本次修订中, 我们作了认真的梳理, 并进行了积极的尝试.

(3) 关注学生“基本活动经验”的积累, 致力于改进学生的活动方式.

一是围绕数学本质特征, 兼顾学生的生活经验和数学知识经验, 继续做好“问题情境”的创设环节.

二是根据学生的认知规律和数学知识内容的需要, 灵活组织教材编写内容的展开方式.

为此, 设置了诸如“一起探究”“试着做做”“大家谈谈”等栏目. 具体展开方式有: 问题式启发、对比式辨析、示例性引导、反思性总结、讨论式拓展等.

(4) 重视教师的组织、引领作用, 致力于教学方式的改进和完善.

学生是学习的主体, 在学生的学习过程中, 教师应发挥好主导作用, 组织和引领学生开展有效的教学活动, 取得良好的教学效果. 为此, 在教科书的修订过程中, 根据数学知识内容的本质属性, 我们对有些内容作了较大的修改. 如数学概念、运算法则、代数基本性质、几何基本事实、定理的发现与证明等方面, 一般都设计成了教师引领下的学生认知活动.

3. 知识结构和展开方式.

(1) 数与代数.

修订后的教科书更加突出和强化“数与式—方程(不等式)—函数”之间的共性和内在联系, 突出它们对数量和数量关系的“表达”和“刻画”的功能, 更为明晰地展现了“数学模型”的形成过程及作用.

“数与代数”的学习, 最重要的特征是“水平数学化”的过程, 即由“实际问题中的数量关系”到“数学模型”的过程, 其思维形式主要是“抽象”. “数学模型”“抽象”能力的培养, 一是需要典型和适当的“具体”, 二是需要恰当的“螺旋上升”. 修订中, “数与代数”内容的呈现方式, 就是以创设这种螺旋上升的由“具体”到“抽象”的生成情境和过程为基本模式的.

(2) 图形与几何.

修订后的教科书不再将推理的学习分为“合情推理”与“推理证明”两个阶段, 而是将“合情推理”与“推理证明”两种推理形式, 以对图形的“观察”“操作”为基础有机地融合在一起, 以突出和强化“发现和提出问题, 分析和解决问题”能力的培养.

“图形与几何”的学习, 最主要的特征是认识和把握图形的性质和图形间的关系, 其思维形式是以“观察”为基础的. 本套教科书的修订, “图形与几何”内容的呈现方式便是把“观察”“操作”“猜想到归纳”“概括并说理证明”作为最主要的模式.

(3) 统计与概率.

对原教科书中相关内容进行了整合,由原来的五章内容,调整为三章:“数据的收集与整理”“数据分析”和“随机事件的概率”.

统计内容的学习,结合大量有价值的实际问题,经历收集数据—整理和表示数据—数据分析—作出判断这样完整的过程,渗透统计思想,逐步培养学生数理统计分析观念.

(4) 综合与实践.

从“课题学习”修订为“综合与实践”,内容变化较大,思维空间更广,研究性学习的特征更加明显.修订后的教科书中,适当增加了一些“数学活动”的内容.

“综合与实践”内容的展开方式,一般为:情境(问题)—解决方案—启发与引导—问题解答—反思与交流.“数学活动”一般按“问题—活动”两个环节展开.

二、对教师的建议

经过十多年的课程改革和教学实践,人们对数学学习、数学教学和学习评价的认识也在不断的完善和发展,需要老师们进一步的理解和把握,并贯彻落实在教学实践当中.

1. 学习方式.

有意义的接受式学习和自主性学习都是学生进行学习的有效方式,二者应当有机结合,做到和谐统一.

“认真听讲”是一种有效的学习方式.当然,这种学习方式与自主学习方式不能是对立的,而应是相互关联、相互协调的.

