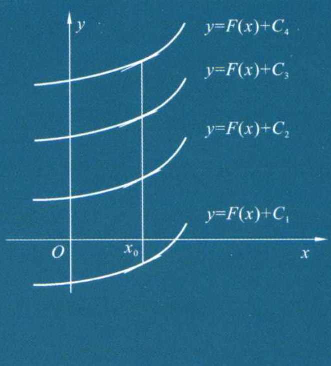
高等学校“十三五”规划教材

# 大学数学简明教程

Daxue Shuxue Jianming Jiaocheng

主编　朱建伟　朱智慧



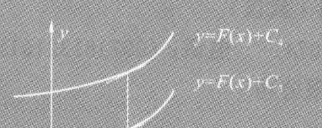

华中科技大学出版社
http://www.hustp.com

高等学校“十三五”规划教材

# 大学数学简明教程

Daxue Shuxue Jianming Jiaocheng

主　编　朱建伟　朱智慧
副主编　张　涛　杜厚维　洪云飞




華中科技大學出版社
http://www.hustp.com
中国·武汉

## 内容提要

本书根据目前普通高等院校数学课程教学(少学时)的要求,由多年从事数学教学的一线教师执笔编写,内容包括函数极限与连续、一元函数微分学、一元函数积分学、常微分方程、线性代数及概率论基础.每章均配备了适量的例题和习题.本书注重数学思想的介绍和基本逻辑思维的训练,从不同的侧面比较自然地引入数学的基本概念,适量给出一些相关的证明过程及求解过程.由于大学数学少学时的限制,在教材内容的选取与组织上做了适当的调整,本教材适合普通高等院校数学少学时的专业使用,也可供中专及高职层次的相关专业选用.参考学时120学时.

**图书在版编目(CIP)数据**

大学数学简明教程/朱建伟,朱智慧主编.—武汉:华中科技大学出版社,2016.8
ISBN 978-7-5680-2114-2

Ⅰ.①大… Ⅱ.①朱… ②朱… Ⅲ.①高等数学-高等学校-教材 Ⅳ.①O13

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第193124号

**大学数学简明教程**
Daxue Shuxue Jianming Jiaocheng

朱建伟　朱智慧　主编

策划编辑:袁　冲
责任编辑:史永霞
封面设计:孢　子
责任监印:朱　玢
出版发行:华中科技大学出版社(中国·武汉)
武昌喻家山　邮编:430074　电话:(027)81321913
录　　排:武汉正风天下文化发展有限公司
印　　刷:武汉市籍缘印刷厂
开　　本:787mm×1092mm　1/16
印　　张:20
字　　数:506千字
版　　次:2016年8月第1版第1次印刷
定　　价:39.00元

华中出版

# 前　言

在长期的高等数学教学中，我们一直关注大学少学时数学课程建设和教材建设．经过多年的教学实践，我们认为大学少学时数学不同于理、工科的高等数学，其目的主要在于引导学生掌握一些现代科学所必备的数学基础，学习一种理性思维的方式，提高大学生的数学修养和综合素质．基于这种认识，我们组织了多年从事一线教学的骨干教师编写了这本教材．

在本教材编写中，我们在保留传统高等数学教材结构严谨、逻辑清晰等风格的同时，积极吸收近年来高校教材改革的成功经验，努力做到例证适当、通俗易懂．本教材内容包括函数极限与连续、一元函数微分学、一元函数积分学、常微分方程、线性代数以及概率论基础，每章均配备了适量的习题．

由于本教材以大学数学少学时学生为对象，对内容的深度与广度都进行了筛选，所以在编写中，我们一方面以学生易于接受的形式来展开各章节的内容，另一方面也尽量注意到数学语言的逻辑性，保证教材的系统性和严谨性，便于教师的讲授和学生的学习．参加本教材编写工作的有以下教师：朱建伟（第 1，2，12，14 章）、朱智慧（第 5，6，7，10，11 章）、张涛（第 8，9 章）、杜厚维（第 3，4 章）、洪云飞（第 13、15 章）．本教材的编写还得到范远泽、呙林兵、唐关丽三位老师的支持和帮助，在此表示衷心的感谢！

陈忠教授审阅了本书，提出了许多宝贵意见和建议，谨此表示衷心的感谢！

由于我们水平有限，加上时间仓促，书中的疏漏、错误和不足之处在所难免，恳请各位专家、同行和广大读者指正．

编　者

2016 年 6 月

# 目　录

## 微积分部分

## 线性代数部分

## 概率论部分

# 微积分部分

# 第一章 函数极限与连续

初等数学的研究对象基本上是不变的量，而高等数学的研究对象是变化的量. 所谓函数关系就是变量之间的依赖关系，极限方法是研究变量的一种基本方法. 本章将介绍函数、极限和函数的连续性等基本概念，以及它们的一些性质.

