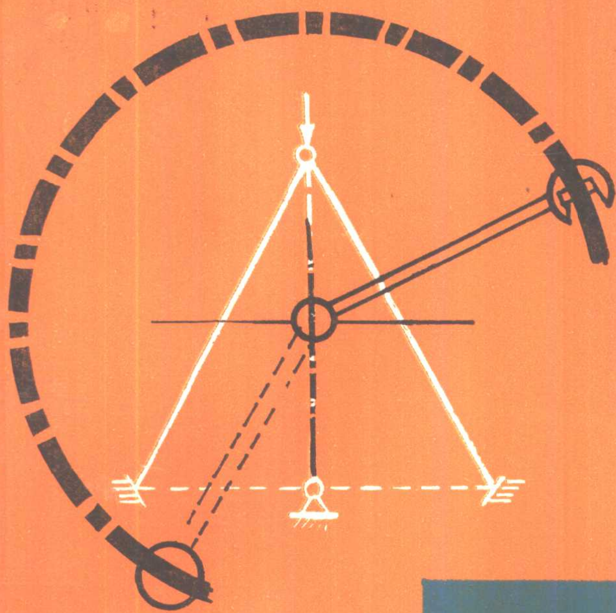

静力学与材料力学

刘相臣　陈国铨　陈天富　编著

重庆大学出版社

静力学与材料力学

刘相臣　陈国铨　陈天富　编著

重庆大学出版社

内 容 简 介

本书分七章编写：第一章是静力学，旨在为材料力学和后续课程打好起码的基础，而不是通常教材中的静力学的全部内容；第二章是力和变形，在体系上作了较大的变动；第三章是弯曲，包括弯曲内力，强度和变形及弯、拉（压）组合强度；第四章是扭转，包括扭、弯组合强度；第五章是能量法和静不定；第六章是压杆的稳定性；第七章是材料的几个重要机械性能。基本实验编入了相应各章。

本教材适用于高等工业学校少学时各专业及中等学时的部份专业，也可作为成人教育的教材和工程技术人员自学用书。

静力学与材料力学
刘相臣　陈国铨　陈天富　编著
责任编辑　周　任
*
重庆大学出版社出版发行
新　华　书　店　经　销
重　庆　印　制　一　厂　印　刷
*
开本：787×1092　1/16　印张：12.5　字数：312 千
1990年 2 月第 1 版　　1990年 2 月第 1 次印刷
印数：1—5,000
标准书号：ISBN 7-5624-0236-1 / O·34　　定　价：2.52元

编 者 的 话

作为工科院校的力学课程，无论是门数、名称、学时数……，目前均尚不一致也难统一。为解决少学时专业的理论力学、材料力学教学用书，特将静力学与材料力学合併为一门课，编写成一本书。编者的愿望是让读者具有工程结构的构件（零件）的平衡、受力分析以及强度等方面的基本知识和计算能力。

本书曾于1983年8月完稿并铅印成册，在本校试用过三遍，且有部份高等院校作为教材用过两遍，编者在此基础上进行了修改，认为将此书命名为《静力学与材料力学》仍然是恰当的。

在编写和修改过程中，力求做到基本概念明确，内容简明扼要，由浅入深，并在体系上作了较大的变动。

本书内容有静力学、力和变形、弯曲、扭转、能量法和静不定、压杆稳定、材料的主要机械性能等。编者在编写过程中注意到了以下几方面：①对于静力学部分不是追求完整的内容，也不拘泥于现有各类教材的体系，而是舍去与物理学重复的力学部份，取其必要的精华；并紧扣后续内容并为后续内容打基础。②力和变形部份，在体系上与现行教材有很大的差别，根据编者的实践，新体系有利于读者对工程实际问题的分析和处理，也可节约不少学时。③突出能量法，把它作为求解实际问题的重要手段。④扩大了材料的机械性能的内容并在相应部份编入了实验。

讲授本书的时间约50～60学时，不仅可供少学时各专业使用，也可作为各类成人教育学院和部份中等专业学校学生的教材。

本书由刘相臣编写第一章、第三章、第五章，陈国铨编写第二章、第四章及附录，陈天富编写第六章、第七章及各部份的实验和第五章的习题。此外殷兴荣曾参加过原铅印试用教材的一些章节的编写。

这本书的问世，将会获得读者的不吝赐教，在此预先表示感谢。

在出版过程中，朱庆祥副教授、周任同志对本书给予了热情的支持和帮助，编者特致以真诚的感谢。

编者 1988.1

目　录

第一章 静 力 学

§1-1 静力学的任务

静力学是研究受力物体的平衡规律问题。它涉及到：作用于物体的诸力间的相互关系、力系的平衡条件以及力系的简化和物体的受力分析。无论是吊车、轧钢机、桥梁，甚至是匀速直线飞行的飞机等，相对于地面保持静止或匀速直线运动的状态，称为平衡状态。