“积极思考”“动手实践”“自主探索”和“合作交流”是学生自主学习的重要方式,也是大力倡导的学习方式.学生的数学学习应当是一个生动活泼的、主动的和富有个性的过程,在这个过程中,应当留给学生足够的时间和空间来经历观察、实验、猜测、计算、推理和验证等活动,使学生获得直接数学经验.这种直接数学经验的获得,显然只有“认真听讲”是难以完成的,需要通过自主学习方式的有力支持才能实现.当然,那些形式上的、无序的、无目的的所谓“自主”也是价值不大的、低效的,甚至是无效的.

2. 教学方式.

教学方式,一般说来没有固定的模式,应当根据具体的数学知识、内容、思想和方法,选择不同的教学方式.教学方式的选择应有利于教与学两个方面共同开展,应有利于教学活动的有效开展.目前,取得共识和肯定的教学方式有:

(1)“启发式”是我们的优秀教育传统,也是卓有成效的教学方式之一.启发式教学的显著特征应当是:①激发学生的学习兴趣;②引发学生的数学思考;③培养学生良好的学习习惯;④帮助学生掌握正确的学习方法.

(2)“面向全体和因材施教”是我国的重要教育思想,也可以说是重要的教学方式.教学中需要正确处理好二者之间的关系,既要关注全体学生的共同发展,也要关注学生的个性差异和个体需求,最终实现全体学生的全面发展.

3. 学习评价.

评价的根本目的是为了促进学生的发展.学习评价的内容应包含以下三个方面:

(1)“四基目标”评价,应改变以往的以“双基”为主、以应试技能为重点的评价方

式，在评价“基础知识和基本技能”的同时，关注数学“基本思想和基本活动经验”的评价，突出“发现和提出问题、分析和解决问题”能力的评价。

(2) 过程性评价，是一种重要的评价形式，对于促进学生发展具有十分积极的意义和作用。过程性评价，包括反馈学习信息、诊断学习问题的评价，激励学生学习积极性的评价，学生在学习活动中的态度和行为表现的评价，学习状况和教学状况的评价等方面。教学中应给予高度的重视，认真、及时地进行过程性评价，做好过程性评价。

(3) 多样性评价，指的是评价目标多元和评价方式多样双重意义，这是大力倡导的评价方法和方式。应立足于学生的发展，立足于知识与技能、数学思考、问题解决、情感与态度四维目标，结合具体的评价内容，确定多角度、多层面、多维度的评价问题。应改变一张试卷、一次考试下定论的做法，对学生的数学档案袋、数学反思小结、数学调查报告、数学观察记录、数学小课题等材料的评价，都是开展多样性评价的内容。

三、关于教师用书

(1) 设计。本套教师用书采用了与教科书“套排”的方式进行编写，它既包含相应教科书的全部内容，也包含教学和使用的建议。

(2) 内容。本套教师用书的内容包括：每章教科书内容的设计说明和教学建议，每节课的教学目标和每课时的教学活动建议，教科书内容的关注点，教科书栏目的注释和要求，练习题、习题和复习题的答案等。

(3) 编写队伍。本套教师用书是由教科书的所有编者共同参与编写的，他们是：杨俊英、王洁敏、缴志清、程海奎、王佐、徐建乐、苏桂海、李会芳、简友。

教师用书与教科书一样，它的开发和建设需要广大教育工作者的热情关心和大力支持，特别是需要您的积极参与，希望您能多提宝贵意见和建议，以便我们共同编好这套教师用书，更好地服务于数学教学。