## 第一节 函数的概念与基本性质

### 一、区间与邻域

设 $a$ 和 $b$ 都是实数，将满足不等式 $a<x<b$ 的所有实数组成的数集称为开区间，记作 $(a,b)$，即

$$(a,b)=\{x \mid a<x<b\},$$

$a$ 和 $b$ 称为开区间 $(a,b)$ 的端点，这里 $a\notin(a,b)$ 且 $b\notin(a,b)$.

类似地，称数集

$$[a,b]=\{x \mid a\leqslant x\leqslant b\}$$

为闭区间，$a$ 和 $b$ 称为闭区间 $[a,b]$ 的端点，这里 $a\in[a,b]$ 且 $b\in[a,b]$.

称数集

$$[a,b)=\{x \mid a\leqslant x<b\} \text{和} (a,b]=\{x \mid a<x\leqslant b\}$$

为半开半闭区间.

以上这些区间都称为有限区间. 数 $b-a$ 称为区间的长度. 此外，还有无限区间：

$$(-\infty,+\infty)=\{x \mid -\infty<x<+\infty\},$$
$$(-\infty,b]=\{x \mid -\infty<x\leqslant b\},$$
$$(-\infty,b)=\{x \mid -\infty<x<b\},$$
$$[a,+\infty)=\{x \mid a\leqslant x<+\infty\},$$
$$(a,+\infty)=\{x \mid a<x<+\infty\},$$

等等. 这里记号"$-\infty$"与"$+\infty$"分别表示"负无穷大"与"正无穷大".

而邻域是常用的一类数集. 设 $x_0$ 是一个给定的实数，$\delta$ 是某一正数，称数集

$$\{x \mid x_0-\delta<x<x_0+\delta\}$$

为点 $x_0$ 的 $\delta$ 邻域，记作 $U(x_0,\delta)$. 称点 $x_0$ 为这邻域的中心，$\delta$ 为这邻域的半径(见图 1-1).

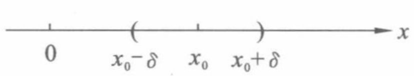



图 1-1

称$\{x \mid x\in U(x_0,\delta)$，且$x\neq x_0\}$为 $x_0$ 的去心 $\delta$ 邻域，记作$\mathring{U}(x_0,\delta)$，即

$$\mathring{U}(x_0,\delta)=\{x \mid 0<|x-x_0|<\delta\}.$$

把开区间$(x_0-\delta,x_0)$称为 $x_0$ 的左 $\delta$ 邻域，把开区间$(x_0,x_0+\delta)$称为 $x_0$ 的右 $\delta$ 邻域.

当不需要指出邻域的半径时，我们用$U(x_0)$，$\mathring{U}(x_0)$分别表示 $x_0$ 的某邻域和 $x_0$ 的某去心邻域.

一般用字母 $\mathbf{N}$ 表示全体正整数集合，$\mathbf{Z}$ 表示全体整数集合，$\mathbf{Q}$ 表示全体有理数集合，$\mathbf{R}$ 表示全体实数集合.另外，用 $\mathbf{R}^o$ 表示非零的实数集合，$\mathbf{R}^+$ 表示全体正实数集合.

## 二、函数的概念

函数是客观世界中变量之间的一种依赖关系.

**定义 1**　设 $A,B$ 是两个实数集，若对 $A$ 中的每个数 $x$，按照某种确定的法则 $f$，在 $B$ 中有唯一的一个数 $y$ 与之对应，则称 $f$ 是从 $A$ 到 $B$ 的一个函数，记作

$$y=f(x),x\in A.$$

其中 $x$ 称为自变量，$y$ 称为因变量，$f(x)$表示函数 $f$ 在 $x$ 处的函数值. $A$ 称为函数 $f$ 的定义域，记作 $D(f)$；称 $f(A)=\{y \mid y=f(x),x\in A\}$为函数 $f$ 的值域，记作 $R(f)$.

通常函数是指对应法则 $f$，但习惯上用“$y=f(x)$，$x\in A$”表示函数，此时应理解为“由对应关系 $y=f(x)$所确定的函数 $f$”.