若作用在物体上的诸力使该物体处于平衡状态，该物体必须满足一定的条件，通常把这个条件称为力系的平衡条件，并叫此力系为平衡力系。很显然，对于物体平衡的研究，事实上则是研究作用于物体上的力系的平衡条件，并把它用于处理工程实际问题。

要研究力系的平衡条件，需要将力系进行简化和等效力替换，如图1-1(a)所示的轧钢机的轧辊，受到沿轧辊长度（$CD=l$）而均匀分布的力，轧辊上受到的这个力则可用一个大小等于 ql 并作用在轧辊中点的集中力来替换，轧辊将在轴承反力 $\mathbf{R}_A$、$\mathbf{R}_B$ 和主动力 ql 的作用下处于平衡状态。见图1-1(b)、(c)。

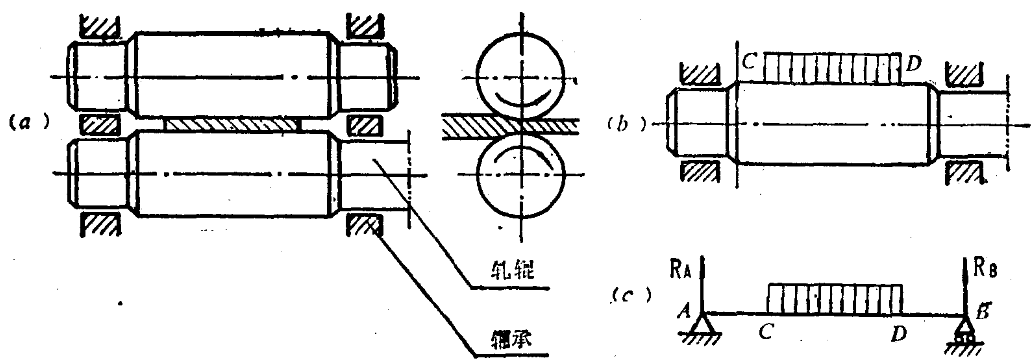

图 1-1

这里所讨论的物体只限于刚体，刚体是不变形的物体，由于研究物体的平衡，把本来会发生变形的物体"刚化"起来，这对于物体的平衡不仅无害反使我们容易建立计算模型，这是完全必要的。但是在分析物体是否发生破坏时，其变形便不可忽略。图 1-2 是两个大小相等方向相反的力作用在同一物体上：

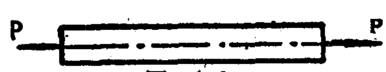

图 1-2

1. 在两个力作用下处于平衡，视为刚体而不研究变形，即任意两点之间的距离保持不变。

2. 探求此物体是否会破坏？P 力可以是无穷大吗？此问题将在本书第二章予以讨论。

生活经验告诉我们，静止似乎是平衡的同义语，但是，工程实际中最常见的传动轴是作旋转运动的物体，它的平衡问题很值得注意。如图 1-3 所示的汽车主传动轴 AB 作匀速转

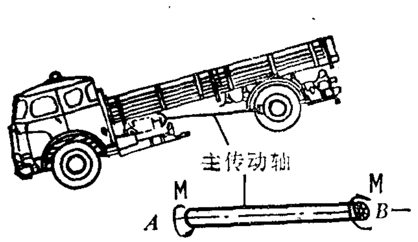

图 1-3

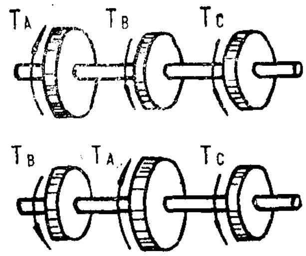

图 1-4

动，受到相等而相反外力偶矩的作用，因而轴AB是处于平衡状态的。同理，如果图1-4所示的外力偶矩 $\mathbf{T}_A$、$\mathbf{T}_B$、$\mathbf{T}_C$ 满足力系的平衡条件，那么，该轴也是处于平衡状态的。在这里，不能误解为传动轴只会受到使之旋转的力偶矩作用，当伴随其它外力产生时，仍然有个平衡问题。

§1-2 约束与约束反力

不受限制而可作任意运动的物体是自由的物体，简称自由体，限制物体的运动并使它成为非自由体的条件，称为约束。如果对受约束的物体施以外力，那么，该物体将施力于约束，这约束将以大小相等而方向相反的力作用于物体，这种由约束产生的力叫约束反力。常见的约束及其反力如下：