编者

2014年9月

目 录

第二十九章教学说明和建议	(1)
第二十九章 直线与圆的位置关系	(3)
29.1 点与圆的位置关系	(4)
29.2 直线与圆的位置关系	(7)
29.3 切线的性质和判定	(10)
29.4 切线长定理*	(13)
29.5 正多边形与圆	(18)
○ 回顾与反思	(22)
○ 复习题	(23)
第三十章教学说明和建议	(27)
第三十章 二次函数	(29)
30.1 二次函数	(30*)
30.2 二次函数的图像和性质	(33)
30.3 由不共线三点的坐标确定二次函数*	(43)
30.4 二次函数的应用	(45)
30.5 二次函数与一元二次方程的关系	(54)
○ 回顾与反思	(58)
○ 复习题	(59)
第三十一章教学说明和建议	(63)
第三十一章 随机事件的概率	(65)
31.1 确定事件和随机事件	(66)
31.2 随机事件的概率	(69)
31.3 用频率估计概率	(77)
31.4 用列举法求简单事件的概率	(84)
○ 数学活动 蒲丰投针试验	(90)
○ 回顾与反思	(91)
○ 复习题	(92)
第三十二章教学说明和建议	(95)
第三十二章 投影与视图	(97)
32.1 投影	(98)
32.2 视图	(102)
32.3 直棱柱和圆锥的侧面展开图	(114)
○ 回顾与反思	(118)
○ 复习题	(119)
综合与实践 巧折抛物线	(123)

第二十九章教学说明和建议

一、设计说明

1. 本章的内容、地位和作用.

在上一章我们学习了圆的概念、性质、圆中有关的角等知识. 本章的主要内容是点与圆、直线与圆的位置关系, 切线的性质与判定, 切线长定理, 正多边形与圆等相关的知识.

本章主要是由研究一个图形的性质发展到研究两个图形之间的关系, 明确提出用数量关系揭示几何图形之间的位置关系, 这是几何学习的深化与发展. 在学习过程中, 将用到前面的许多知识和方法, 所以这部分知识的学习也是对前面知识的综合应用的过程. 同时, 随着对这部分知识的学习, 会使学生体会到数学知识与现实生活的密切联系.

2. 本章内容呈现方式及特点.

(1) 坚持从现实出发, 创设贴近学生生活的问题情境, 使学生感到亲切、有趣, 并具有挑战性, 让学生充分经历、感知、体验知识的发生、发展过程.

(2) 坚持“做”中学, 使学生有自己构建知识的过程. 让学生从实例中抽象出几何图形, 进而发现点与圆、直线与圆的各种位置关系, 经历探究切线的性质与判定, 切线长定理, 正多边形与圆等相关知识的过程, 使学生学习数学的过程成为一个数学化的过程.

(3) 坚持在学习数学知识的同时让学生感悟数学思想, 掌握数学方法, 提高数学素养, 促进学生的探索精神与合作意识、理解能力和迁移能力的发展.

二、教学目标

1. 经历从现实生活中抽象出点与圆、直线与圆的位置关系的过程.

2. 探索并了解点与圆、直线与圆位置的关系, 并能用相应的数量关系说明它们的位置关系.

3. 掌握切线的概念, 探索切线与过切点的半径之间的关系, 会过圆上一点画圆的切线. 了解直线与圆相切的有关性质, 能判断一条直线是否为圆的切线, 知道三角形内心的概念.

4. 理解切线长的概念, 探索并证明切线长定理, 并能运用它解决有关的问题.

5. 了解正多边形及与其有关的概念, 了解正多边形与圆的关系.

6. 会用尺规作三角形的内切圆、圆的内接正方形和圆的内切正六边形.

三、教学建议

1. 在教科书提供的一些背景下, 可继续丰富生活背景, 充分利用贴近学生生活的现实情境, 从实例中抽取与本章相关的图形, 发现图形之间的位置关系.

2. 概念的形成过程也是一个思维的过程, 所以, 要关注学生对概念的理解和认识, 引导

学生积极参与探究活动,经历归纳概括、发现新知的过程,逐步提高学生的思维水平.

3. 强调学生动手操作和主动参与,使学生真正经历一个自我构建知识的过程,亲身经历每一次“数学化”的过程.

4. 关注学生的探究和发现过程,在学生独立思考的基础上,鼓励学生通过小组合作与交流的方式解决问题.