函数概念有两个基本要素，即定义域和对应法则. 定义域表示使函数有意义的范围，即自变量的取值范围. 在实际问题中，可根据函数的实际意义来确定. 在理论研究中，若函数关系由数学公式给出，函数的定义域就是使数学表达式有意义的自变量 $x$ 的所有值构成的数集. 对应法则是函数的具体表现，即两个变量之间只要存在对应关系，它们之间就具有函数关系. 例如，气温曲线给出了气温随时间变化的对应关系，三角函数表列出了角度与三角函数值的对应关系. 因此，气温曲线和三角函数表表示的都是函数关系. 这种用曲线和列表给出函数的方法分别称为图示法和列表法. 但在理论研究中所遇到的函数多数由数学公式给出，称为公式法. 例如，初等数学中所学过的幂函数、指数函数、对数函数、三角函数与反三角函数都是用公式法表示的函数.

从几何上看，在平面直角坐标系中，点集

$$\{(x,y) \mid y=f(x),x\in D(f)\}$$

称为函数 $y=f(x)$的图像，如图 1-2 所示. 函数 $y=f(x)$的图像通常是一条曲线，$y=f(x)$也称为这条曲线的方程. 这样，函数的一些特性常常可借助于几何直观地发现；相反，一些几何问题，有时也可借助于函数来做理论探讨.

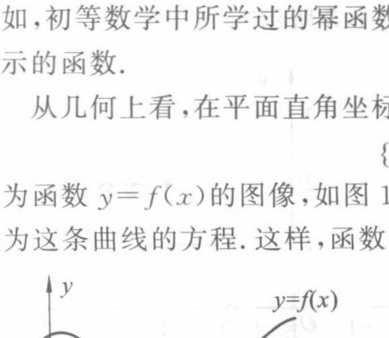


图 1-2

现在我们举一个具体函数的例子.

**例 1**　求函数 $y=\sqrt{9-x^2}+\dfrac{1}{\sqrt{x-1}}$的定义域.

**解**　要使数学式子有意义，$x$ 必须满足

$$\begin{cases}9-x^2\geqslant 0,\\ x-1>0,\end{cases}$$

即

$$\begin{cases} |x| \leqslant 3, \\ x > 1. \end{cases}$$

由此，有

$$1 < x \leqslant 3,$$

因此函数的定义域为$(1,3]$.

有时一个函数在其定义域的不同子集上要用不同的表达式来表示对应法则，称这种函数为**分段函数**. 下面给出一些今后常用的分段函数.

**例 2**　绝对值函数

$$y = |x| = \begin{cases} x, & x \geqslant 0, \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

的定义域 $D(f) = (-\infty, +\infty)$，值域 $R(f) = [0, +\infty)$，如图 1-3 所示.

**例 3**　符号函数

$$y = \operatorname{sgn} x = \begin{cases} -1, & x < 0, \\ 0, & x = 0, \\ 1, & x > 0 \end{cases}$$

的定义域 $D(f) = (-\infty, +\infty)$，值域 $R(f) = \{-1, 0, 1\}$，如图 1-4 所示.

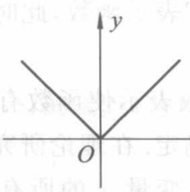



**图 1-3**

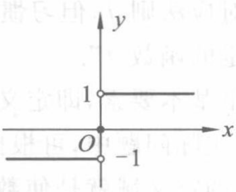



**图 1-4**

**例 4**　取整函数 $y = [x]$，其中 $[x]$ 表示不超过 $x$ 的最大整数. 例如，$\left[-\dfrac{1}{3}\right] = -1$，$[0] = 0$，$[\sqrt{2}] = 1$，$[\pi] = 3$，等等. 函数 $y = [x]$ 的定义域 $D(f) = (-\infty, +\infty)$，值域 $R(f) = \mathbf{Z}$. 一般地，$y = [x] = n$，$n \leqslant x < n+1$，$n = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots$，如图 1-5 所示.

## 三、复合函数与反函数

**定义 2**　设函数 $y = f(u)$ 的定义域为 $D(f)$，值域为 $R(f)$；而函数 $u = g(x)$ 的定义域为 $D(g)$，值域为 $R(g)$，且 $R(g) \subseteq D(f)$，则对任意的 $x \in D(g)$，通过函数 $u = g(x)$ 都有唯一的 $u \in R(g) \subseteq D(f)$ 与 $x$ 对应，再通过 $y = f(u)$ 又有唯一的 $y \in R(f)$ 与 $u$ 对应. 这样，对任意 $x \in D(g)$，通过 $u$，都有唯一的 $y \in R(f)$ 与之对应. 因此 $y$ 是 $x$ 的函数，称这个函数为 $y = f(u)$ 与 $u = g(x)$ 的复合函数，记作

$$y = (f \cdot g)(x) = f[g(x)], x \in D(g),$$

$u$ 称为中间变量.