1. 理想光滑平面上的反力（不计摩擦）$\mathbf{N}_A$，$\mathbf{N}_B$ 指向这个面的法线方向如图1-5。

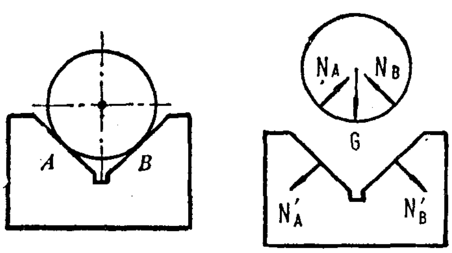

图 1-5

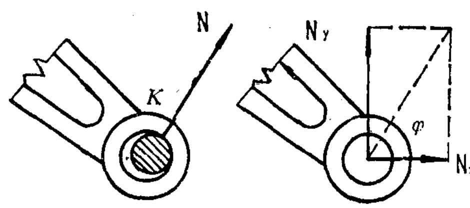

图 1-6

2. 圆柱铰链。图1-6。这是用圆柱形销钉穿过圆孔而连接起来的两物体的组合体。且可绕销钉轴线而旋转，若不计摩擦，实为两个光滑面相接触，这种被称为铰链的反作用力 $\mathbf{N}$ 通过铰链中心，但方向是任意的，然而可用两个正交分量$\mathbf{N}_x$ 和 $\mathbf{N}_y$ 表示，即

$$N=\sqrt{N_x^2+N_y^2} \qquad \mathrm{tg}\varphi=\frac{N_y}{N_x}$$

3. 梁及其支座如图1-7。两支座中，一为可动的（如B)，一为固定的（如A)．B端有可能沿所在平面自由地移动，它的反力$\mathbf{Y}_B$ 垂直于滚轴运动的平面，而固定支座A的反力 $\mathbf{Y}_A$ 的方向可能是任意的，当然也可以分解为两个互相垂直的分力，在目前的特定条件下，$\mathbf{Y}_A$只能是铅直向上的。

如图1-8所示的固定端（或插入端）约束，可联想到在车床上用三爪夹盘夹持被车工件的情况。在A处，显然既要约束工件的左右移动，上下移动，还要约束其转动，因此反力为

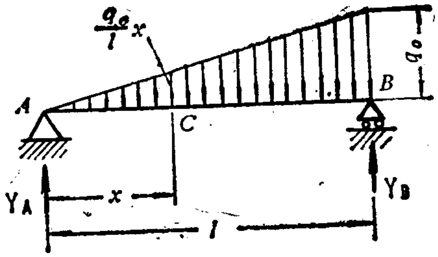

图 1-7

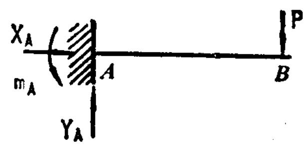

图 1-8

图示的水平反力 X_A，垂直反力 Y_A 和反力偶 m_A。

4．柔索的反力沿其轴线而背离物体，如钢丝绳，皮带、链条对物体的约束。

§1-3 物体的受力分析及受力图

力是物体间相互的机械作用，这种作用于物体上的力可分为两类：一类是主动力（如引力、气压等）；一类是约束对于物体的约束反力。在对物体进行受力分析时要正确的处理以下几个问题：

（1） 确定研究对象，并把研究对象从整体结构中分离出来使之成为"自由体"，且单独画出其轮廓图。

（2） 画出"自由体"所承受的全部主动力。

（3） 根据约束的性质画出"自由体"上的约束反力。把"自由体"及其受力情况的图叫做受力图。

例如图 1-9 所示的两端用铰链支承的梁上，安放着一起重机，欲对梁的受力情况进行分析并作受力图，应首先取梁为自由体，把它从图 1-9 中分离出来，其次将作用在梁上的主动力 N_C 和 N_D 画出，再将支承 A、B 对梁的约束反力 R_A、R_B 画在梁上即是。

又如需画图 1-10(*a*) 所示的上料车的受力图。已知料车连同载荷共重为 G，略去车轮与轨道之间的摩擦，以料车为研究对象单独画出如图1-10(*b*)，受力图上的力有作用在重心 C 点处的重力G，钢绳的拉力T及轨道约束反力 N_A，N_B。