5. 重视数学思想方法的渗透. 教学中不仅要教知识,更重要的是教方法,本章中涉及的数学思想方法很多,如研究点与圆、直线与圆的位置关系时的分类思想、数形结合思想;研究正多边形的有关问题时的转化思想;研究正多边形的画图是通过等分圆的方法来完成的等等. 通过这些知识的教学,使学生掌握化未知为已知、化复杂为简单、化一般为特殊的思考方法,提高学生分析问题和解决问题的能力.

6. 进一步培养学生的推理能力. 这部分内容所涉及的图形很多是圆与直线的组合,教学时应注意多帮助学生复习有关直线的知识,做到以旧带新、新旧结合. 要加强解题思路的分析,帮助学生树立已知与未知、简单与复杂、特殊与一般在一定条件下可以转化的思想,使学生掌握把未知转化为已知、把复杂问题转化为简单问题、把一般问题转化为特殊问题的思考方法.

7. 教师在学生活动的过程中,要鼓励学生积极大胆地发表自己的意见,特别是学生与众不同的意见,要有意识地培养学生求异思维的能力和不断创新的欲望.

四、课时建议

29.1 点与圆的位置关系	1 课时
29.2 直线与圆的位置关系	1 课时
29.3 切线的性质和判定	1 课时
29.4 切线长定理*	1 课时
29.5 正多边形与圆	1 课时
回顾与反思	1 课时
合计	6 课时

五、评价建议

1. 把握好教学要求. 在知识和技能方面,应严格控制在《义务教育教学课程标准》(2011年版)要求的范围内,在教学中不要随意扩展和延伸.

2. 反思是学习数学非常重要的过程,同时也是一个提高和升华的过程. 教师要鼓励学生在学的过程中,要经常进行反思. 对于在学习过程中能提出或发现问题的学生,要及时地给予鼓励和表扬.

3. 对学生在本章学习过程中所反映出来的积极态度、克服困难的精神等方面的评价,应在课堂中随时进行. 要特别注意对学习有困难学生的激励性评价,考虑到学生间的差异,肯定他们的点滴进步,使他们体验到获得成功的喜悦,树立起学好数学的信心.

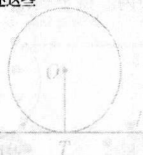
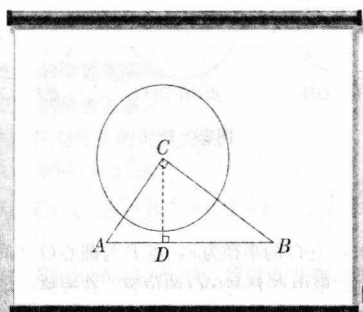
第二十九章

直线与圆的位置关系

在本章中，我们将学习

- 点与圆的位置关系
- 直线与圆的位置关系
- 切线的性质和判定
- 正多边形与圆

如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AC=3\text{ cm}$ ， $BC=4\text{ cm}$ 。当 $\odot C$ 的半径变化时， $\odot C$ 与 AB 所在的直线有几种不同的位置关系？能用 $\odot C$ 的半径与 CD 的数量关系描述这些位置关系吗？



通过章题页中提出的问题，引出本章将要学习的主要内容，探求直线与圆的位置关系，以及怎样用数量关系来刻画它们之间的位置关系。

* * * * *

教学目标

1. 经历从现实情境中抽象出点与圆的位置关系的过程.

2. 通过观察、测量,探索点与圆的各种位置关系及相应的数量关系.

3. 在运用数量关系判断点与圆的位置关系的过程中,体会数形结合的思想.

4. 在数学活动过程中,发展学生的合作交流意识和主动探索精神.

观察与思考

在圆外,在圆上,在圆内,在圆上,在圆外.

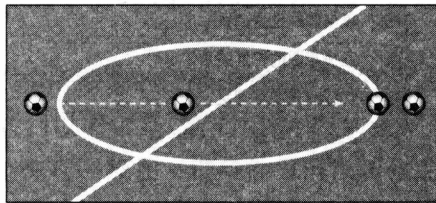
29.1 点与圆的位置关系

在平面上,点与直线有两种位置关系:点在直线上和点在直线外.点与圆有怎样的位置关系呢?这就是本节所要探究的内容.