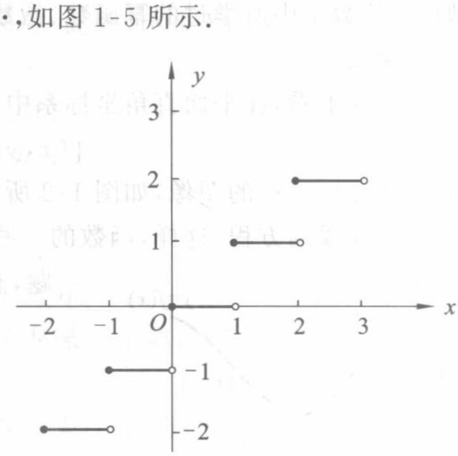



**图 1-5**

两个函数的复合也可推广到多个函数复合的情形.

例如，幂函数 $y=x^{\mu}=a^{\mu\log_a x}(a>0$ 且 $a\neq1)$ 可看成由指数函数 $y=a^{u}$ 与 $u=\mu\log_a x$ 复合而成. 又形如 $y=u(x)^{v(x)}(u(x)>0)=a^{v(x)\log_a u(x)}(a>0$ 且 $a\neq1)$ 的函数称为幂指函数，它可看成由 $y=a^{w}$ 与 $w=v(x)\log_a u(x)$ 复合而成.

**例 5**　设 $f(x)=\dfrac{x}{x+1}(x\neq-1)$，求 $f[f(x)]$.

**解**　令 $y=f(u)$，$u=f(x)$，则 $f[f(x)]$ 是通过 $u$ 复合而成的复合函数，

$$y=f(u)=\frac{u}{u+1}=\frac{\frac{x}{x+1}}{\frac{x}{x+1}+1}=\frac{x}{2x+1}\left(x\neq-1,\ -\frac{1}{2}\right).$$

**定义 3**　设 $y=f(x)$ 是从 $A$ 到 $B$ 的一个函数，若对每个 $y\in B$，有唯一的 $x\in A$，使 $y=f(x)$，则称 $x$ 也是 $y$ 的函数，记作 $f^{-1}$，即 $x=f^{-1}(y)$，并称它为函数 $y=f(x)$ 的反函数，而 $y=f(x)$ 也称为反函数 $x=f^{-1}(y)$ 的直接函数.

从几何上看，函数 $y=f(x)$ 与其反函数 $x=f^{-1}(y)$ 有同一图像. 但人们习惯上用 $x$ 表示自变量，$y$ 表示因变量，因此反函数 $x=f^{-1}(y)$ 常记成 $y=f^{-1}(x)$. 今后，我们称 $y=f^{-1}(x)$ 为 $y=f(x)$ 的反函数. 此时，由于对应关系 $f^{-1}$ 未变，只是自变量与因变量交换了记号，因此反函数 $y=f^{-1}(x)$ 与直接函数 $y=f(x)$ 的图像关于直线 $y=x$ 对称，如图 1-6 所示.

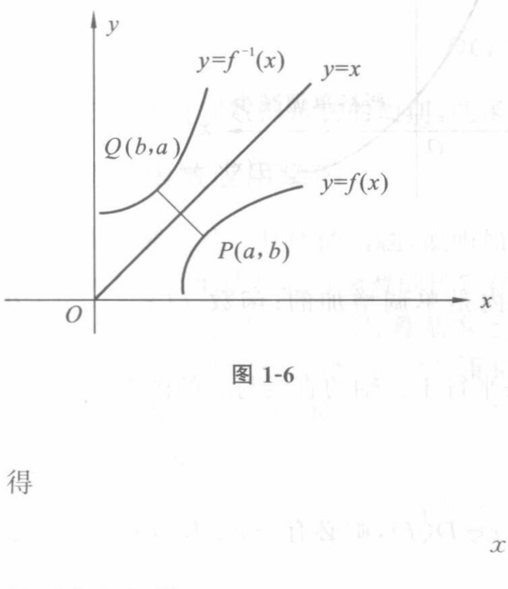



图 1-6

值得注意的是，并不是所有函数都存在反函数，例如函数 $y=x^2$ 的定义域为 $(-\infty,+\infty)$，值域为 $[0,+\infty)$，但对每一个 $y\in(0,+\infty)$，有两个 $x$ 值即 $x_1=\sqrt{y}$ 和 $x_2=-\sqrt{y}$ 与之对应，因此 $x$ 不是 $y$ 的函数，从而 $y=x^2$ 不存在反函数. 事实上，若 $f$ 是单调的函数，则 $f$ 存在反函数 $f^{-1}$.

