目　　录

下　册　内　容

第一章　直流电路

内　容　提　要

一、欧姆定律

1．电流　在1秒间有1库仑〔C〕的电荷通过导体截面时，则称为通过1安培〔A〕的电流。即电流I〔A〕为电荷Q与时间的变化比率。

$$I=\frac{dQ}{dt}\text{〔A〕} \tag{1-1}$$

不随时间变化的电流称为直流。

2．欧姆定律　导体通过的电流与导体所加的电位差（电压）成正比。今设电流为I〔A〕，电压为E〔V〕时，则

$$\left.\begin{aligned}E&=IR\text{〔V〕}\\ \text{或}\quad I&=\frac{E}{R}\text{〔A〕}\end{aligned}\right\} \tag{1-2}$$

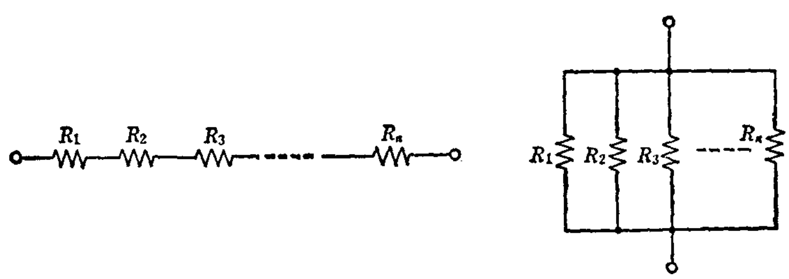
将这种关系称为欧姆定律。此比例常数R称为电阻，单位为欧姆〔Ω〕。式（1-2）表示在电阻R〔Ω〕的导体通过电流I〔A〕时，导体两端产生IR〔V〕的电压降，或者说，在电阻R加电压E时，通过的电流为I。

电阻R的倒数为电导G。

$$G=\frac{1}{R}\text{〔S〕} \tag{1-3}$$

单位为西门子〔S〕或姆欧〔℧〕。

3．电阻的联接　电阻的基本联接方法如图1-1所示。图（a）是将电阻一个接一个地首、尾相连接，称为串联。将电阻R_1、R_2、……R_n串联时，设其合成电阻为R_0，则



（a）串联　　　　（b）并联

图 1-1　电阻的联接

$$R_0=R_1+R_2+\cdots\cdots+R_n=\sum_{k=1}^{n}R_k \tag{1-4}$$

又如图（b）将各电阻并列连接的方法，称为并联，其合成电阻R_0及合成电导G_0如下。

$$R_0=\cfrac{1}{\cfrac{1}{R_1}+\cfrac{1}{R_2}+\cdots\cdots+\cfrac{1}{R_n}}$$

$$=R_1/\!/R_2/\!/\cdots\cdots/\!/R_n \text{❶} \tag{1-5}$$

$$G_0=\frac{1}{R_0}=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{R_k}=\sum_{k=1}^{n}G_k \tag{1-6}$$

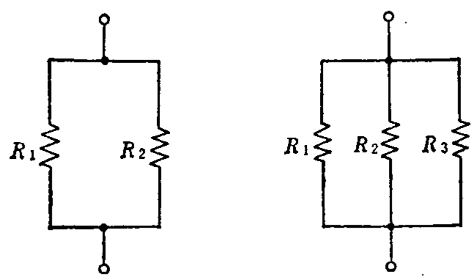
如图1-2（a）两个电阻R_1、R_2并联是并联的最基本的情况，特别重要。其合成电阻R_0为

$$R_0=\cfrac{1}{\cfrac{1}{R_1}+\cfrac{1}{R_2}}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2} \tag{1-7}$$

如图（b）三个电阻R_1、R_2、R_3并联时，

$$R_0=\cfrac{1}{\cfrac{1}{R_1}+\cfrac{1}{R_2}+\cfrac{1}{R_3}}$$

$$=\frac{R_1R_2R_3}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1} \tag{1-8}$$



（a）两个电阻的并联　　（b）三个电阻的并联

图 1-2　简单并联之例

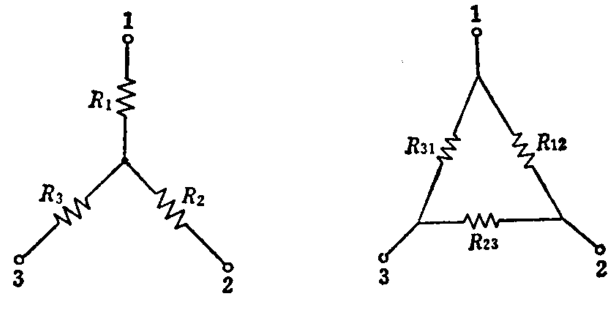
4．电阻的Y联接与Δ联接　图1-3的（a）、（b）为Y联接和Δ联接。这两个电路的各电阻间有下列关系时，则这两个电路为等值电路。

$$\left.\begin{aligned}R_1&=\frac{R_{12}R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}\\R_2&=\frac{R_{12}R_{23}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}\\R_3&=\frac{R_{23}R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}\end{aligned}\right\} \tag{1-9}$$