观察与思考

足球运动员踢出的足球在球场上滚动,在足球穿越中圈区(中间圆形区域)的过程中,可将足球看成一个点,这个点与圆具有怎样的位置关系?



在同一个平面内,点与圆有三种位置关系:点在圆外、点在圆上和点在圆内.点 P 与 $\odot O$ 的位置关系如图 29-1-1 所示.

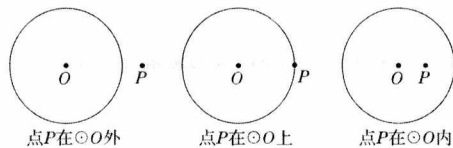


图 29-1-1



试着做做

已知点 P 和 $\odot O$, $\odot O$ 的半径为 r ,点 P 与圆心 O 之间的距离为 d .

1. 请根据下列图形中点 P 与 $\odot O$ 的位置,在表格中填写 r 与 d 之间的数量关系.

教学建议

本节的内容是学习点与圆的位置关系.教科书中设置了“观察与思考”栏目,首先让学生通过观察,在地面上滚动的足球穿越中圈区的过程中球与中圈区的不同位置关系,来感知点与圆的三种位置关系,然后建立数学模型,进一步探究点与圆的三种位置关系.

由圆的定义容易知道:圆上的点到圆心的距离等于圆的半径,圆内的点到圆心的距离小于圆的半径,圆外的点到圆心的距离大于圆的半径.反过来,到圆心的距离等于圆的半径的点都在圆上,到圆心的距离大于圆的半径的点都在圆外,到圆心的距离小于圆的半径的点都在圆内.

1. 设置“观察与思考”的目的是,让学生通过观察生活中的实例,初步感知点与圆的三种位置关系,然后用几何图形进行刻画,用数学语言进行描述.

语言描述	图形表示	r 与 d 之间的数量关系
点 P 在 $\odot O$ 外		
点 P 在 $\odot O$ 上		
点 P 在 $\odot O$ 内		

2. 当 d 与 r 分别满足条件 $d > r$, $d = r$, $d < r$ 时, 请你指出点 P 与 $\odot O$ 的位置关系.

不难发现:

- (1) 点 P 在 $\odot O$ 外 $\Leftrightarrow d > r$.
- (2) 点 P 在 $\odot O$ 上 $\Leftrightarrow d = r$.
- (3) 点 P 在 $\odot O$ 内 $\Leftrightarrow d < r$.

符号“ \Leftrightarrow ”读作“等价于”, 它表示从左端可以推出右端, 从右端也可以推出左端.

例 如图 29-1-2, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 5$ cm, $BC = 4$ cm, 以点 A 为圆心、3 cm为半径画圆, 并判断:

- (1) 点 C 与 $\odot A$ 的位置关系.
- (2) 点 B 与 $\odot A$ 的位置关系.
- (3) AB 的中点 D 与 $\odot A$ 的位置关系.

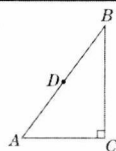


图 29-1-2

解: 已知 $\odot A$ 的半径 $r = 3$ cm.

- (1) 因为 $AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ (cm) $= r$, 所以点 C 在 $\odot A$ 上.
- (2) 因为 $AB = 5$ cm > 3 cm $= r$, 所以点 B 在 $\odot A$ 外.
- (3) 因为 $DA = \frac{1}{2}AB = 2.5$ cm < 3 cm $= r$, 所以点 D 在 $\odot A$ 内.

试着做做

1. $d > r, d = r, d < r$.
2. 当 $d > r$ 时, 点 P 在圆外; 当 $d = r$ 时, 点 P 在圆上; 当 $d < r$ 时, 点 P 在圆内.