**例 6**　设函数 $f(x)=\dfrac{x-1}{x}(x\neq0)$，求 $f^{-1}(x)$.

**解**　由

$$y=f(x)=\frac{x-1}{x}$$

得

$$x=\frac{1}{1-y}(y\neq1).$$

故所求反函数

$$f^{-1}(x)=\frac{1}{1-x}(x\neq1).$$

## 四、函数的几种特性

### 1. 函数的有界性

设函数 $f(x)$ 的定义域为 $D(f)$，若存在某个常数 $L$，使得对任一 $x\in D(f)$，都有

$$f(x)\leqslant L(\text{或 } f(x)\geqslant L),$$

则称函数 $f(x)$ 在 $D(f)$ 上有**上界**（或有**下界**），常数 $L$ 称 $f(x)$ 在 $D(f)$ 上的上界（或下界），否则称 $f(x)$ 在 $D(f)$ 上无上界（或无下界）.

若函数 $f(x)$ 在 $D(f)$ 上既有上界又有下界，则称 $f(x)$ 在 $D(f)$ 上有界，否则称 $f(x)$ 在 $D(f)$ 上无界.

容易看出，函数 $f(x)$ 在 $D(f)$ 上有界的充分必要条件是：存在常数 $M>0$，使得对任意 $x\in D(f)$，都有

$$|f(x)|\leqslant M.$$

例如，函数 $y=\sin x$ 在其定义域 $(-\infty,+\infty)$ 内是有界的，因为对任意 $x\in(-\infty,+\infty)$ 都有 $|\sin x|\leqslant 1$，函数 $y=\dfrac{1}{x}$ 在 $(0,1)$ 内无上界，但有下界.

从几何上看，有界函数的图像界于直线 $y=\pm M$ 之间.

**2. 函数的单调性**

设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 $D(f)$，若对 $D(f)$ 中的任意两数 $x_1,x_2\,(x_1<x_2)$，恒有

$$f(x_1)<f(x_2)\ (\text{或 } f(x_1)>f(x_2)),$$

则称函数 $y=f(x)$ 在 $D(f)$ 上是单调增加（或单调减少）的. 单调增加或单调减少的函数统称为单调函数，如图 1-7 所示.

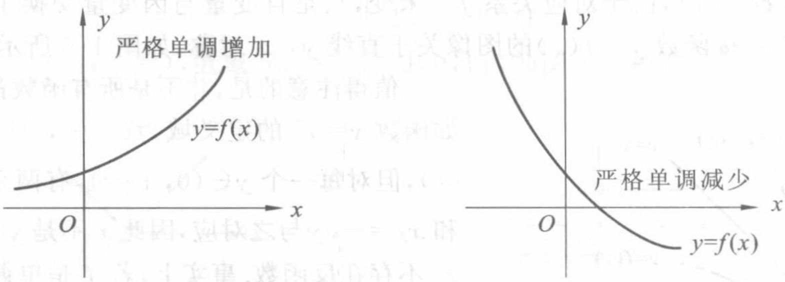



**图 1-7**

例如，函数 $f(x)=x^3$ 在其定义域 $(-\infty,+\infty)$ 内是单调增加的；函数 $f(x)=\cot x$ 在 $(0,\pi)$ 内是单调减少的.

从几何上看，若 $y=f(x)$ 是单调函数，则任意一条平行于 $x$ 轴的直线与它的图像最多交于一点，因此 $y=f(x)$ 有反函数.

**3. 函数的奇偶性**

设函数 $f(x)$ 的定义域 $D(f)$ 关于原点对称，即若 $x\in D(f)$，则必有 $-x\in D(f)$. 若对任意的 $x\in D(f)$，都有

$$f(-x)=-f(x)\ (\text{或 } f(-x)=f(x)),$$

则称 $f(x)$ 是 $D(f)$ 上的奇函数（或偶函数）.

奇函数的图像对称于坐标原点，偶函数的图像对称于 $y$ 轴，如图 1-8 所示.

**例 7** 讨论函数 $f(x)=\ln(x+\sqrt{1+x^2})$ 的奇偶性.

**解** 函数 $f(x)$ 的定义域 $(-\infty,+\infty)$ 是对称区间，因为

$$f(-x)=\ln(-x+\sqrt{1+x^2})=\ln\frac{1}{x+\sqrt{1+x^2}}$$

$$=-\ln(x+\sqrt{1+x^2})=-f(x),$$

所以，$f(x)$ 是 $(-\infty,+\infty)$ 上的奇函数.