❶ //为表示并联的符号。

或

$$\left.\begin{aligned} R_{12}&=\frac{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}{R_3} \\ R_{23}&=\frac{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}{R_1} \\ R_{31}&=\frac{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}{R_2} \end{aligned}\right\} \tag{1-10}$$



（a）Y联接　　（b）Δ联接

图 1-3　电阻的Y联接与Δ联接

二、基尔霍夫定律

5．基尔霍夫定律　电路中导线的联接点称为节点，节点间的电路称为支路。在电路内电流守恒定律和欧姆定律成立时，则有下列的基尔霍夫定律成立。

（1）第一定律（电流连续定律）　在电路中任意节点，设流入电流为正，流出电流为负时，这些电流的代数和等于零。在图1-4的例中，流入电流为 I_1，I_3，I_5，流出电流为I_2，I_4，故

$$I_1-I_2+I_3-I_4+I_5=0$$

一般

$$\Sigma I_k=0 \tag{1-11}$$

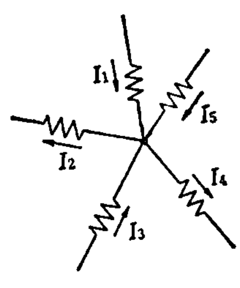


图 1-4

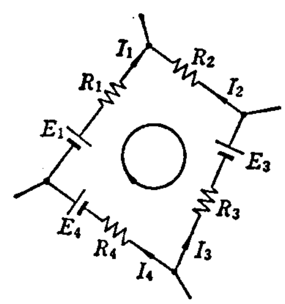


图 1-5

（2）第二定律（电压平衡定律）　在电路中的任意闭回路，同一方向的所有电势和电压降相加等于零。在图1-5的例中，取闭回路中箭头所示的时针方向为正，则

$$E_1-R_1I_1+R_2I_2-E_3+R_3I_3-R_4I_4+E_4=0$$

一般表示为

$$\Sigma E_k-\Sigma I_l R_l=0 \tag{1-12}$$

6．支路电流法与回路电流法　分析电路时，有下列两种方法。

（1）支路电流法　先假定各支路的电流，然后应用基尔霍夫第一定律、第二定律求各支路电流。

（2）回路电流法　先假定独立闭回路一周的回路电流（闭路电流），然后在各回路应用第二定律。这种方法不用第一定律。但各支路所通过的实际电流为该部分所通过回路

电流的代数和。

7. 分流定律 在电阻 R_1、R_2的并联电路通以总电流 I 时，各电阻所通过的电流与电阻值成反比分配。在图1-6的例中，

$$I_1=\frac{R_2}{R_1+R_2}I,\quad I_2=\frac{R_1}{R_1+R_2}I \tag{1-13}$$

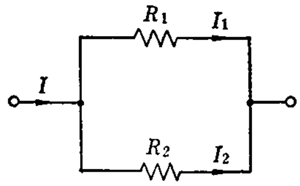


图 1-6

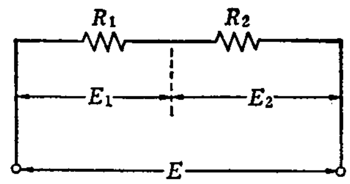


图 1-7

8. 分压定律 在串联的 R_1、R_2 加电压E时，各电阻所产生的电压降与电阻值成正比分配。在图1-7的例中为

$$E_1=\frac{R_1}{R_1+R_2}E,\quad E_2=\frac{R_2}{R_1+R_2}E \tag{1-14}$$

9. 电桥电路 图 1-8 的电路称为惠斯登电桥，用于测量电阻。调整已知电 阻 R_1、R_2、R_3时，即使闭合开关 S，在检流计G也不通过电流，此时称为平衡状态。所谓平衡状态，就是检流计的两端为同电位的状态。因此，通过 R_1的电流也通过 R_3，通过 R_2的电流也通过R_4。换句话说，就是AC与AD间的电位差相等，BC与BD间的电位差相等。所以，