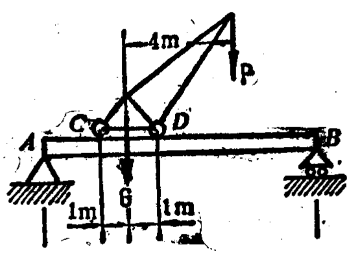

图 1-9

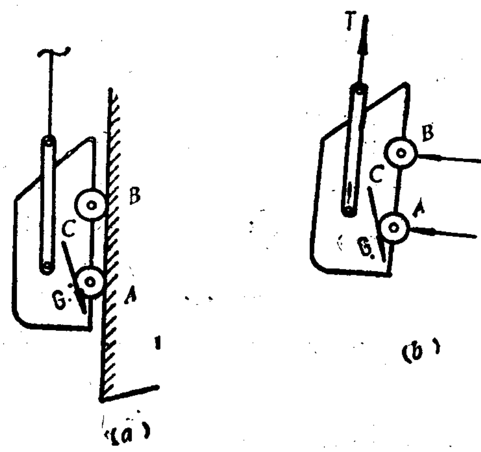

图 1-10

图 1-11(*a*) 的液压夹具，是通过油压力P达到压紧工件 C 的目的，AD 杆和 AB 杆的受力如图1-11(*b*)、1-11(*c*)所示。

上述各类情况中，图1-9所示的各力是相互平行的力；图1-10(*b*)表明各力既有平行又有

相交；图1-11(b)(c)则是两个力作用在同一根杆上并使该杆平衡，通常称为二力杆，其中P与N_1，N_2与N_3系两对大小相等方向相反作用共线的力，它们不同于作用力与反作用力间的关系，前者是作用在同一物体上的两个力，而后者则是作用在两个物体上的。

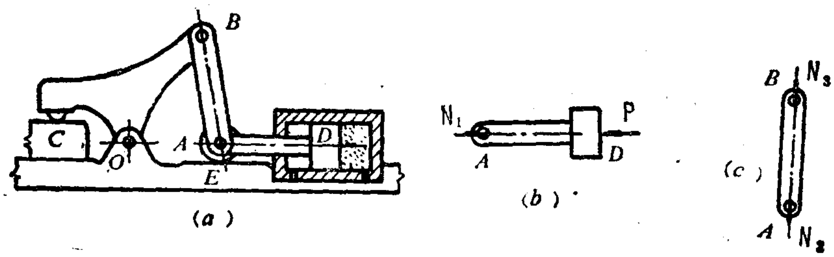

图 1-11

§1-4 平面汇交力系的平衡方程式

如果作用在物体上的各个力的作用线，不仅同在一平面内，且相交于一点，这样的力系叫做平面汇交力系。设在刚体上如图1-12(a)作用着平面汇交力系F_1，F_2，F_3，F_4，其作用线汇交于A点，若用几何方法将这些力合成为图1-12(b)所示，R为其合力，其矢量和为

$$R=F_1+F_2+F_3+F_4$$

若为n个力，则

$$R=F_1+F_2+F_3+\cdots+F_n=\sum_{i=1}^{n}F_i=\Sigma F$$

若物体处于平衡状态，合力R应等于零，所以汇交力系平衡的必要与充分条件是合力等

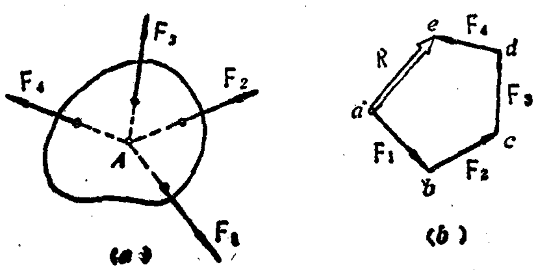

图 1-12

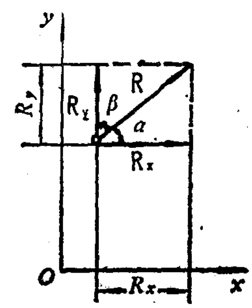

图 1-13

于零。将合力R在两个互相垂直的坐标轴上投影如图1-13，则力R的大小可由下式决定

$$R=\sqrt{R_x^2+R_y^2}$$

而R则可视为F_1、F_2、F_3，…，F_n的合力，这些力在x、y轴上的投影为

$$R_x=F_{1x}+F_{2x}+\cdots+F_{nx}=\Sigma F_x=\Sigma X$$

$$R_y=F_{1y}+F_{2y}+\cdots+F_{ny}=\Sigma F_y=\Sigma Y$$

$$\therefore \quad R=\sqrt{R_x^2+R_y^2}=\sqrt{(\Sigma X)^2+(\Sigma Y)^2}$$

由于平衡条件要求$R=0$　即

$$R=\sqrt{(\sum X)^2+(\sum Y)^2}=0$$

由此可得平面汇交力系的两个平衡方程

$$\left.\begin{array}{l}\sum X=0\\ \sum Y=0\end{array}\right\}\qquad(1\text{-}1)$$

即平面汇交力系平衡的条件是各力在x轴和y轴上投影的代数和分别等于零。公式（1-1）称为平面汇交力系的平衡方程式。这两个平衡方程在力学上的意义是：如果物体没受有与x轴和y轴平行的力作用，也就不会有与任何方向平行的运动，即处于平衡状态。利用这两个平衡方程，可以求解两个未知力，如果未知力的数目超过平衡方程的数目，仅仅根据静力学平衡方程便得不到解答，这类问题称为“静不定”（或“超静定”）问题。