2. 对于“试着做做”, 结合图形, 鼓励学生先进行独立思考, 再合作交流, 共同总结出点与圆的三种位置关系, 以及点到圆心的距离和圆的半径的大小关系.

练习

1. 点 A 在圆内; 点 B 在圆上; 点 C 在圆外; 点 D 在圆外.
2. 从点 B 开始, 在 42 分钟 ($\frac{7}{10}$ 小时) 之内行驶是安全的; 在 42 分钟之后进入危险区域.

习题

A 组

1. 点 P 在圆上; 点 Q 在圆外; 点 R 在圆内.
2. $3 < r < 5$.

B 组

1. (1) $\angle BAC = 90^\circ$.
(2) $90^\circ < \angle BAC < 180^\circ$.
(3) $\angle BAC < 90^\circ$.
2. 4 个.

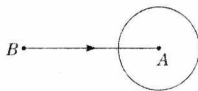


练习

1. 在直角坐标系中, 以原点为圆心的 $\odot O$ 的半径为 5. 判断以下各点与 $\odot O$ 的位置关系:

$$A(4, 2), B(-3, 4), C(4, -4), D(1, 5).$$

2. 如图, 某海域以点 A 为圆心、3 km 为半径的圆形区域为多暗礁的危险区, 但渔业资源丰富. 渔船要从点 B 处前往点 A 处进行捕鱼, B, A 两点之间的距离是 10 km. 如果渔船始终保持 10 km/h 的航速行驶, 那么在什么时段内, 渔船是安全的? 渔船何时进入危险区域?



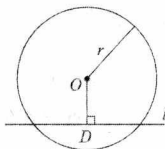
(第 2 题)



习题

A 组

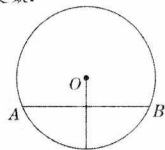
1. 如图, $\odot O$ 的半径 $r = 5$, 圆心 O 到直线 l 的距离 $OD = 3$. 在直线 l 上有 P, Q, R 三点, 并且 $PD = 4, QD > 4, RD < 4$. 点 P, Q, R 与圆的位置关系分别是怎样的?
2. 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 3, AD = 4$. 现以点 A 为圆心画圆, 使 B, C, D 三点至少有一点在圆内, 且至少有一点在圆外. 试确定 $\odot A$ 的半径 r 的取值范围.



(第 1 题)

B 组

1. 已知 D 为线段 BC 的中点, 以 BC 为直径画 $\odot D$, 再以 BC 为底边画等腰三角形 ABC .
 - (1) 当点 A 在 $\odot D$ 上时, 求等腰三角形 ABC 顶角的度数.
 - (2) 当点 A 在 $\odot D$ 内时, 求等腰三角形 ABC 顶角的取值范围.
 - (3) 当点 A 在 $\odot D$ 外时, 求等腰三角形 ABC 顶角的取值范围.
2. 如图, $\odot O$ 的半径为 5, 圆心 O 到弦 AB 的距离为 2. $\odot O$ 上到弦 AB 所在直线的距离为 2 的点有几个?

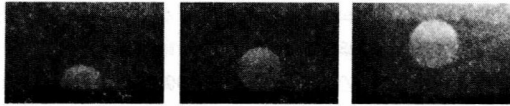


(第 2 题)

29.2 直线与圆的位置关系

直线与圆有怎样的位置关系？如何用数量关系来描述直线与圆的位置关系呢？

清晨，一轮红日从东方冉冉升起，太阳的轮廓就像一个运动的圆，从地平线下渐渐升到空中。在此过程中，太阳轮廓与地平线有几种不同的位置关系呢？



一条直线与一个圆的位置关系，根据它们公共点的个数可分为三种情况：两个公共点、一个公共点、没有公共点。

当直线与圆有两个公共点时，我们称直线与圆**相交**；当直线与圆只有一个公共点时，称直线与圆**相切**，此时这个公共点叫做**切点**，这条直线叫做圆的**切线**；当直线与圆没有公共点时，称直线与圆**相离**。