$$R_1I_1=R_2I_2 \quad 及 \quad R_3I_1=R_4I_2$$

由此得

$$\frac{R_1}{R_3}=\frac{R_2}{R_4} \quad 或 \quad R_1R_4=R_2R_3 \tag{1-15}$$

此关系称为电桥的平衡条件。成为平衡状态时，从式(1-15)可知未知电阻R_4的值。

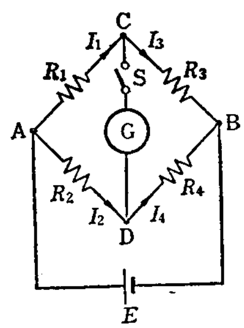


图 1-8

10. 关于直流的线圈和电容器的作用

（1）线圈的作用 如图1-9所示，在电感为L〔H〕的线圈通以电流 I〔A〕时，产生与线圈交链的磁通Φ，其大小为

$$\Phi=LI〔\mathrm{Wb}〕 \tag{1-16}$$

此时，在线圈贮存的磁能w_m如下。

$$w_m=\frac{1}{2}LI^2=\frac{1}{2}I\Phi〔\mathrm{J}〕 \tag{1-17}$$

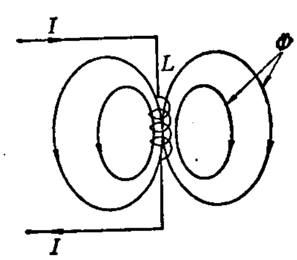


图 1-9

线圈对直流因没有电阻部分，所以在L的两端不产生电位差。

（2）电容器的作用 如图1-10所示在电容为C〔F〕的电容器加电压E〔V〕时，则电容器贮存

$$Q=CE〔\mathrm{C}〕 \tag{1-18}$$

的电荷，在C的两端产生电压E并与外加电压E平衡。

此时在电容器C贮存的静电能w_s如下。

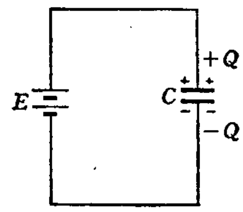


图 1-10

$$w_s=\frac{1}{2}CE^2=\frac{1}{2}\ EQ=\frac{1}{2}\ \frac{Q^2}{C}[\mathrm{J}] \tag{1-19}$$

11．电池　电池是根据化学作用，使电极间产生电位差的东西，不通过电流时在电极间产生的电位差称为电势。电池也有微小的电阻，称为内电阻。在电势E，内电阻为r的电池通过电流I时，在电池的两端产生$E-Ir$的电位差，此电位差随着电流I的变化而变化。这样的电池并不是理想的定势电源，实际上，可以作为定势电源E与内电阻r的串联电路来处理。另外，在电源输出电流一定时，作为有并联内电阻的定流电源考虑比较方便。

12．电池的联接　电势为E，内电阻为r的m个电池串联时，其合成电势为mE，合成内电阻为mr。n个电池并联时，其合成电势为E，合成内电阻为$\frac{r}{n}$。另外，将m个电池串联以后，再并联成n个时，则合成电势为mE，合成内电阻为$\frac{mr}{n}$。

三、电功率与焦耳热

13．电功率与电能　电流为电荷的移动，有电流就要做功。由电压E[V]使电荷Q[C]移动时所做的功为EQ，故此时电流$I\left(=\frac{dQ}{dt}\right)$在单位时间所做的功为$P$时，则

$$P=\frac{d}{dt}(EQ)=E\frac{dQ}{dt}=EI[\mathrm{W}] \tag{1-20}$$

此P称为电功率，其单位为瓦[W]。即电能以每秒P[W]的比率转化为热能或其他能量。根据欧姆定律，上式电功率P可写成下式

$$P=EI=I^2R=\frac{E^2}{R}[\mathrm{W}] \tag{1-21}$$

此电功率既是电源供给电路的能量，同时也是电路所消耗的能量。

在时间t内所做的功为Pt，称为电能。其实用单位用1瓦时[Wh]$=3.6\times10^3$[焦耳]或1千瓦时[kWh]表示。

14．焦耳定律　在电阻R[Ω]的导体中，t秒间通过的电流为I[A]时，则导体中产生的发热量为

$$H=I^2Rt[\mathrm{J}] \tag{1-22}$$

将此关系称为焦耳定律，这个热量称为焦耳热。单位焦耳〔J〕为在1〔Ω〕的电阻1秒间通过1〔A〕的电流时所发生的热量，与卡的关系如下。

$$1〔\mathrm{J}〕=0.2389〔\mathrm{cal}〕\doteqdot 0.24〔\mathrm{cal}〕 \tag{1-23}$$

$$1〔\mathrm{kWh}〕=3.6\times10^{6}〔\mathrm{J}〕\doteqdot 860〔\mathrm{kcal}〕 \tag{1-24}$$

15．电阻系数 均质导体的电阻值R〔Ω〕，与其长度l〔m〕成正比，与截面积S〔m^2〕成反比。

$$R=\frac{\rho l}{S}〔\Omega〕 \tag{1-25}$$

此比例常数ρ称为电阻系数或固有电阻，是根据材质和温度决定的常数。

设t_0〔°C〕及t〔°C〕的电阻各为R_0、R，在$t-t_0$不很大时，则有下列的近似关系。

$$R=R_0\{1+\alpha(t-t_0)\}〔\Omega〕 \tag{1-26}$$

此α为t_0〔℃〕时电阻的温度系数。

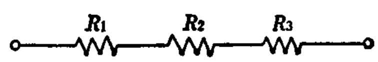
问　　题

1．求三个电阻$R_1=1$〔Ω〕，$R_2=2$〔Ω〕，$R_3=3$〔Ω〕的各种联接方法的合成电阻R_0。

解

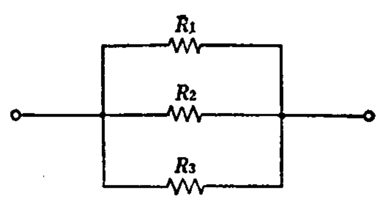
（1）串联

$$R_0=R_1+R_2+R_3=1+2+3$$
$$=6〔\Omega〕$$

(1) 

（2）并联

$$R_0=\frac{1}{\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}+\dfrac{1}{R_3}}$$
$$=\frac{R_1R_2R_3}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}$$
$$=\frac{1\times2\times3}{1\times2+2\times3+3\times1}$$
$$=\frac{6}{2+6+3}=\frac{6}{11}=5.45〔\Omega〕$$

(2) 