例 1　图1-14(a)所示吊环，由斜杆AB、AC与横梁BC组成，$\alpha=20°$，吊重$P=500$ kN，求斜杆受到的力S。

解：　吊环的计算简图和节点A的受力情况如图1-14(b)所示。

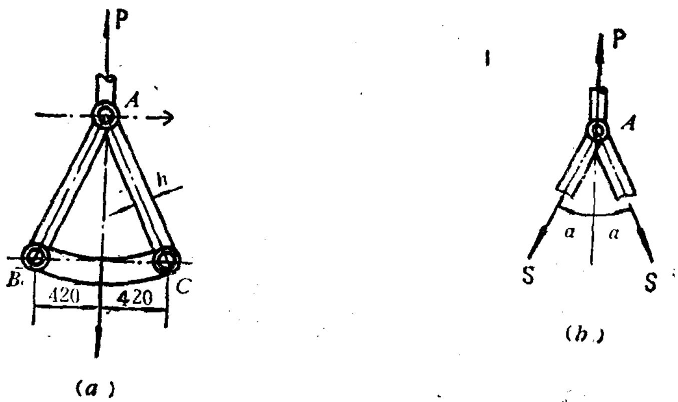

图　1-14

由节点的平衡方程

$$\sum X=0\qquad S\sin\alpha=S\sin\alpha\qquad 得\quad S_{AB}=S_{AC}$$

$$\sum Y=0\qquad P-2S\cos\alpha=0$$

$$S=\frac{P}{2\cos\alpha}=\frac{500}{2\cos20°}=266\text{kN}$$

例 2　图1-15(a)所示结构，在节点B处受垂直载荷P作用，计算1，2杆受的力。

解：　节点B的受力情况表示在图1-15(b)上，根据B点的平衡方程

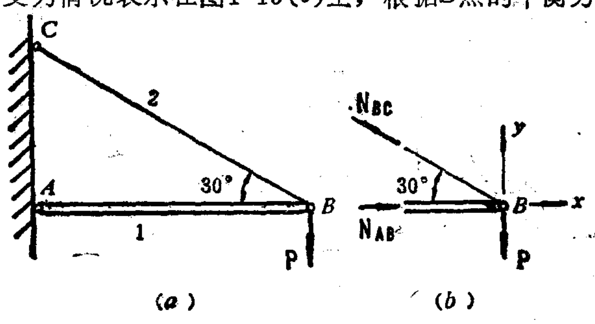

图　1-15

$$\sum X=0 \qquad N_{AB}-N_{BC}\cos30^\circ=0$$

和

$$\sum Y=0 \qquad N_{BC}\sin30^\circ-P=0$$

求得1、2杆受到的力分别为

$$N_{AB}=\sqrt{3}\ P$$
$$N_{BC}=2P$$

若在图 1-15(b) 中将任一杆的力改变方向，会出现什么现象呢？读者将会发现，在静力学平衡方程中的各量虽不变，但符号将会随力的方向改变而不同，这就要求我们注意对所设各力的指向，要力求与实际相符。

§1-5 平面一般力系

作用在物体上各力的作用线处于同一平面内，且为任意分布的力系，称为平面一般力系。例如图1-15(a)所示的结构中，若AB系具有自重**G**的横梁，那么，在横梁上有吊重**P**、自重**G**和BC杆的拉力 $\mathbf{N}_{BC}$ 以及 A 处的约束反力 $\mathbf{H}_A$、$\mathbf{R}_A$，这些力组成的力系就是平面一般力系。如图1-11(a)中的杠杆BOC，受到AB杆给它的力 $\mathbf{N}_3'$，工件给它的反力 $\mathbf{N}_5$，以及固定铰支座O的反力$\mathbf{N}_{oy}$、$\mathbf{N}_{ox}$ 如图1-16(a)。以及图1-16(b) 所示的受力情况，亦为平面一般力系。

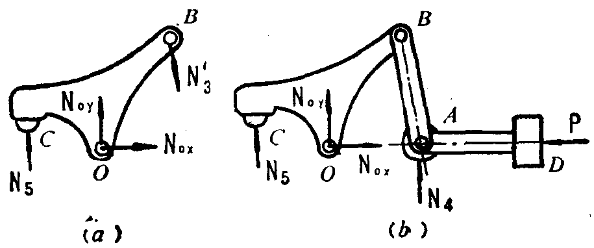

图 1-16

当作用在物体上的各力，虽然并不处在同一平面内，但由于所承受的各力及其结构具有同一个对称面，也可以当作平面一般力系，这种情况在实际工程中甚为常见。

1. 力的平移

在将物体视为刚体时，作用在物体上的力 **P**可平移到任一点，而不改变其对物体的作用效果，但必须同时附加一力偶，此附加力偶的矩等于原力**P** 对新作用点的矩。