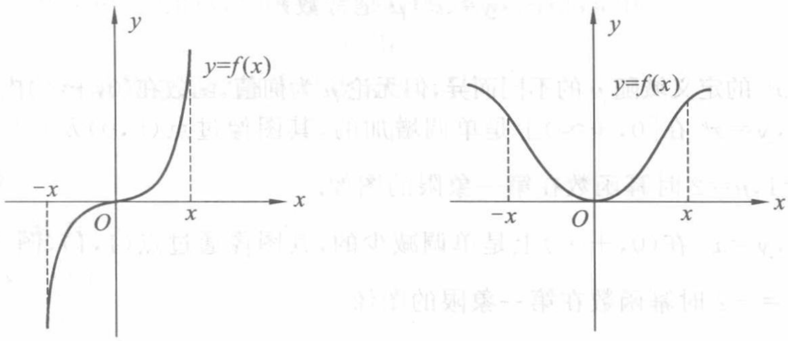



图 1-8

#### 4. 函数的周期性

设函数 $f(x)$的定义域为 $D(f)$,若存在一个不为零的常数 $T$,使得对任意 $x\in D(f)$,有 $(x\pm T)\in D(f)$,且 $f(x+T)=f(x)$,则称 $f(x)$为周期函数,其中使上式成立的常数 $T$ 称为 $f(x)$的周期.通常,函数的周期是指使上式成立的最小正数 $T$,称为最小正周期.

例如,函数 $f(x)=\sin x$ 的周期为 $2\pi$,$f(x)=\tan x$ 的周期是 $\pi$.

并不是所有函数都有最小正周期,例如,狄利克雷函数

$$D(x)=\begin{cases}1, & x\text{ 为有理数},\\ 0, & x\text{ 为无理数}.\end{cases}$$

任意正有理数都是它的周期,此函数没有最小正周期.

## 五、函数应用举例

本段通过几个具体的问题,说明如何建立函数关系式.

**例 8** 火车站收取行李费的规定如下:当行李不超过 50 千克时,按基本运费计算.如从上海到某地每千克以 0.15 元计算基本运费,当超过 50 千克时,超重部分按每千克 0.25 元收费.试求上海到该地的行李费 $y$(元)与重量 $x$(千克)之间的函数关系式,并画出函数的图像.

**解** 当 $0<x\leqslant 50$ 时,$y=0.15x$;当 $x>50$ 时,$y=0.15\times 50+0.25(x-50)$.
所以函数关系式为

$$y=\begin{cases}0.15x, & 0<x\leqslant 50;\\ 7.5+0.25(x-50), & x>50.\end{cases}$$

这是一个分段函数,其图像如图 1-9 所示.

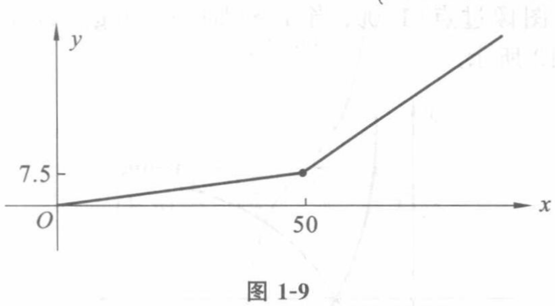



图 1-9

## 六、基本初等函数

在中学数学里已有较详细介绍的幂函数、指数函数、对数函数、三角函数、反三角函数统称为基本初等函数.它们是研究各种函数的基础.为了读者学习的方便,下面我们再对这几类函数做一简单介绍.

#### 1. 幂函数

函数

$$y=x^{\mu}（\mu \text{ 是常数}）$$

称为幂函数.

幂函数 $y=x^{\mu}$ 的定义域随 $\mu$ 的不同而异，但无论 $\mu$ 为何值，函数在 $(0,+\infty)$ 内总是有定义的.

当 $\mu>0$ 时，$y=x^{\mu}$ 在 $[0,+\infty)$ 上是单调增加的，其图像过点 $(0,0)$ 及点 $(1,1)$，图 1-10 列出了 $\mu=\frac{1}{2}$，$\mu=1$，$\mu=2$ 时幂函数在第一象限的图像.

当 $\mu<0$ 时，$y=x^{\mu}$ 在 $(0,+\infty)$ 上是单调减少的，其图像通过点 $(1,1)$，图 1-11 列出了 $\mu=-\frac{1}{2}$，$\mu=-1$，$\mu=-2$ 时幂函数在第一象限的图像.

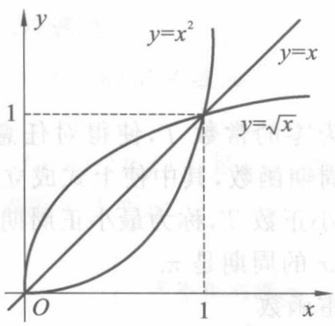



图 1-10

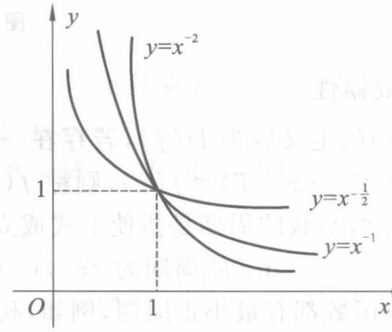



图 1-11

**2. 指数函数**

函数

$$y=a^{x}（a \text{ 是常数且 } a>0, a\neq 1）$$

称为指数函数.