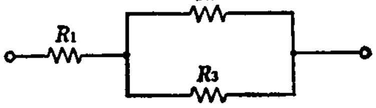
（3）串并联

$$R_0=R_1+\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}=1+\frac{2\times3}{2+3}$$
$$=1+\frac{6}{5}=2.2〔\Omega〕$$

(3)

（4）

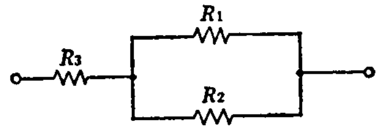
$$R_0=R_2+\frac{R_1R_3}{R_1+R_3}=2+\frac{1\times3}{1+3}$$
$$=2+\frac{3}{4}=2.75〔\Omega〕$$

(4) 

(5) $$R_0=R_3+\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=3+\frac{1\times2}{1+2}$$

$$=3+\frac{2}{3}=3.67[\Omega]$$

(5)

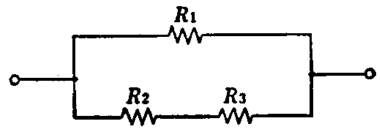


(6) $$R_0=\frac{R_1(R_2+R_3)}{R_1+R_2+R_3}$$

$$=\frac{1\times(2+3)}{1+2+3}=\frac{5}{6}$$

$$=0.833[\Omega]$$

(6)

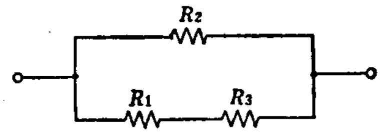


(7) $$R_0=\frac{R_2(R_1+R_3)}{R_1+R_2+R_3}$$

$$=\frac{2\times(1+3)}{1+2+3}=\frac{8}{6}$$

$$=1.33[\Omega]$$

(7)



(8) $$R_0=\frac{R_3(R_1+R_2)}{R_1+R_2+R_3}$$

$$=\frac{3\times(1+2)}{1+2+3}=\frac{9}{6}$$

$$=1.5[\Omega]$$

(8)

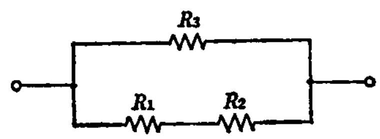


图 1-11

2．两个以上电阻并联时，(1) 试证明其合成电阻比这些电阻中最小的还要小；(2) 电阻值完全相等的 n 个电阻并联时，其合成电阻如何？

解 (1) n 个电阻的电阻值从小的开始其顺序为 R_1，R_2，R_3，……，R_n时，合成电阻R_0如下。

$$R_0=\frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\cdots\cdots+\frac{1}{R_n}}=\frac{R_1}{1+\frac{R_1}{R_2}+\frac{R_1}{R_3}+\cdots\cdots+\frac{R_1}{R_n}}<R_1$$

即合成电阻 R_0比最小的电阻值 R_1还小。

(2) 因$R_1=R_2=R_3=\cdots\cdots=R_n$

故 $$R_0=\frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\cdots\cdots+\frac{1}{R_n}}=\frac{1}{\frac{n}{R_1}}=\frac{R_1}{n}$$

合成电阻为各电阻的$\frac{1}{n}$倍。因此，两个相等的电阻并联时，其合成电阻为每个电阻的$\frac{1}{2}$，三个电阻并联时，其合成电阻为每个电阻的$\frac{1}{3}$。

3．求图1-12电路的合成电阻，与开关 S 的开闭无关的条件。

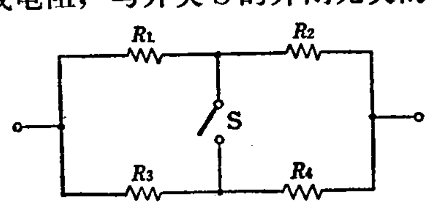


图 1-12

解　开关S打开时，R_1+R_2与R_3+R_4为并联，故

$$合成电阻R_0=\frac{(R_1+R_2)(R_3+R_4)}{(R_1+R_2)+(R_3+R_4)}$$

S闭合时，为R_1与R_3，R_2与R_4两个并联电路的串联，故

$$合成电阻\ R_0=\frac{R_1R_3}{R_1+R_3}+\frac{R_2R_4}{R_2+R_4}=\frac{(R_1+R_3)R_2R_4+(R_2+R_4)R_1R_3}{(R_1+R_3)(R_2+R_4)}$$

依题意

$$\frac{(R_1+R_2)(R_3+R_4)}{(R_1+R_2)+(R_3+R_4)}=\frac{(R_1+R_3)R_2R_4+(R_2+R_4)R_1R_3}{(R_1+R_3)(R_2+R_4)}$$

$$\therefore\ (R_1+R_2)(R_3+R_4)(R_1+R_3)(R_2+R_4)$$
$$=\{(R_1+R_3)R_2R_4+(R_2+R_4)R_1R_3\}(R_1+R_2+R_3+R_4)$$

$$\therefore\ (R_1R_3+R_1R_4+R_2R_3+R_2R_4)(R_1R_2+R_1R_4+R_2R_3+R_3R_4)$$
$$=(R_1R_2R_4+R_2R_3R_4+R_1R_2R_3+R_1R_3R_4)(R_1+R_2+R_3+R_4)$$