在图1-17(a)所示力**P**作用于B点，若将力**P**平行移到 O 点，可设想在O点加上一对与力**P**平行的反向，等值，共线的力**P′**和**P″**，由于**P′**=**P″**，所以并不影响力**P**对物体的作用效果，

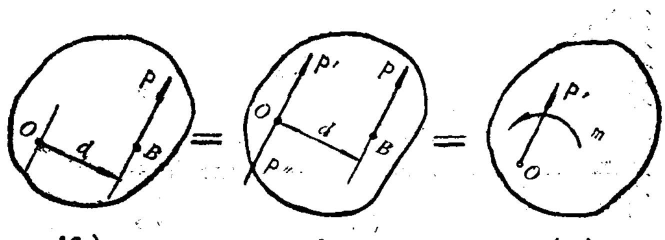

图 1-17

静力学 五

见图1-17(b)。($\mathbf{P}$, $\mathbf{P}''$)为一力偶，故原作用于B点的力$\mathbf{P}$与作用于点O的$\mathbf{P}'$和力偶($\mathbf{P}$, $\mathbf{P}''$)等效。力偶($\mathbf{P}$、$\mathbf{P}''$)称为附加力偶如图1-17(c)，其力偶矩为

$$\mathbf{m}=\mathbf{P}d=m_0(\mathbf{P})$$

可见附加力偶的力偶矩等于原力$\mathbf{P}$对于新作用点之矩。

欲求皮带的张力对电机轴如图1-18的外伸部份的作用效果，按照力的平移便可知道在皮带张力$2\mathbf{T}$的作用下，该轴受到的力是$2\mathbf{T}$和顺时针力偶矩$2\mathbf{T}R$；而在$\mathbf{T}$的作用下，该轴受到的力则是$\mathbf{T}$和反时针力偶矩$\mathbf{T}R$，此时，电机轴受到的是力偶矩

$$m=2TR-TR=TR$$

力

$$P=2T+T=3T$$

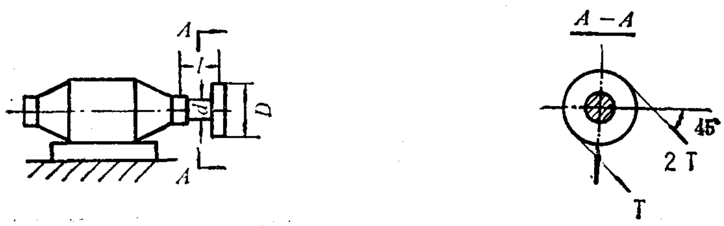

图 1-18

2. 力系的简化及其平衡条件

假设有$\mathbf{F}_1$, $\mathbf{F}_2$, …, $\mathbf{F}_n$等力作用于物体上，图1-19(a)，且为平面一般力系。若选O点为简化中心，将各力都平移到O点，所得力偶矩分别为$\mathbf{m}_1=\mathbf{F}_1d_1$, $\mathbf{m}_2=\mathbf{F}_2d_2$, $\mathbf{m}_n=\mathbf{F}_nd_n$图1-19($b$)，由此可知，原力系虽为平面一般力系，却可用平面汇交力系和平面力偶系来代替。而汇交力系又可合成为合力$\mathbf{R}$，而力偶系又可加起来成为合力偶$\mathbf{M}_0$图1-19(c)。

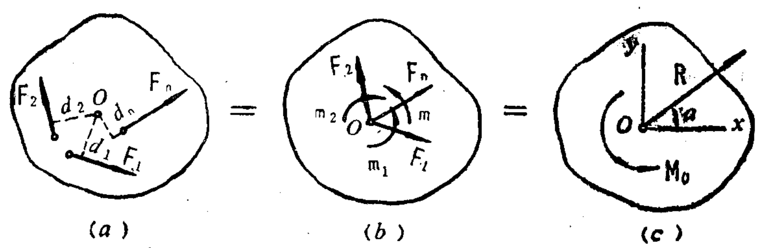

图 1-19

若物体上受到n个力的作用，向已知中心简化后；可得到一个力，称为主向量（或主矢）

$$\mathbf{R}=\mathbf{F}_1+\mathbf{F}_2+\cdots+\mathbf{F}_n=\sum_{i=1}^{n}\mathbf{F}_i$$

在oxy坐标系中

$$\left.\begin{aligned}R_x&=X_1+X_2+\cdots+X_n=\sum X\\R_y&=Y_1+Y_2+\cdots+Y_n=\sum Y\end{aligned}\right\}$$

即主向量$\mathbf{R}$等于平面一般力系中各力的矢量和，用解析式可表示为

$$R=\sqrt{R_x^2+R_y^2}=\sqrt{(\sum X)^2+(\sum Y)^2}$$

简化后得到的力偶矩$\mathbf{M}$，称为原平面一般力系的主矩，即

$$M_0=m_1+m_2+\cdots+m_n=m_0(F_1)+m_0(F_2)+\cdots+m_0(F_n)$$
$$=\sum_{i=1}^{n}m_0(F_i)$$