指数函数 $y=a^{x}$ 的定义域是 $(-\infty,+\infty)$，图像通过点 $(0,1)$，且总在 $x$ 轴上方.

当 $a>1$ 时，$y=a^{x}$ 是单调增加的；当 $0<a<1$ 时，$y=a^{x}$ 是单调减少的，如图 1-12 所示.

以常数 $e=2.71828182\cdots$ 为底的指数函数 $y=e^{x}$ 是最常用的指数函数.

**3. 对数函数**

指数函数 $y=a^{x}$ 的反函数，记作

$$y=\log_{a}x \quad (a>0, a\neq 1),$$

称为对数函数.

对数函数 $y=\log_{a}x$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，图像过点 $(1,0)$. 当 $a>1$ 时，$y=\log_{a}x$ 单调增加；当 $0<a<1$ 时，$y=\log_{a}x$ 单调减少，如图 1-13 所示.

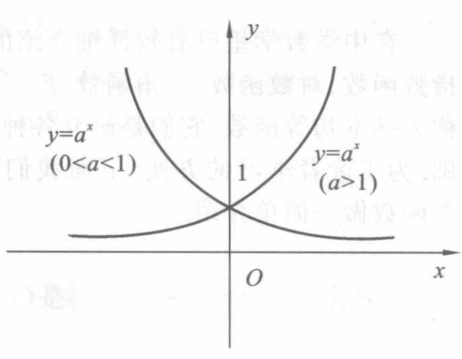



图 1-12

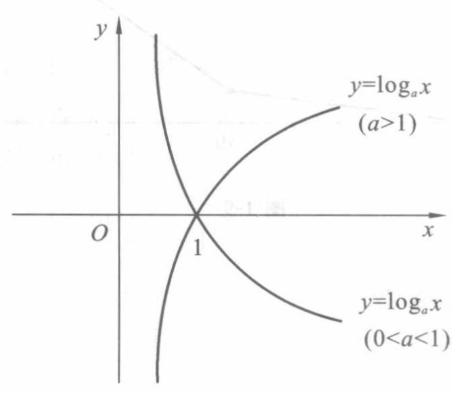



图 1-13

科学技术中常用以 e 为底的对数函数,称为自然对数函数,记作

$$y=\ln x.$$

另外,以 10 为底的对数函数也是常用的对数函数,记作

$$y=\lg x.$$

**4. 三角函数**

常用的三角函数有

正弦函数　$y=\sin x$;

余弦函数　$y=\cos x$;

正切函数　$y=\tan x$;

余切函数　$y=\cot x$,

其自变量一般以弧度作单位来表示.

它们的图像如图 1-14、图 1-15、图 1-16 和图 1-17 所示,分别称为正弦曲线、余弦曲线、正切曲线和余切曲线.