$$\therefore\ R_1^2(R_2R_3+R_2R_4+R_3R_4+R_4^2)+R_1(R_2R_3^2+R_3^2R_4+R_2R_3R_4+R_3R_4^2$$
$$+R_2^2R_3+R_2^2R_4+R_2R_3R_4+R_2R_4^2)+R_2^2(R_3^2+R_3R_4)$$
$$+R_2(R_3^2R_4+R_3R_4^2)$$
$$=R_1^2(R_2R_4+R_2R_3+R_3R_4)+R_1(R_2R_3R_4+R_2^2R_4+R_2R_3R_4+R_2R_4^2$$
$$+R_2^2R_3+R_2R_3^2+R_2R_3R_4+R_2R_3R_4+R_3^2R_4+R_3R_4^2)$$
$$+R_2^2R_3R_4+R_2(R_3^2R_4+R_3R_4^2)$$

$$\therefore\ R_1^2R_4^2+R_2^2R_3^2=2R_1R_2R_3R_4$$

$$\therefore\ (R_1R_4-R_2R_3)^2=0$$

因此　　　$R_1R_4=R_2R_3$

4．图1-13的电路，求AB、AC、BC间的合成电阻R_{AB}、R_{AC}、R_{BC}。

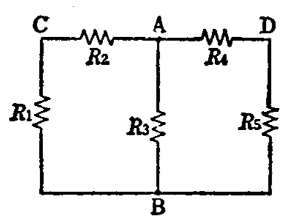


图 1-13

解　AB间为R_1+R_2，R_3，R_4+R_5的并联电路。

故
$$R_{AB}=\frac{1}{\dfrac{1}{R_1+R_2}+\dfrac{1}{R_3}+\dfrac{1}{R_4+R_5}}$$
$$=\frac{1}{\dfrac{R_3(R_4+R_5)+(R_1+R_2)(R_4+R_5)+R_3(R_1+R_2)}{(R_1+R_2)R_3(R_4+R_5)}}$$
$$=\frac{(R_1+R_2)R_3(R_4+R_5)}{(R_1+R_2)(R_3+R_4+R_5)+R_3(R_4+R_5)}$$

从AB端向右看，其合成电阻R_{ADB}为R_3与R_4+R_5的并联电路，故

$$R_{ADB}=\frac{R_3(R_4+R_5)}{R_3+R_4+R_5}$$

AC间为R_2与R_1+R_{ADB}的并联电路，故

$$R_{AC}=\frac{R_2(R_1+R_{ADB})}{R_2+(R_1+R_{ADB})}=\frac{R_2\left\{R_1+\dfrac{R_3(R_4+R_5)}{R_3+R_4+R_5}\right\}}{R_2+R_1+\dfrac{R_3(R_4+R_5)}{R_3+R_4+R_5}}$$

$$=\frac{R_1R_2(R_3+R_4+R_5)+R_2R_3(R_4+R_5)}{(R_1+R_2)(R_3+R_4+R_5)+R_3(R_4+R_5)}$$

同样，BC间为R_1与R_2+R_{ADB}的并联电路，故

$$R_{BC}=\frac{R_1(R_2+R_{ADB})}{R_1+(R_2+R_{ADB})}=\frac{R_1R_2(R_3+R_4+R_5)+R_1R_3(R_4+R_5)}{(R_1+R_2)(R_3+R_4+R_5)+R_3(R_4+R_5)}$$

5．如图1-14，未知电阻R_x与$R=24$〔Ω〕的电阻串联时，R的电压降为$E=72$〔V〕，未知电阻R_x的电压降为$E_x=45$〔V〕，求未知电阻R_x。

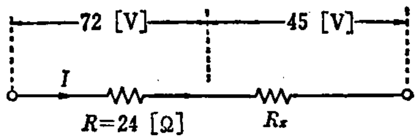


图 1-14

解　电路通过的电流I根据欧姆定律为

$$I=\frac{E}{R}=\frac{72}{24}=3〔A〕$$

因此，未知电阻R_x根据欧姆定律为

$$R_x=\frac{E_x}{I}=\frac{45}{3}=15〔Ω〕$$

6．如图1-15的梯形电路，求（1）AD间的合成电阻R_{AD}；（2）梯形电路无限连接时，其电阻如何？

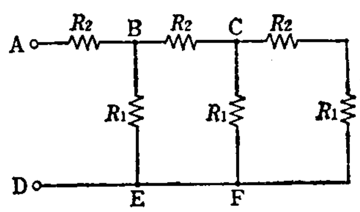


图 1-15

解　（1）从CF点向右看，其合成电阻R_{CF}为

$$R_{CF}=\frac{R_1(R_1+R_2)}{R_1+(R_1+R_2)}=\frac{R_1^2+R_1R_2}{2R_1+R_2}$$

所以，AD间的合成电阻R_{AD}为

$$R_{AD}=R_2+\frac{R_1(R_2+R_{CF})}{R_1+(R_2+R_{CF})}=R_2+\frac{R_1\left\{R_2+\dfrac{R_1^2+R_1R_2}{2R_1+R_2}\right\}}{R_1+R_2+\dfrac{R_1^2+R_1R_2}{2R_1+R_2}}$$