直线 l 与 $\odot O$ 相交、相切和相离的三种位置关系，如图 29-2-1 所示。

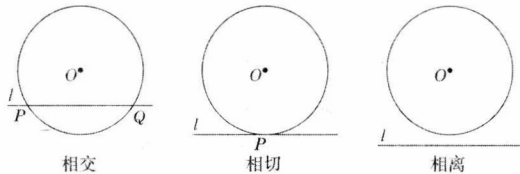


图 29-2-1

直线与圆的位置关系也可以用有关数量之间的关系来刻画。



观察与思考

如图 29-2-2， $\odot O$ 的半径为 r ，圆心 O 到直线 l 的距离为 d 。

- (1) 当 l 与 $\odot O$ 相交、相切或相离时， r 与 d 分别具有怎样的数量关系？
- (2) 当 $d < r$ ， $d = r$ 或 $d > r$ 时， l 与 $\odot O$ 分别具有怎样的位置关系？

教学目标

- 1. 经历从现实情境中抽象出直线与圆的位置关系的过程。
- 2. 理解直线与圆之间有相交、相切和相离三种位置关系。
- 3. 了解切线的概念，探索直线与圆的各种位置关系以及相应的数量关系。
- 4. 在教学活动中，培养学生独立思考的学习习惯、合作交流意识和探索精神。

观察与思考

- (1) 当直线 l 与 $\odot O$ 相交时， $d < r$ ；当直线 l 与 $\odot O$ 相切时， $d = r$ ；当直线 l 与 $\odot O$ 相离时， $d > r$ 。
- (2) 当 $d > r$ 时，直线 l 与 $\odot O$ 相离；当 $d = r$ 时，直线 l 与 $\odot O$ 相切；当 $d < r$ 时，直线 l 与 $\odot O$ 相交。

教学建议

1. 结合问题情境，首先让学生感受生活中反映直线与圆的位置关系的现象，让学生体会直线与圆的位置关系。在教学中，可以利用教科书中提供的情境进行说明，也可以选择其他一些贴近学生生活实际的素材组织教学。

2. 对于“观察与思考”，结合图形，通过观察得出“直线与圆的三种位置关系”与“圆心到直线的距离 d 和半径 r 的数量关系”的对应与等价关系，从而实现位置关系与数量关系的相互转化。这种等价关系是研究切线的基础。在教学中，应关注以下活动：

- (1) 让学生观察图形，动手操作，亲自测量三种不同位置关系下圆心到直线的距离 d 与圆的半径 r 。
- (2) 分析测量结果，总结在直线与圆的三种位置关系中，直线与圆的公共点的个数以及

练习

1. 当圆心到这条直线的距离为 3 时, 直线与圆相交; 当圆心到这条直线的距离为 5 时, 直线与圆相切; 当圆心到这条直线的距离为 6 时, 直线与圆相离.

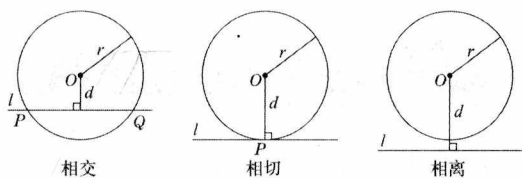


图 29-2-2

经观察, 可得:

- (1) 直线 l 与 $\odot O$ 相交 $\Leftrightarrow d < r$.
- (2) 直线 l 与 $\odot O$ 相切 $\Leftrightarrow d = r$.
- (3) 直线 l 与 $\odot O$ 相离 $\Leftrightarrow d > r$.

例 如图 29-2-3, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=3\text{ cm}$, $BC=4\text{ cm}$. 以点 C 为圆心, 2 cm, 2.4 cm, 3 cm 分别为半径画 $\odot C$, 斜边 AB 分别与 $\odot C$ 有怎样的位置关系? 为什么?