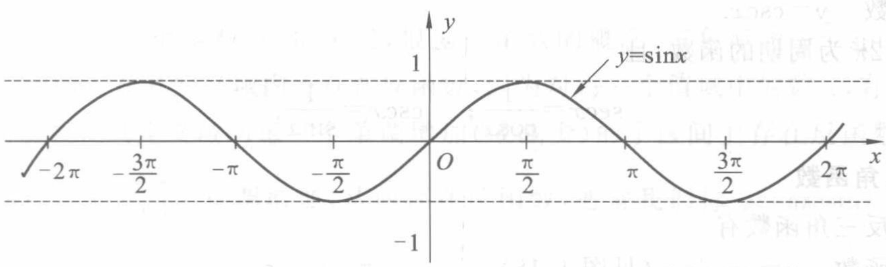



**图 1-14**

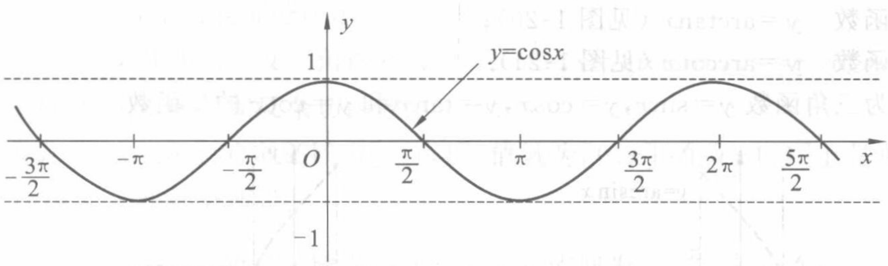



**图 1-15**

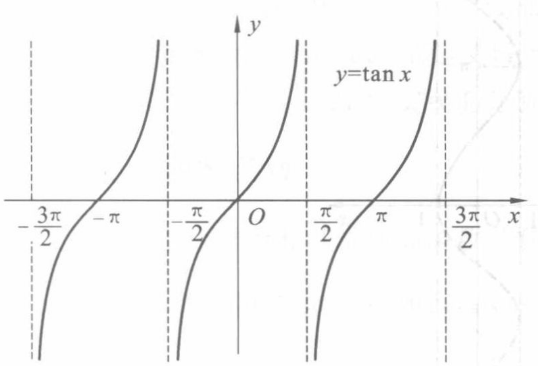



**图 1-16**

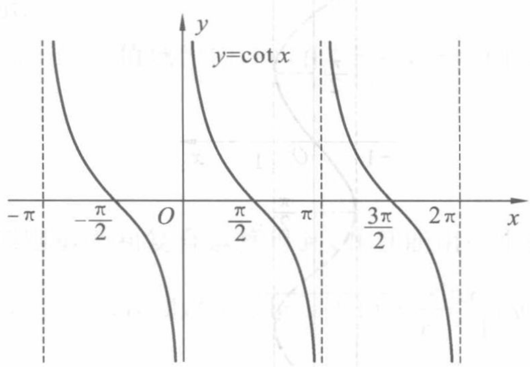



**图 1-17**

正弦函数和余弦函数都是以 $2\pi$ 为周期的函数,它们的定义域都为 $(-\infty,+\infty)$,值域都为 $[-1,1]$. 正弦函数是奇函数,余弦函数是偶函数.

由于 $\cos x=\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$，所以，把正弦曲线 $y=\sin x$ 沿 $x$ 轴向左移动 $\frac{\pi}{2}$ 个单位，就获得余弦曲线 $y=\cos x$.

正切函数 $y=\tan x=\frac{\sin x}{\cos x}$ 的定义域为

$$D(f)=\{x\,|\,x\in\mathbf{R},x\neq(2n+1)\frac{\pi}{2},n\in\mathbf{Z}\}.$$

余切函数 $y=\cot x=\frac{\cos x}{\sin x}$ 的定义域为

$$D(f)=\{x\,|\,x\in\mathbf{R},x\neq n\pi,n\in\mathbf{Z}\}.$$

正切函数和余切函数的值域都是 $(-\infty,+\infty)$，且它们都是以 $\pi$ 为周期的函数，它们都是奇函数.

另外，常用的三角函数还有

正割函数　$y=\sec x$；

余割函数　$y=\csc x$.

它们都是以 $2\pi$ 为周期的函数，且

$$\sec x=\frac{1}{\cos x};\quad \csc x=\frac{1}{\sin x}.$$

### 5. 反三角函数

常用的反三角函数有

反正弦函数　$y=\arcsin x$（见图 1-18）；

反余弦函数　$y=\arccos x$（见图 1-19）；

反正切函数　$y=\arctan x$（见图 1-20）；

反余切函数　$y=\operatorname{arccot} x$（见图 1-21）.

它们分别称为三角函数 $y=\sin x$，$y=\cos x$，$y=\tan x$ 和 $y=\cot x$ 的反函数.

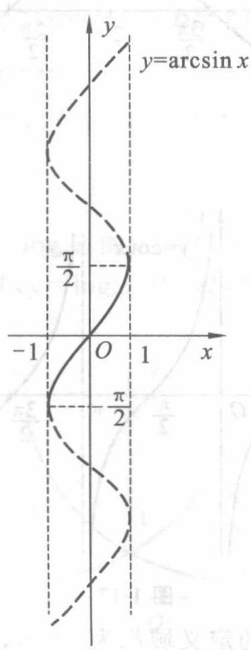



图 1-18

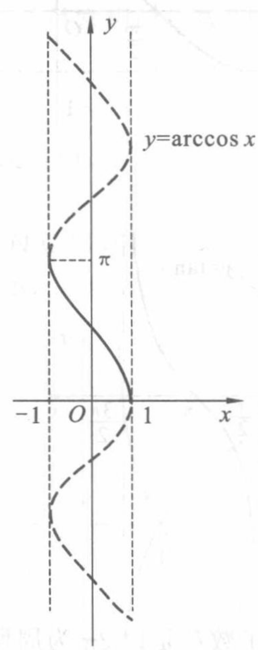



图 1-19