$$=\frac{R_1^3+5R_1R_2^2+6R_1^2R_2+R_2^3}{(R_1+R_2)(3R_1+R_2)}$$

（2）梯形电路无限连接时的电阻为R_∞时，如图1-16所示，再连接一段梯形电路，其电阻仍为R_∞，故

$$R_2+\frac{R_1R_\infty}{R_1+R_\infty}=R_\infty$$

由此得 $$R_\infty^2-R_2R_\infty-R_1R_2=0$$

$$\therefore\quad R_\infty=\frac{R_2\pm\sqrt{R_2^2+4R_1R_2}}{2}$$

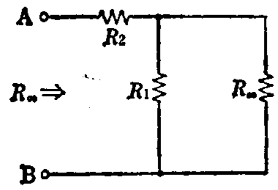


图 1-16

因$R_\infty>0$，上式的负号是不适宜的，故

$$R_\infty=\frac{R_2+\sqrt{R_2^2+4R_1R_2}}{2}$$

7．用电阻为R的12根导线，作成如图1-17的格子电路。求（1）AB间的合成电阻R_{AB}；（2）AC间的合成电阻R_{AC}。

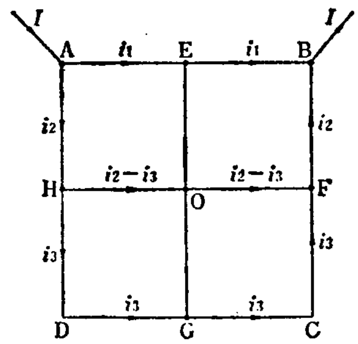


图 1-17

解　（1）根据EOG的对称性，各部分的电流可假定如图1-17所示。AE与AHO的电压降皆为AO间的电压E_{AO}，故

$$E_{AO}=i_1R=i_2R+(i_2-i_3)R$$

$$\therefore\quad i_1=2i_2-i_3$$

同样 $$E_{HG}=(i_2-i_3)R=2i_3R$$

$$\therefore\quad i_2=3i_3$$

由此二式和$i_1+i_2=I$得 $i_1=\frac{5I}{8}$

$$合成电阻R_{AB}=\frac{E_{AB}}{I}=\frac{2i_1R}{I}=\frac{5}{4}R$$

（2）根据AOC的对称性，各电阻通过的电流可假定如图1-18所示。EBF与EOF的电压降皆等于EF间的电压E_{EF}，故

$$E_{EF}=2i_2R=2(i_1-i_2)R\qquad\therefore i_1=2i_2$$

由$i_1=\frac{I}{2}$，$i_2=\frac{I}{4}$

$$\therefore\quad E_{AC}=2(i_1+i_2)R=\frac{3}{2}IR$$

$$\therefore\quad R_{AC}=\frac{E_{AC}}{I}=\frac{3}{2}R$$

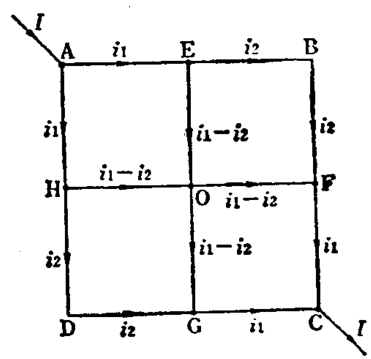


图 1-18

8．用同样的导线作成如图1-19的六个正方形格子电路时，求AH间的合成电阻。但每边的电阻为R。

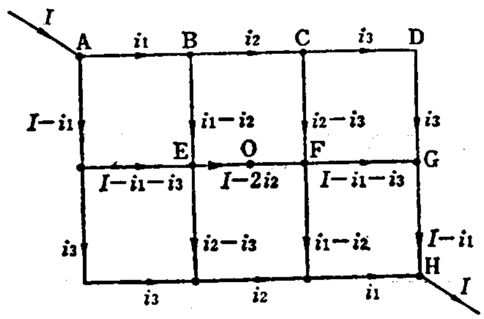


图 1-19

解 从图的中点O的点对称关系，各部分的电流可假定如图1-19所示。AE间、BF间、CG间的电压，可各用两个电压降表示，故

$$E_{AE}=i_1R+(i-i_2)R=(I-i_1)R+(I-i_1-i_3)R$$

$$\therefore\quad 4i_1-i_2+i_3=2I$$

$$E_{BF}=i_2R+(i_2-i_3)R=(i_1-i_2)R+(I-2i_2)R$$

$$\therefore\quad -i_1+5i_2-i_3=I$$

$$E_{CG}=2i_3R=(i_2-i_3)R+(I-i_1-i_3)R$$

$$\therefore\quad i_1-i_2+4i_3=I$$

解此三式得

$$i_1=\frac{37}{69}I,\quad i_2=\frac{24}{69}I,\quad i_3=\frac{14}{69}I$$