解: 如图 29-2-4, 过点 C 作 $CD \perp AB$, 垂足为

D . 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中,

$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5(\text{cm}).$$

由三角形的面积公式, 并整理, 得

$$AC \cdot BC = AB \cdot CD.$$

从而

$$CD = \frac{AC \cdot BC}{AB} = \frac{3 \times 4}{5} = 2.4(\text{cm}).$$

即圆心 C 到斜边 AB 的距离 $d=2.4\text{ cm}$.

当 $r=2\text{ cm}$ 时, $d > r$, 斜边 AB 与 $\odot C$ 相离.

当 $r=2.4\text{ cm}$ 时, $d=r$, 斜边 AB 与 $\odot C$ 相切.

当 $r=3\text{ cm}$ 时, $d < r$, 斜边 AB 与 $\odot C$ 相交.

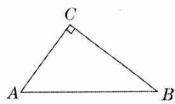


图 29-2-3

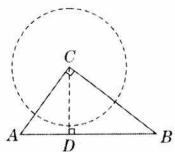


图 29-2-4

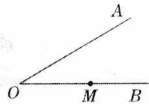
练习

1. 已知一个圆的直径为 10. 如果这个圆的圆心到一条直线的距离分别等于 3, 5, 6, 那么这条直线与这个圆的位置关系分别是怎样的?

所对应的 d 和 r 之间的数量关系.

(3) 反过来, 观察每种数量关系所对应的位置关系, 总结 d 和 r 之间的数量关系所对应的直线与圆的位置关系.

2. 如图, $\angle AOB=30^\circ$, M 为 OB 上一点, 且 $OM=6$ cm. 以点 M 为圆心画圆, 当其半径 r 分别等于 2 cm, 3 cm, 4 cm 时, 直线 OA 与 $\odot M$ 分别有怎样的位置关系? 为什么?



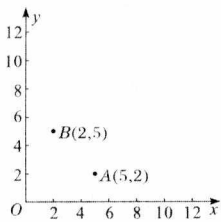
(第2题)



习题

A 组

1. 已知 $\odot O$ 的半径为 r , 圆心 O 到直线 l 的距离为 d . 如果直线 l 与 $\odot O$ 有公共点, 那么 d 与 r 的数量关系是怎样的?
2. 如图, 在直角坐标系中有 $A(5, 2)$ 和 $B(2, 5)$ 两点. 以点 A 为圆心、 AB 的长为半径画圆. 试确定 x 轴和 y 轴分别与 $\odot A$ 的位置关系.



(第2题)

B 组

1. 在等腰三角形 ABC 中, $\angle BAC=120^\circ$, $AB=AC=4$. 试确定以点 A 为圆心、2 为半径的圆与 BC 的位置关系.
2. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle B=30^\circ$, O 为 AB 上一点, $OA=m$, $\odot O$ 的半径 $r=\frac{1}{2}$. 在下列条件下, 分别求 m 的取值范围.
 - (1) AC 与 $\odot O$ 相离.
 - (2) AC 与 $\odot O$ 相切.
 - (3) AC 与 $\odot O$ 相交.

2. 当 $r=2$ cm 时, 直线 OA 与 $\odot M$ 相离; 当 $r=3$ cm 时, 直线 OA 与 $\odot M$ 相切; 当 $r=4$ cm 时, 直线 OA 与 $\odot M$ 相交.

习题

A 组

1. $d \leq r$.
2. 提示: 过点 A 作垂直于 y 轴的直线, 过点 B 作垂直于 x 轴的直线, 构造直角三角形, 利用勾股定理可求得 AB 的长为 $3\sqrt{2}$, 点 A 到 x 轴的距离为 2, 到 y 轴的距离为 5, 所以 x 轴与 $\odot A$ 相交, y 轴与 $\odot A$ 相离.

B 组

1. 相切.
2. (1) $m > \frac{\sqrt{3}}{3}$.
 (2) $m = \frac{\sqrt{3}}{3}$.
 (3) $0 \leq m < \frac{\sqrt{3}}{3}$.