即主矩 M_0 等于原平面一般力系各力对简化中心O点力矩的代数和。

若主向量R和主矩M_0都不为零或其中任一个不为零，力系处于不平衡状态；要使平面一般力系作用下的物体平衡，其必要和充分条件是R和M_0都等于零，即

$$R=\sqrt{(\sum X)^2+(\sum Y)^2}=0$$

$$M_0=\sum_{i=1}^{n}m_0(F_i)=0$$

故

$$\left.\begin{array}{l}\sum X=0\\ \sum Y=0\\ \sum m_0(F)=0\end{array}\right\}\qquad(1\text{-}2)$$

即平面一般力系平衡的条件是：所有各力在两任选垂直坐标轴X、Y上投影的代数和分别等于零，且这些力对于平面内任一点的力矩的代数和也等于零。公式（1-2）称为平面一般力系的平衡方程。它还有其它的表达形式，如二矩式：

$$\left.\begin{array}{l}\sum X=0\ (\text{或}\sum Y=0)\\ \sum m_A(F)=0\\ \sum m_B(F)=0\end{array}\right\}\qquad(1\text{-}3)$$

此时A，B两点的连线不能垂直于X轴（或Y轴）。三矩式：

$$\left.\begin{array}{l}\sum m_A(F)=0\\ \sum m_B(F)=0\\ \sum m_C(F)=0\end{array}\right\}\qquad(1\text{-}4)$$

此时A、B、C三点不能在同一直线上。

例3　求放在支座A和B上的水平梁的支座反力见图1-20。

(1kg＝10N)

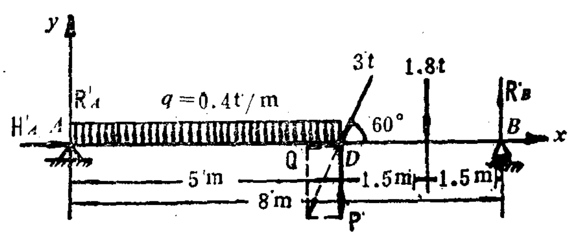

图　1-20

解　(1)选取坐标轴；(2)以支反力代替支座的作用，假定反力H_A、R_A、R_B的方向如图所示；(3)将30kN的力分解为$Q=30\cos60^\circ=15$kN和$P=30\sin60^\circ=26$kN，均布载荷用等效力4×5＝20kN代替。(4)列平衡方程

$$\sum m_A(F)=0+20\times2.5+26\times5+18\times6.5-R_B\times8=0$$

得

$$R_B\approx37\text{kN}$$

$$\Sigma m_B(\mathbf{F})=0 \quad R_A\times 8-20\times 5.5-26\times 3-18\times 1.5=0$$

得
$$R_A\approx 27\text{kN}$$

校验： 由
$$\Sigma Y=0$$
$$27-20-26-18+37=0$$

无误。

再由
$$\Sigma X=0 \quad H_A-15=0$$

得
$$H_A=15\text{kN}$$

故支座A的总反力
$$R=\sqrt{H_A{}^2+R_A{}^2}=\sqrt{15^2+27^2}=31\text{kN}$$

§1-6 空 间 力 系

如果作用于物体上的力系的作用线不在同一平面内，这种力系叫做空间力系。如图1-21所示的传动轴受到皮带拉力$\mathbf{S}_1$、$\mathbf{S}_2$、斜齿轮D而产生的圆周力$\mathbf{P}_t$、径向力$\mathbf{P}_r$以及止推轴承A处的反力$\mathbf{X}_A$、$\mathbf{Y}_A$、$\mathbf{Z}_A$，径向轴承B处的反力$\mathbf{X}_B$、$\mathbf{Z}_B$等不在同一平面内的空间力系的作用，见图1-21(b)。