AH间的电压E_{AH}沿ABCDGH考虑时，则

$$E_{AH}=\{i_1+i_2+2i_3+(I-i_1)\}R=\frac{121}{69}IR$$

$$\therefore\quad R_{AH}=\frac{E_{AH}}{I}=\frac{121}{69}R$$

9．用电阻为R的12根导线，作成如图1-20的电路，求AD间的合成电阻R_{AD}。

解 根据图的中心点O及AOD的对称性，各部分的电流可写成如图1-20。因AO间及ABO间的电压降相等，故

$$E_{AO}=i_2R=i_1R+(i_1-i_3)R$$

$$\therefore\quad 2i_1=i_2+i_3$$

同样 $$E_{BC}=i_3R=2(i_1-i_3)R$$

$$\therefore\quad 2i_1=3i_3$$

从此二式及 $2i_1+i_2=I$ 得 $i_2=\frac{2I}{5}$

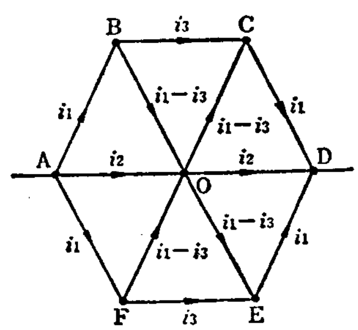


图 1-20

$$E_{AD}=2i_1+i_3=\frac{4}{5}IR$$

$$\therefore \quad R_{AD}=\frac{E_{AD}}{I}=\frac{4}{5}R$$

（别解） 此电路的中心部分，可以看作是电阻为$2R$的三根导线BOC、AOD、FOE的各个中点O相连接，而根据对称性关系，将这些中点分开时，其电位也不变化。此时AB间可以看作是ABCD、AOD以及AFED三部分并联。BC间及FE间也是由两部分并联组成，其合成电阻由式（1-7）得

$$R_{BC}=R_{FE}=\frac{R\cdot 2R}{R+2R}=\frac{2R}{3}$$

因此，全部合成电阻R_{AD}由式（1-5）得

$$R_{AD}=\cfrac{1}{\cfrac{1}{2R+\cfrac{2R}{3}}+\cfrac{1}{2R}+\cfrac{1}{2R+\cfrac{2R}{3}}}$$

$$=\cfrac{1}{\cfrac{3}{8R}+\cfrac{1}{2R}+\cfrac{3}{8R}}=\frac{4R}{5}$$

10．每边为R的导线，连接成如图1-21的正四面体电路时，求AB间、AF间、EF间的合成电阻R_{AB}、R_{AF}、R_{EF}。但E、F为AB间及CD间的中点。

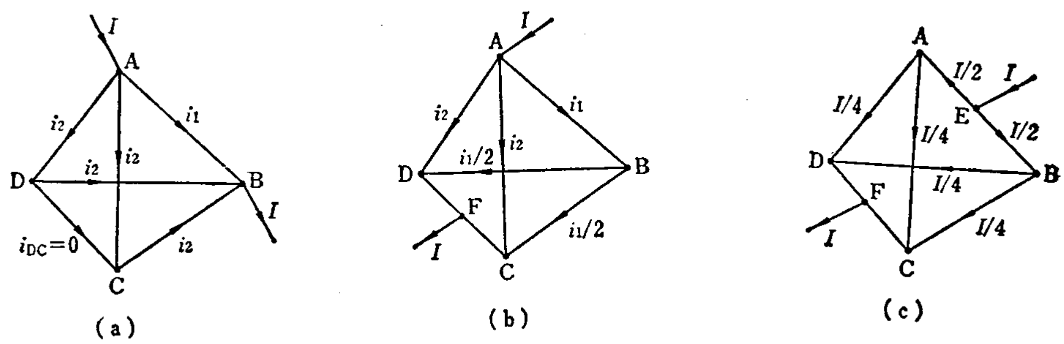


图 1-21

解（1）根据对称性的关系可知C点与D点为同电位，CD间不通过电流，故如图1-21（a）假定电流时，则

$$E_{AB}=i_1R=2i_2R \qquad \therefore i_1=2i_2$$

因此
$$R_{AB}=\frac{E_{AB}}{I}=\frac{2i_2R}{i_1+2i_2}=\frac{R}{2}$$

（别解） 因CD间不通过电流，将这部分导线去掉时，由式（1-5）得

$$R_{AB}=\cfrac{1}{\cfrac{1}{2R}+\cfrac{1}{2R}+\cfrac{1}{R}}=\cfrac{1}{\cfrac{4}{2R}}=\frac{R}{2}$$

（2）各部分的电流如图1-21（b）。沿AC和ABC求AC间的电压降时

$$E_{AC}=i_2R=i_1R+\frac{i_1R}{2} \qquad \therefore i_1=\frac{2i_2}{3}$$

$$\therefore R_{AF}=\frac{E_{AF}}{I}=\frac{i_2R+\left(i_2+\frac{i_1}{2}\right)\left(\frac{R}{2}\right)}{i_1+2i_2}=\frac{5}{8}R$$

(3) 根据对称性的关系可知各部分的电流如图1-21(c)。沿EACF计算电压 E_{EF}时

$$E_{EF}=\left(\frac{I}{2}\right)\left(\frac{R}{2}\right)+\left(\frac{I}{4}\right)R+\left(\frac{I}{4}+\frac{I}{4}\right)\left(\frac{R}{2}\right)=\frac{3IR}{4}$$

$$\therefore \quad R_{EF}=\frac{E_{EF}}{I}=\frac{3R}{4}$$

11. 用电阻为R的24根导线作成如图1-22的格子电路时，求AJ间的合成电阻R_{AJ}。

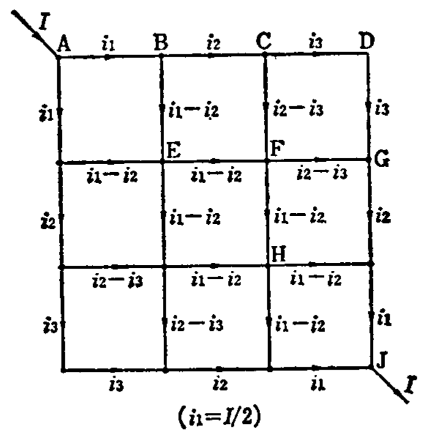


图 1-22

解 根据AEHJ的对称性关系，各部分的电流可假定如图1-22所示。沿CDG与CFG的电压降皆等于CG间的电压E_{CG}，故

$$E_{CG}=2i_3R=2(i_2-i_3)R \qquad \therefore i_2=2i_3$$

同样
$$E_{BF}=i_2R+(i_2-i_3)R=2(i_1-i_2)R \quad \therefore 4i_2=2i_1+i_3$$

从此二式和$i_1=\frac{I}{2}$得

$$i_2=\frac{2I}{7}, \qquad i_3=\frac{I}{7}$$

AJ间的电压E_{AJ}为

$$E_{AJ}=2(i_1+i_2+i_3)R=\frac{13IR}{7}$$

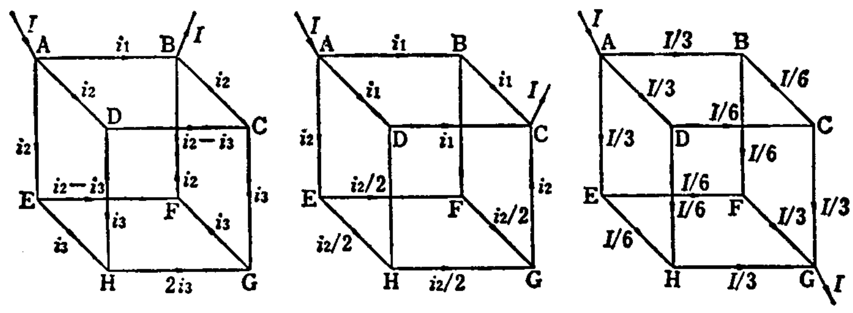
$$\therefore \qquad R_{AJ}=\frac{E_{AJ}}{I}=\frac{13}{7}R$$

12. 求电阻为R的12根导线作成立方体电路的合成电阻(1) R_{AB}，(2) R_{AC}，(3) R_{AG}。

解 (1) 考虑到电路的对称性，各电阻通过的电流假定如图1-23(a)所示。AB间与AD、CB间的电压降为

$$E_{AB}=i_1R=2i_2R+(i_2-i_3)R \qquad \therefore i_1+i_3=3i_2$$

同样
$$E_{DC}=(i_2-i_3)R=4i_3R \qquad \therefore i_2=5i_3$$



(a) (b) (c)

图 1-23

由此二式与$i_1+2i_2=I$得 $i_1=\dfrac{7I}{12}$

$$\therefore\quad E_{AB}=i_1R=\frac{7}{12}IR\qquad\therefore\quad R_{AB}=\frac{E_{AB}}{I}=\frac{7}{12}R$$

（2）根据电路的对称性，因B、D、F、H点为同电位，DH间、BF间不通过电流，所以电路通过的电流如图1-23（b）所示。沿ABC与AEHGC求AC间的电压E_{AC}时

$$E_{AC}=2i_1R=3i_2R\qquad\therefore i_2=\frac{2i_1}{3}$$

应用$I=2i_1+i_2$的关系求i_1时，则$i_1=\dfrac{3I}{8}$

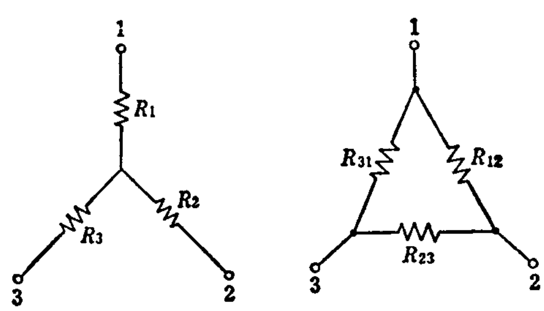
$$\therefore\quad E_{AC}=2i_1R=\frac{3}{4}IR\qquad\therefore\quad R_{AC}=\frac{E_{AC}}{I}=\frac{3}{4}R$$

（3）根据电路的对称性，各电阻通过的电流如图1-23(c）所示。

$$E_{AG}=\frac{I}{3}R+\frac{I}{6}R+\frac{I}{3}R=\frac{5}{6}IR$$

$$\therefore\quad R_{AG}=\frac{E_{AG}}{I}=\frac{5}{6}R$$

13．试导出电阻的Y-Δ变换公式



(a)Y联接 (b)Δ 联接

图 1-24

解 图1-24(a)、(b）两种联接的各端子间，即1-2间、2-3间、3-1间的合成电阻必须个个相等，故