空间力系也包括汇交力系、平行力系和一般力系，现着重讨论空间一般力系。

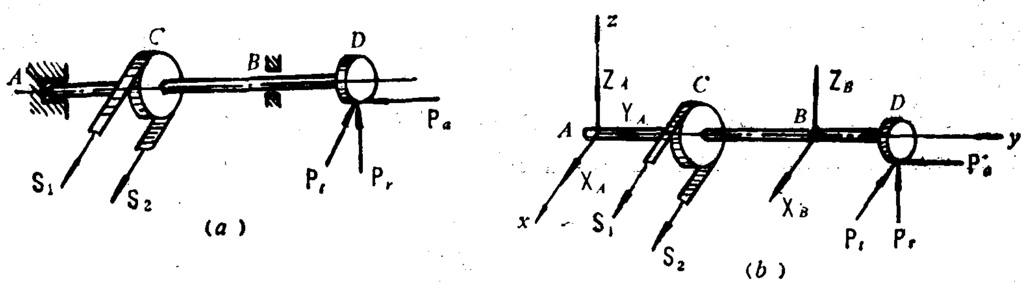

图 1-21

1. 力在空间直角坐标轴上的投影

作用在物体上的$\mathbf{P}$力与坐标轴X、Y、Z之间的夹角分别为α、β、γ如图1-22，则P力在X、Y、Z坐标轴上的分量为

$$\mathbf{P}_x=\mathbf{P}\cos\alpha=\mathbf{X}$$
$$\mathbf{P}_y=\mathbf{P}\cos\beta=\mathbf{Y}$$
$$\mathbf{P}_z=\mathbf{P}\cos\gamma=\mathbf{Z}$$

显然
$$P=\sqrt{X^2+Y^2+Z^2}$$

还可采用二次投影方法以求得$\mathbf{P}$力在坐标轴上的投影，即先将力投影到xoy坐标面上，以P'表示，再将P'投影到x轴和y轴上得

$$P_x=P\text{sim}\gamma\text{sim}\varphi$$
$$P_y=P\text{sim}\gamma\cos\varphi$$

2. 力对轴之矩

若P力和C点都位于S平面内如图1-23，显然P力对C点之矩$m_0(\mathbf{P})$也就等于$\mathbf{P}$力对于 与S

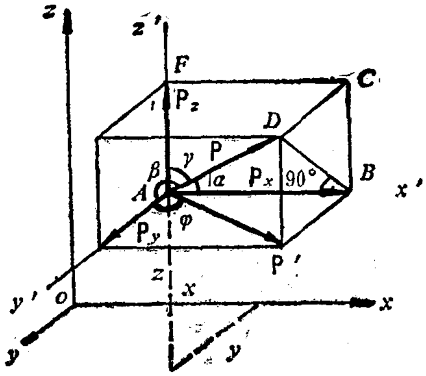

图 1-22

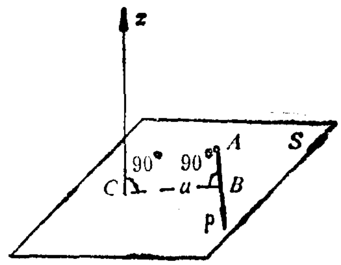

图 1-23

平面垂直而穿过C点的Z轴之矩$m_z(\mathbf{P})$，可以认为对于C点的转动同时也就是对于这个轴Z的转动。在图1-21中，圆周力P使齿轮绕轴心转动，同样可认为是$\mathbf{P}$力使齿轮绕过轴心的Y轴转动，因此

$$m_0(\mathbf{P})=m_z(\mathbf{P})=\pm Pa$$

正负号表示力对轴之矩的转向，如果顺着Z轴的正向一端往下看，观察者看到P力使得平面S顺时针转动，规定这个力矩的符号为负，反之为正见图1-24。可见，力P对轴Z之矩$m_z(\mathbf{P})$的大小等于力$\mathbf{P}$在垂直于轴的平面内的分力和它与轴间的垂直距离的乘积，符号如上述。若S与Z轴在同一平面内时（力与轴相交或与轴平行）力对轴的矩为零。当推门时手给门的作用力平行于转轴或与转轴相交时，门将不被推动，就是这个原因如图1-25。

无论是力对轴之矩还是力对点之矩，它们的单位都是牛米（或Nm）。

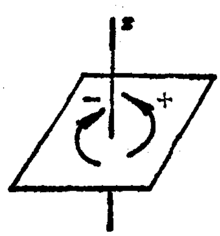

图 1-24

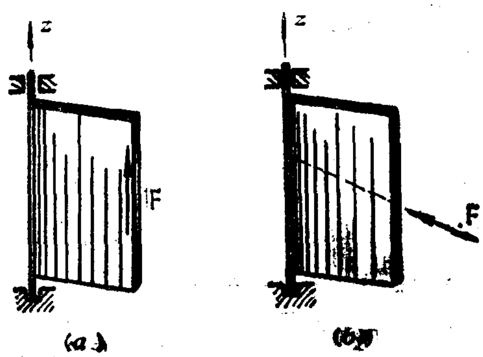

图 1-25

3. 空间力系的平衡条件

与平面一般力系类似，空间一般力系也可向任意点简化，得一个主向量$\mathbf{R}'$和主矩$\mathbf{M}_0$，大小分别为

$$R'=\sqrt{(\Sigma X)^2+(\Sigma Y)^2+(\Sigma Z)^2}$$

$$M_0=\sqrt{[\Sigma m_x(\mathbf{F})]^2+[\Sigma m_y(\mathbf{F})]^2+[\Sigma m_z(\mathbf{F})]^2}$$

空间一般力系若要满足平衡，应该是$R'=0$，$\mathbf{M}_0=0$，即